

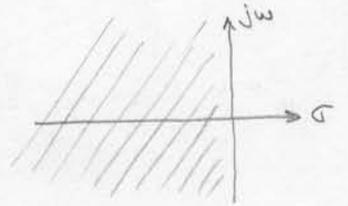
ESTABILIDADE DE AMPLIFICADORES

ESTABILIDADE

A saída de um circuito estável não pode crescer indefinidamente se lhe é aplicada, na entrada, uma excitação limitada em amplitude.

conclusão:

Um circuito será estável se todos os polos de sua função de transferência estiverem no SLE do plano S.



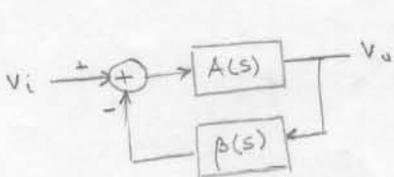
circuito RC

A função de transferência de um circuito RC só apresenta polos reais no SLE, portanto são estáveis.

Amplificadores sem qualquer tipo de realimentação são estáveis.

OBS: circuitos RLC => polos complexos no SLE => estáveis

AMPLIFICADORES REALIMENTADOS



$$A_f(s) = \frac{A(s)}{1 + \beta(s)A(s)}$$

Os polos do amplificador realimentado ocorrem para:

$$1 + \beta(s)A(s) = 0 \Rightarrow \beta(s)A(s) = -1$$

ou seja:

$$\begin{cases} \angle \beta(s)A(s) = \pm 180^\circ i, & i = 1, 2, 3, \dots \\ |\beta(s)A(s)| = 1 \end{cases}$$

Estabilidade => polos de $1 + \beta(s)A(s)$ no SLE

1a

Como a condição de estabilidade é que os pólos do amplificador realimentado estejam localizados no SLE, pode-se analisar a sua estabilidade dos seguintes modos:

- 1) Calculando o lugar das raízes ("root-locus") de $1 + \beta(s)A(s) = 0$ e verificando para que condições as raízes cruzam o eixo $j\omega$.
- 2) Verificando a existência de raízes no eixo $j\omega$:

$$1 + \beta(s)A(s) = 0 \quad \text{para } s = j\omega$$

assim

$$1 + \beta(j\omega)A(j\omega) = 0$$

$$\beta(j\omega)A(j\omega) = -1$$

$$|\beta(j\omega)A(j\omega)| \angle \emptyset = 1 \angle 180^\circ$$

ou seja:

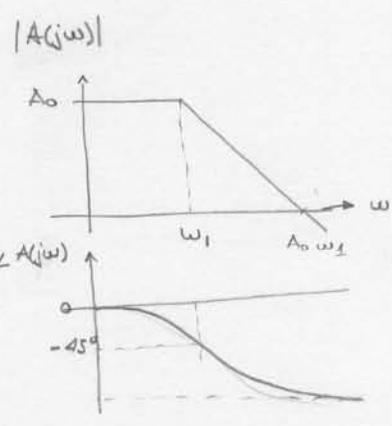
O amplificador será estável se $|\beta A| < 1$ quando a fase de $A\beta = 180^\circ$.

O segundo processo sugere a análise pelo gráfico de Bode de módulo e fase.

Supondo $\beta = \text{cte}$ \rightarrow independente de ω , por simplicidade

Amplificadores com 1 pólo

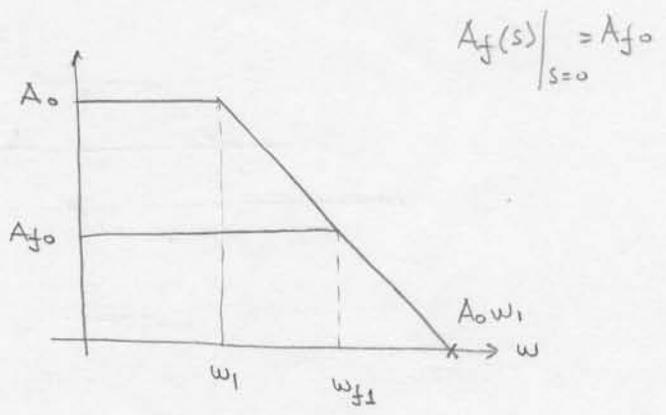
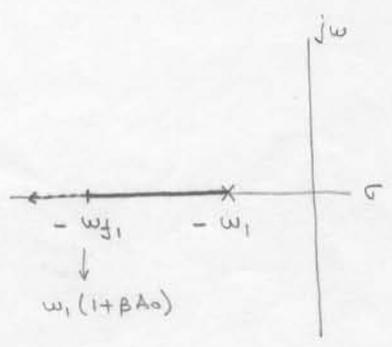
$$A(s) = \frac{A_0}{\left(\frac{s}{\omega_1} + 1\right)}$$



para $\omega \gg \omega_1$
 $|A(j\omega)| \approx \frac{A_0 \omega_1}{\omega} = 1$
 $\Rightarrow \omega = A_0 \omega_1$

$$A_f(s) = \frac{A(s)}{1 + \beta A(s)} = \frac{\frac{A_0}{(s/\omega_1 + 1)}}{1 + \beta \frac{A_0}{(s/\omega_1 + 1)}}$$

$$A_f(s) = \frac{\frac{A_0}{1 + \beta A_0}}{\frac{s}{(1 + \beta A_0)\omega_1} + 1} \equiv \frac{A_{f0}}{\frac{s}{\omega_{f1}} + 1} \equiv \frac{A_0 \omega_1}{s + (1 + \beta A_0)\omega_1}$$

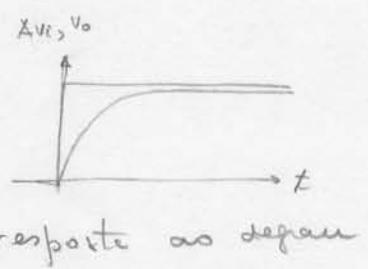


$$A_f(s) \Big|_{s=0} = A_{f0}$$

\Rightarrow INCONDICIONALMENTE ESTÁVEL

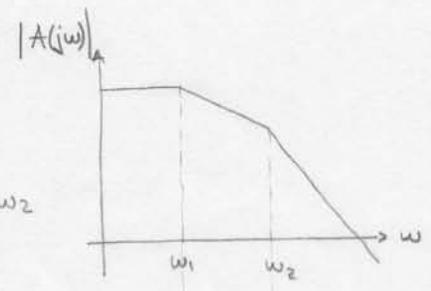
OBS:

- * $A_{f0} \approx \frac{1}{\beta}$ se $\beta A_0 \gg 1$
- * aumento de BP
- * produto GB = cte

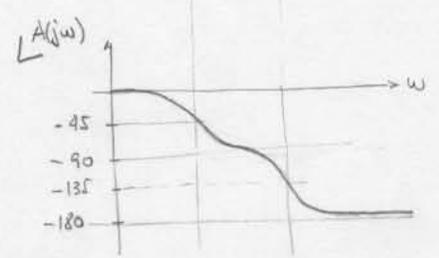


Amplificadores com 2 pólos

$$A(s) = \frac{A_0}{\left(\frac{s}{\omega_1} + 1\right)\left(\frac{s}{\omega_2} + 1\right)} \equiv \frac{A_0 \omega_1 \omega_2}{s^2 + s(\omega_1 + \omega_2) + \omega_1 \omega_2}$$



$$A_f(s) = \frac{A(s)}{1 + \beta A(s)} = \frac{\frac{A_0}{(s/\omega_1 + 1)(s/\omega_2 + 1)}}{1 + \beta \frac{A_0}{(s/\omega_1 + 1)(s/\omega_2 + 1)}}$$



$$A_f(s) = \frac{\lambda_0 \omega_1 \omega_2}{s^2 + s(\omega_1 + \omega_2) + (1 + \beta \lambda_0) \omega_1 \omega_2} \Rightarrow A_f(s) \Big|_{s=0} = \frac{\lambda_0}{1 + \beta \lambda_0}$$

o lugar das raízes (root-locus) de $A_f(s)$ é obtido fazendo

$$1 + \beta A(s) = 0 \Rightarrow s^2 + s(\omega_1 + \omega_2) + (1 + \beta \lambda_0) \omega_1 \omega_2 = 0$$

Assim:

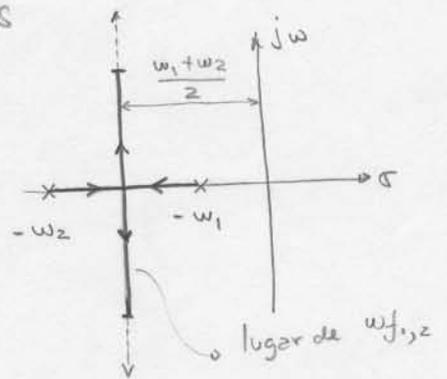
$$s = -\frac{1}{2}(\omega_1 + \omega_2) \pm \frac{1}{2} \sqrt{(\omega_1 + \omega_2)^2 - 4(1 + \beta \lambda_0) \omega_1 \omega_2}$$

observar:

• Se $\beta \lambda_0$ varia de $0 \rightarrow \infty$, os polos começam reais e distintos, ficam reais e idênticos e tornam-se complexos conjugados.

lembrar que $\left\{ \begin{array}{l} \beta = 0 \Rightarrow s/\text{reais e distintos} \\ \beta \lambda_0 \rightarrow \infty \Rightarrow \lambda_0 \rightarrow \infty \end{array} \right.$

\Rightarrow INCONDIÇÃO ALHÉSTICA ESTÁVEL



A resposta em frequência do amplificador é dada por uma função do tipo:

$$H(s) = \frac{1}{s^2 + as + b} \Rightarrow |H(j\omega)| = \left| \frac{1}{- \omega^2 + j a \omega + b} \right|$$

$$|H(j\omega)| = \frac{1}{\sqrt{(b - \omega^2)^2 + a^2 \omega^2}} = \frac{1}{\sqrt{\omega^4 + (a^2 - 2b)\omega^2 + b^2}}$$

O máximo de $|H(j\omega)|$ ocorrerá quando o denominador for mínimo

$$\frac{d}{d\omega} [\omega^4 + (a^2 - 2b)\omega^2 + b^2] = 0$$

$$2\omega^3 + 2(a^2 - 2b)\omega = 0 \Rightarrow 2\omega^2 + a^2 - 2b = 0$$

$$\omega^2 = \frac{2b - a^2}{2} = b \left(1 - \frac{a^2}{2b} \right)$$

$$\boxed{\omega = \sqrt{b} \sqrt{1 - \frac{a^2}{2b}}}, \text{ para } \frac{a^2}{2b} < 1$$

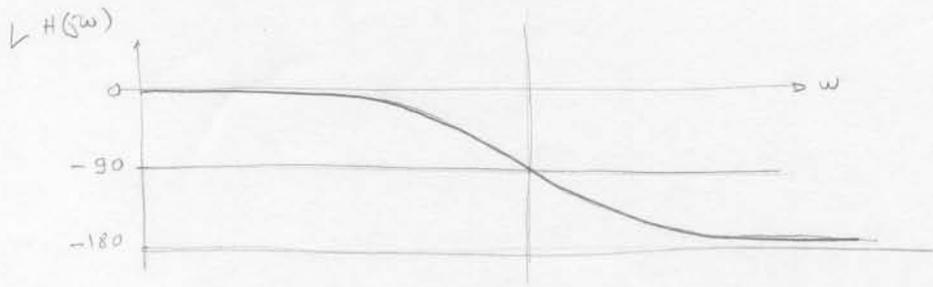
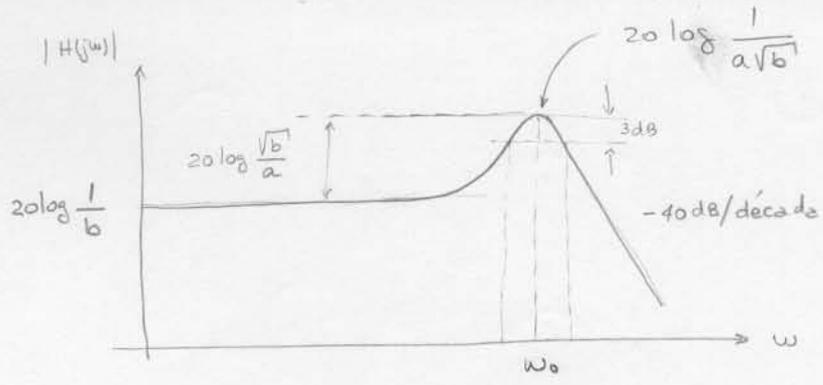
$$\text{se } \frac{a^2}{2b} \ll 1 \Rightarrow \omega_{\max} \cong \sqrt{b} = \omega_0$$

Esboço da resposta em frequência:

$$20 \log |H(j\omega)|_{\omega=0} = 20 \log \left(\frac{1}{b} \right) \quad \angle H(j\omega)|_{\omega=0} = 0$$

$$20 \log |H(j\omega)|_{\omega=\omega_{\max}} \cong 20 \log \left(\frac{1}{a\sqrt{b}} \right) \quad \angle H(j\omega)|_{\omega=\omega_{\max}} = -\tan^{-1} \left(\frac{a\sqrt{b}}{0} \right) = -90^\circ$$

$$20 \log |H(j\omega)|_{\omega \rightarrow \infty} = 20 \log 0 = -\infty \quad \angle H(j\omega)|_{\omega \rightarrow \infty} = -\tan^{-1} \left(\frac{a}{-\omega} \right)_{\omega \rightarrow \infty} = -180^\circ$$



A altura do pico em w_0 , em relação ao valor em DC é dado por:

$$20 \log \frac{1}{a\sqrt{b}} - 20 \log \frac{1}{b} = 20 \log \frac{\sqrt{b}}{a}$$

O parâmetro \sqrt{b}/a determina a altura do pico e é conhecido por fator Q

$$Q = \frac{\sqrt{b}}{a}$$

$$\Rightarrow a = \frac{\sqrt{b}}{Q} = \frac{w_0}{Q}$$

Então, uma forma mais conveniente para análise de resposta em frequência é:

$$H(s) = \frac{1}{s^2 + \frac{w_0}{Q}s + w_0^2}$$

Determinação da banda passante (BW)

(5a)

$$H(s) = \frac{1}{s^2 + \frac{\omega_0}{Q}s + \omega_0^2} \Rightarrow |H(j\omega)| = \left| \frac{1}{(\omega_0^2 - \omega^2) + j\frac{\omega_0}{Q}\omega} \right| = \frac{1}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \frac{\omega_0^2 \omega^2}{Q^2}}}$$

$$|H(j\omega_0)| = \frac{1}{\frac{\omega_0^2}{Q}} \quad \text{para } \omega_* = \omega_{3dB}$$

$$|H(j\omega_*)| = \frac{1}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega_*^2)^2 + \frac{\omega_0^2 \omega_*^2}{Q^2}}} = \frac{1}{\frac{\omega_0^2}{Q} \cdot \sqrt{2}}$$

$$(\omega_0^2 - \omega_*^2)^2 + \frac{\omega_0^2 \omega_*^2}{Q^2} = 2 \frac{\omega_0^4}{Q^2}$$

$$(\omega_0^2 - \omega_*^2)^2 + \frac{\omega_0^2}{Q^2} (\omega_*^2 - 2\omega_0^2) = 0$$

$$\omega_0^4 - 2\omega_0^2 \omega_*^2 + \frac{\omega_0^4}{Q^2} + \frac{\omega_0^2 \omega_*^2}{Q^2} - \frac{2\omega_0^4}{Q^2} = 0$$

$$\omega_*^4 + \left(\frac{2}{Q^2} - 2\omega_0^2\right)\omega_*^2 + \omega_0^4 \left(1 - \frac{2}{Q^2}\right) = 0$$

$$\omega_*^2 = -\frac{\omega_0^2}{2} \left(\frac{1}{Q^2} - 2\right) \pm \frac{1}{2} \sqrt{\omega_0^4 \left(\frac{1}{Q^2} - 2\right)^2 - 4\omega_0^4 \left(1 - \frac{2}{Q^2}\right)}$$

$$\omega_*^2 = \omega_0^2 \left(1 - \frac{1}{2Q^2}\right) \pm \frac{\omega_0^2}{2} \sqrt{\left(\frac{1}{Q^2} - 2\right)^2 - 4\left(1 - \frac{2}{Q^2}\right)}$$

$$\omega_*^2 = \omega_0^2 \left(1 - \frac{1}{2Q^2}\right) \pm \frac{\omega_0^2}{2} \sqrt{\frac{1}{Q^4} - \frac{4}{Q^2} + 4 - 4 + \frac{8}{Q^2}}$$

$$\omega_*^2 = \omega_0^2 \left(1 - \frac{1}{2Q^2}\right) \pm \frac{\omega_0^2}{2} \sqrt{\frac{1}{Q^4} + \frac{4}{Q^2}}$$

$$\omega_*^2 = \omega_0^2 + \frac{\omega_0^2}{2} \left(-\frac{1}{Q^2} \pm \sqrt{\frac{1}{Q^4} + \frac{4}{Q^2}}\right)$$

$$\omega_*^2 = \omega_0^2 + \frac{\omega_0^2}{2Q^2} \left(-1 \pm \sqrt{1 + 4Q^2}\right)$$

para $4Q^2 \gg 1$

$$\omega_*^2 \approx \omega_0^2 \left[1 + \frac{1}{2Q^2} (-1 \pm 2Q)\right]$$

$$\omega_*^2 \approx \omega_0^2 \left(1 \pm \frac{1}{Q} - \frac{1}{2Q^2}\right)$$

$$\omega_*^2 \approx \omega_0^2 \left(1 \pm \frac{1}{Q} + \frac{1}{4Q^2} - \frac{3}{4Q^2}\right)$$

$$\omega_*^2 \approx \omega_0^2 \left[\left(1 \pm \frac{1}{2Q}\right)^2 - \frac{3}{4Q^2}\right]$$

Como $\frac{3}{4Q^2} \rightarrow 0$

$$\omega_*^2 \approx \omega_0^2 \left(1 \pm \frac{1}{2Q}\right)^2$$

$$\omega_* \approx \omega_0 \left(1 \pm \frac{1}{2Q}\right)$$

Assim

$$BW = \omega_0 \left(1 + \frac{1}{2Q}\right) - \omega_0 \left(1 - \frac{1}{2Q}\right) = \frac{\omega_0}{Q} \Rightarrow \boxed{Q = \frac{\omega_0}{BW}}$$

Comparando com a função original:

$$A_f(s) = \frac{A_0 \omega_1 \omega_2}{s^2 + s(\omega_1 + \omega_2) + (1 + \beta A_0) \omega_1 \omega_2} \equiv \frac{A_0 \omega_1 \omega_2}{s^2 + \frac{\omega_0}{Q} s + \omega_0^2}$$

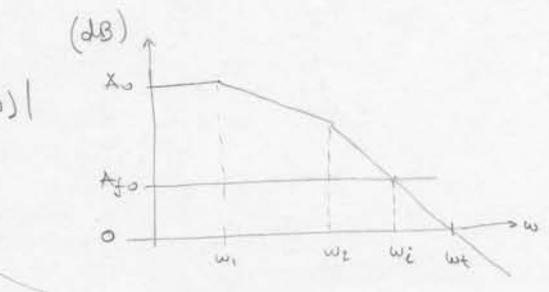
$$\left\{ \begin{array}{l} \omega_0 = \sqrt{(1 + \beta A_0) \omega_1 \omega_2} \rightarrow \text{frequência do polo} \\ Q = \frac{\sqrt{(1 + \beta A_0) \omega_1 \omega_2}}{\omega_1 + \omega_2} \rightarrow \text{fator Q} \\ BW = \omega_1 + \omega_2 \rightarrow \text{banda passante} \end{array} \right.$$

Interseção da assíntota A_0 com $|A(j\omega)|$

para $\omega \gg \omega_2$

$$\frac{A_0 \omega_1 \omega_2}{\omega_t^2} = 1$$

$$\left. \begin{array}{l} |A(j\omega)| \approx \frac{A_0 \omega_1 \omega_2}{\omega^2} \\ A_{f0} = \frac{A_0}{1 + \beta A_0} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{A_0 \omega_1 \omega_2}{\omega_i^2} = \frac{A_0}{1 + \beta A_0}$$

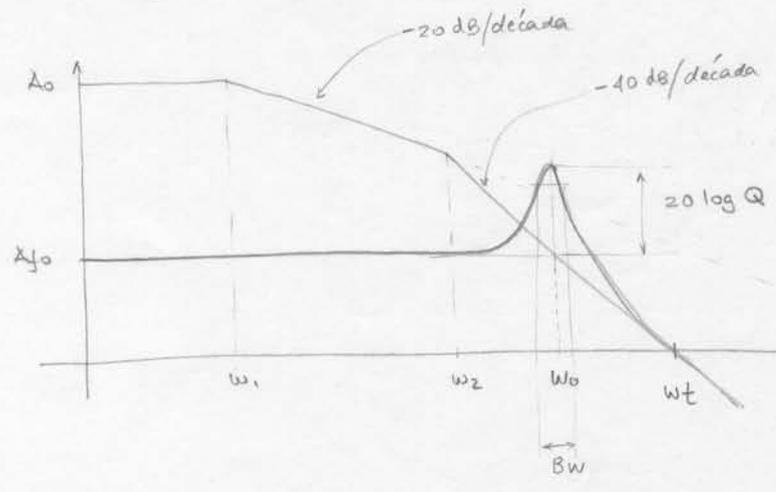


$$\boxed{\omega_t = \sqrt{A_0 \omega_1 \omega_2}}$$

$$\boxed{\omega_i = \sqrt{(1 + \beta A_0) \omega_1 \omega_2} = \omega_0}$$

Conclusão: A frequência do polo ocorre aproximadamente na interseção da assíntota do ganho do amplificador realimentado com a resposta do amplificador em malha aberta.

Análise gráfica

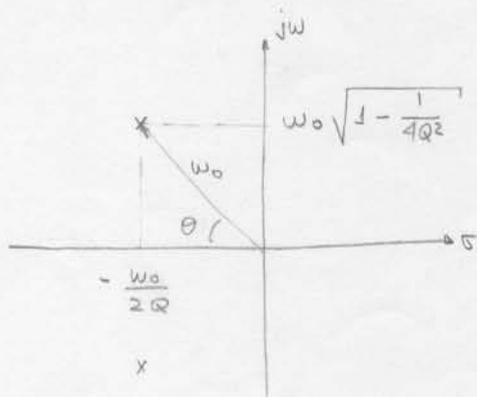


OBS: A resposta em frequência terá queda de 3dB em ω_0 , para $Q = \frac{1}{\sqrt{2}} = 0,707$.
(resposta maximamente plana)

OBS: ω_t é a média geométrica entre $A_0 \omega_1$ e $\omega_2 \Rightarrow \omega_t = \sqrt{A_0 \omega_1 \omega_2}$

Posição das raízes complexas:

$$H(s) = \frac{1}{s^2 + \frac{\omega_0}{Q}s + \omega_0^2}$$



raízes complexas:

$$s = \frac{-\frac{\omega_0}{Q} \pm \sqrt{\left(\frac{\omega_0}{Q}\right)^2 - 4\omega_0^2}}{2}$$

$$s = -\frac{\omega_0}{2Q} \pm j\omega_0 \sqrt{1 - \frac{1}{4Q^2}}, \quad Q > 0,5$$

$$\cos\theta = \frac{\frac{\omega_0}{2Q}}{\omega_0} \Rightarrow \cos\theta = \frac{1}{2Q}$$

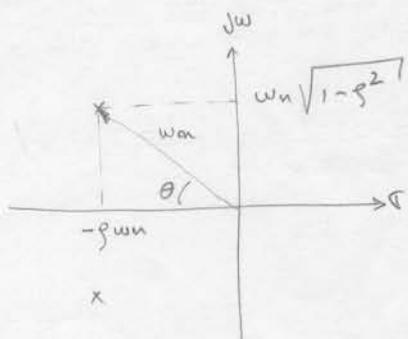
A resposta maximamente plana ocorre:

$$\cos\theta = \frac{1}{2 \cdot \frac{1}{\sqrt{2}}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \theta = 45^\circ$$

Para análise da resposta no tempo

a expressão mais conveniente é:

$$H(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$$



raízes complexas:

$$s = -\zeta\omega_n \pm j\omega_n \sqrt{1 - \zeta^2}, \quad 0 < \zeta < 1$$

$$\cos\theta = \frac{\zeta\omega_n}{\omega_n} \Rightarrow \cos\theta = \zeta \quad (\text{fator de amortecimento})$$

Equivalência entre as duas expressões:

$$\omega_n = \omega_0$$

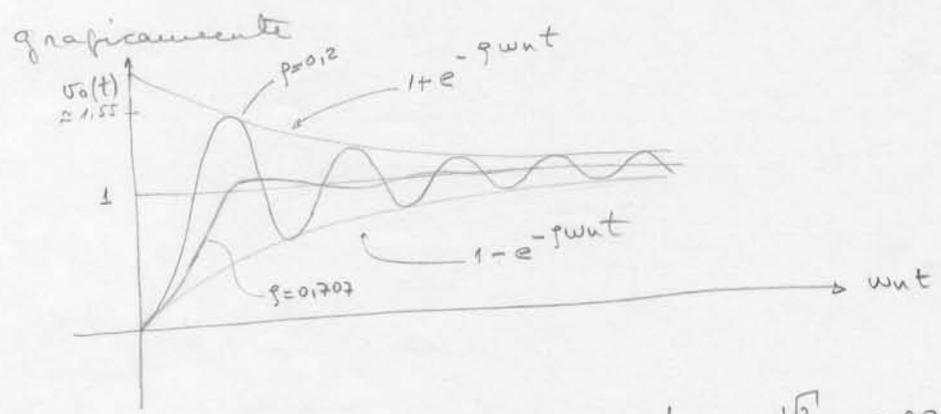
$$2\zeta\omega_n = \frac{\omega_0}{Q} \Rightarrow 2\zeta = \frac{1}{Q} \Rightarrow \zeta = \frac{1}{2Q} = \cos\theta$$

A resposta ao degrau é obtida calculando-se a Transformada Inversa de Laplace:

$$V_o(s) = U(s) H(s) = \frac{1}{s} \cdot \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$$

Fazendo a decomposição em frações parciais e obtendo-se as transformadas ger:

$$v_o(t) = \left[1 - e^{-\zeta\omega_n t} \left(\frac{\text{sen}(\omega_n \sqrt{1-\zeta^2} t + \cos^{-1} \zeta)}{\sqrt{1-\zeta^2}} \right) \right]$$



obs Para $Q = \frac{\omega_n}{2\zeta} \Rightarrow \zeta = \frac{1}{2Q} = \frac{\sqrt{2}}{2} = 0,707$ considerado bom
 $\zeta \leq 0,707$
 $\zeta \geq 0,707$
 A resposta no tempo quase não tem oscilações.

Comparando com a função original:

$$\left\{ \begin{aligned} \omega_n &= \sqrt{(1+\beta A_0) \omega_1 \omega_2} \rightarrow \text{frequência natural} \\ \zeta &= \frac{\omega_1 + \omega_2}{2\sqrt{(1+\beta A_0) \omega_1 \omega_2}} \rightarrow \text{fator de amortecimento} = \frac{1}{2Q} = \cos \theta \end{aligned} \right.$$

Amplificadores com 3 ou mais pólos

$$A(s) = \frac{A_0}{\left(\frac{s}{\omega_1} + 1\right) \left(\frac{s}{\omega_2} + 1\right) \left(\frac{s}{\omega_3} + 1\right)} \equiv \frac{A_0 \omega_1 \omega_2 \omega_3}{s^3 + (\omega_1 + \omega_2 + \omega_3) s^2 + (\omega_1 \omega_2 + \omega_1 \omega_3 + \omega_2 \omega_3) s + (1 + \beta A_0) \omega_1 \omega_2 \omega_3}$$

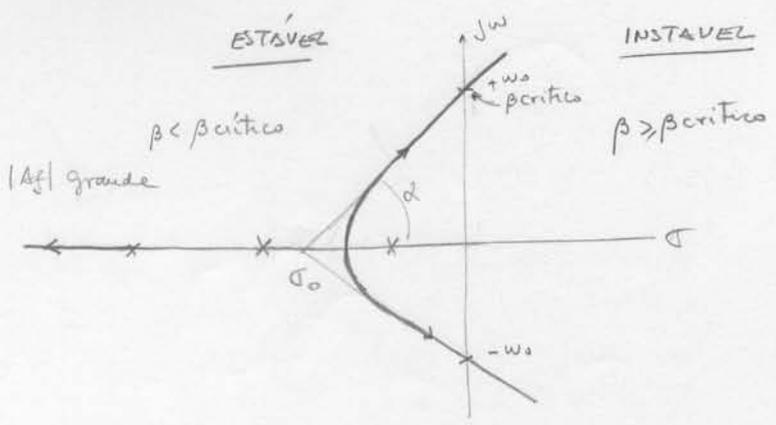
$$A_f = \frac{A}{1 + \beta A}$$

ganho realimentado:

$$A_f(s) = \frac{A_0 \omega_1 \omega_2 \omega_3}{s^3 + (\omega_1 + \omega_2 + \omega_3) s^2 + (\omega_1 \omega_2 + \omega_1 \omega_3 + \omega_2 \omega_3) s + (1 + \beta A_0) \omega_1 \omega_2 \omega_3}$$

$$A_f(s) \Big|_{s=0} = \frac{A_0}{1 + \beta A_0}$$

o lugar das raízes (root locus)



$|A_f|$ pequeno

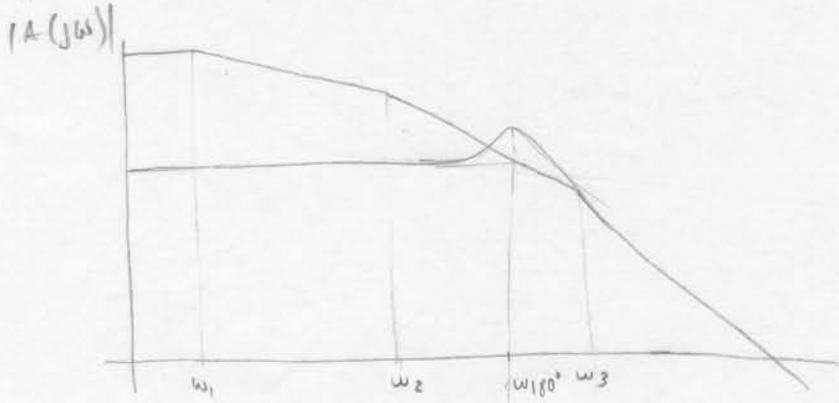
$$\sigma_0 = \frac{\sum p_i - \sum z_i}{n - m} \Rightarrow \sigma_0 = \frac{\sum p_i}{3}$$

$$\tan \alpha = \left| \frac{\omega_0}{\sigma_0} \right|$$

$$\omega_0 = \sigma_0 \tan \alpha$$

$$\omega_0 = \sigma_0 \tan \frac{180}{n} \leftarrow \omega_0 \text{ polo}$$

resposta em frequência



derivado de (fase: 180°)

Condição de Estabilidade

$$A_f(s) = \frac{A(s)}{1 + \beta(s)A(s)}$$

$A_f(s)$ será ESTÁVEL se as raízes de $1 + \beta(s)A(s) \in \text{SLE}$

$$\Rightarrow 1 + \beta(s)A(s) = 0 \in \text{SLE}$$

O limite da estabilidade ocorre porque!

$$1 + \beta(s)A(s) = 0, \quad s = j\omega$$

então:

$$1 + \beta(j\omega)A(j\omega) = 0$$

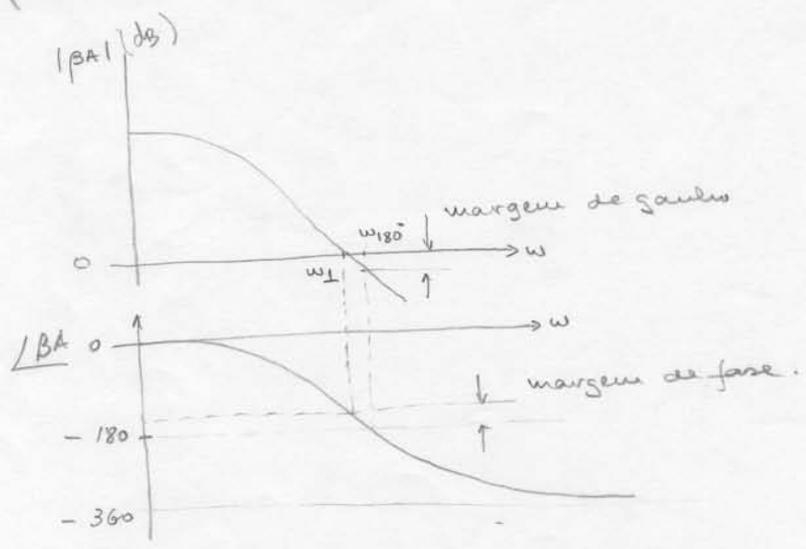
$$\beta(j\omega)A(j\omega) = -1 \Rightarrow$$

$$|\beta(j\omega)A(j\omega)| \angle \phi = 1 \angle 180^\circ$$

ou seja:

O amplificador será estável se $|\beta A| < 1$ quando a fase de $A\beta = 180^\circ$.

Pela análise do ganho em malha fechada βA em função da frequência pode-se determinar a condição de estabilidade do amplificador realimentado.



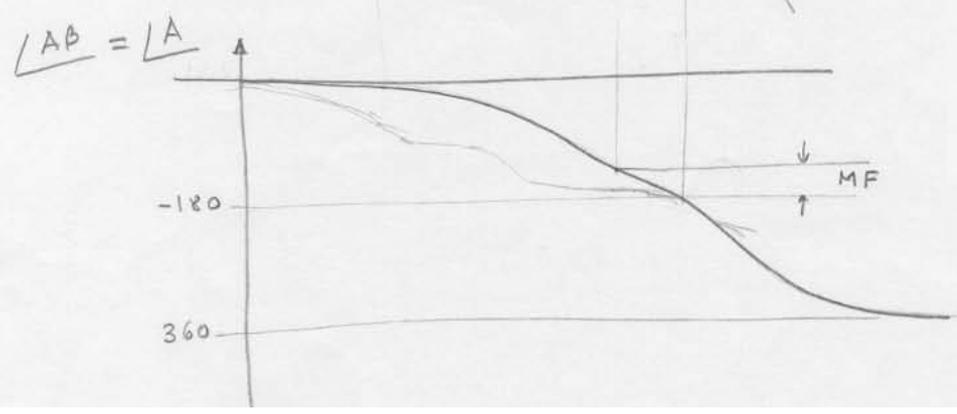
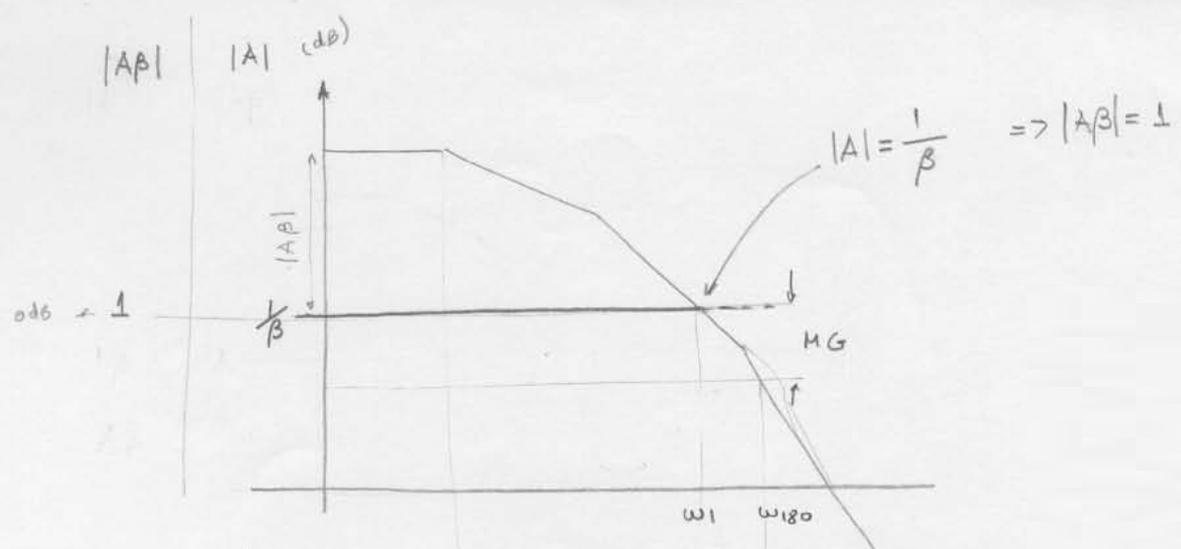
• Margem de ganho e margem de fase

Margem de ganho é o valor de $|\beta A|$ em dB, na frequência em que a fase de βA é 180° .

$$MG = 20 \log |\beta A| \Big|_{\omega = \omega_{180}}$$

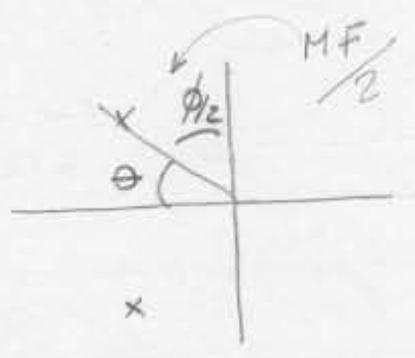
Margem de fase é 180° menos a magnitude da fase de βA , na frequência em que $|\beta A| = 1$.

$$MF = 180 - \left| \angle \beta A \right| \Big|_{\omega = \omega_1}$$



podemos escrever:

$$MF = \phi = 2 \left(90 - \cos^{-1} \frac{1}{2Q} \right)$$



Pela tabela comparativa abaixo:

Q	φ	MF	% overshoot
0,5	±	180°	0
0,707	0,707	90°	4,3
1	0,5	60°	16,0
1,18	0,42	50°	23,4
1,31	0,38	45°	27,5
1,93	0,26	30°	43,0

↑ MF > 45°

Normalmente é considerado adequado

- MF > 45°
- MG < -10 dB

COMPENSAÇÃO

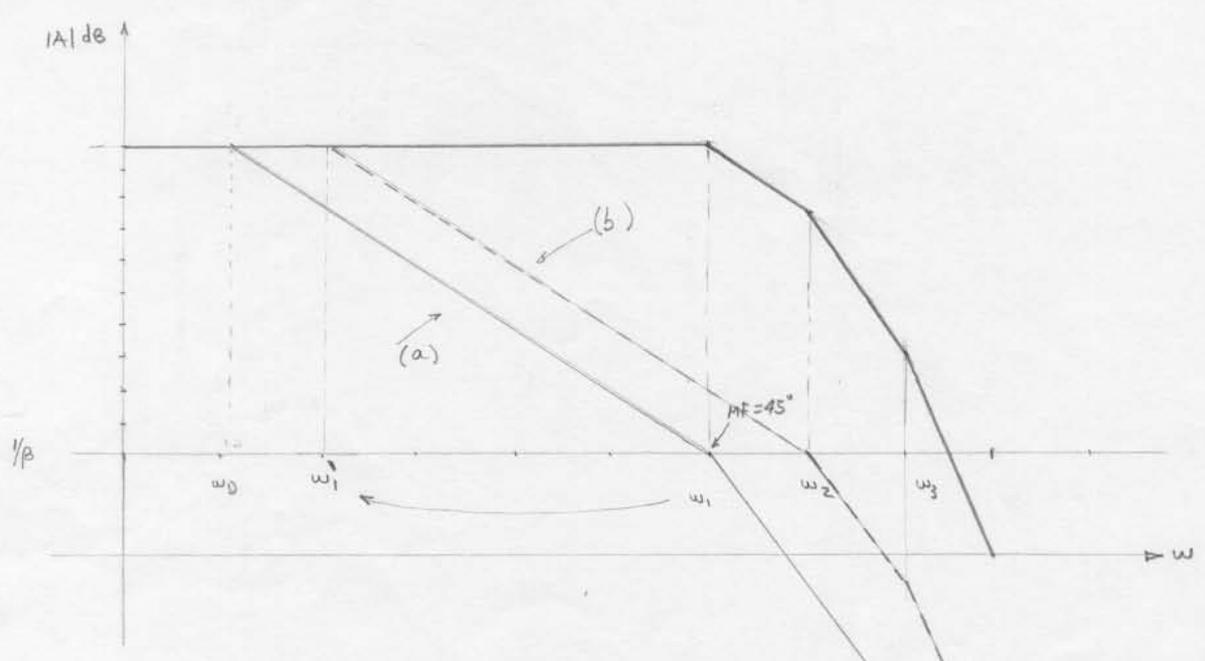
É a técnica de estabilização de amplificadores que consiste no reposicionamento do pólo de $\beta(s)A(s)$ de forma a garantir que $|\beta A| < 1$ quando a fase de βA for 180° .

TÉCNICAS DE COMPENSAÇÃO

• Pólo dominante (LAG)

consiste no posicionamento de um pólo em baixa frequência de tal forma que o 2º pólo ocorra na interseção com a curva $20 \log \frac{1}{\beta}$.

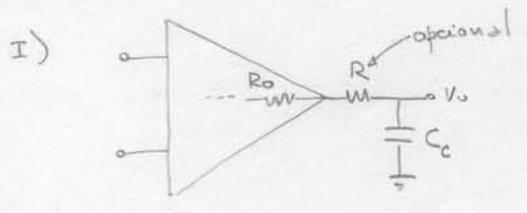
OBS: Este procedimento garante $MF = 45^\circ$ se o 3º pólo estiver afastado pelo menos 1 década do 2º pólo.



I) introdução de um pólo adicional em baixa frequência (ω_0)

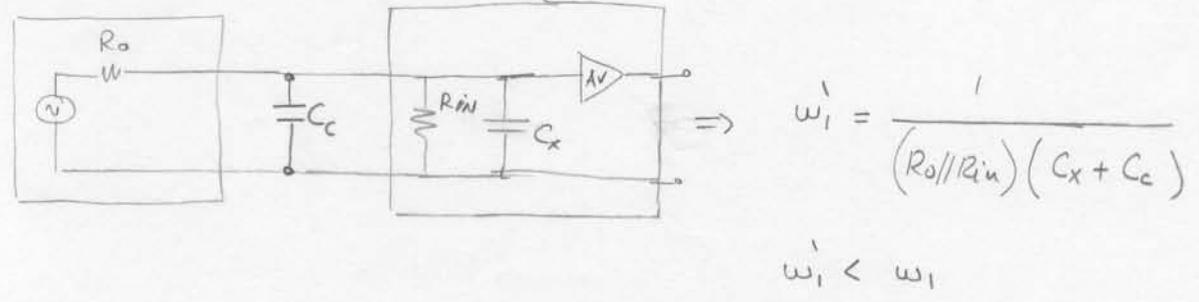
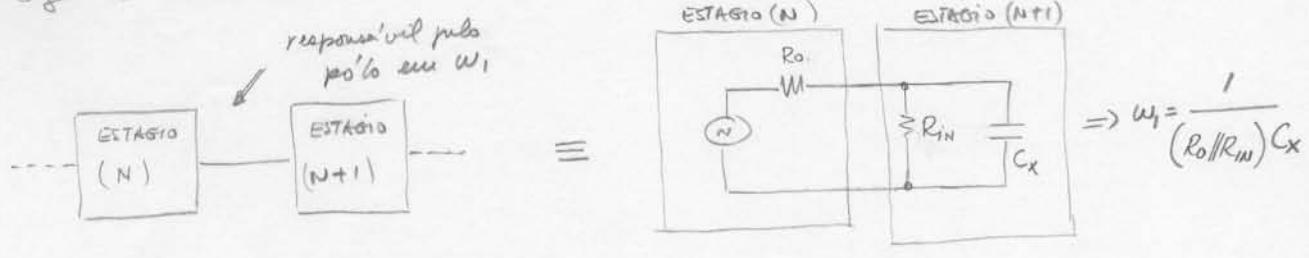
II) deslocamento de ω_1 para uma frequência mais baixa (ω'_1) ($\omega'_1 \leftarrow \omega_1$)

Implementações



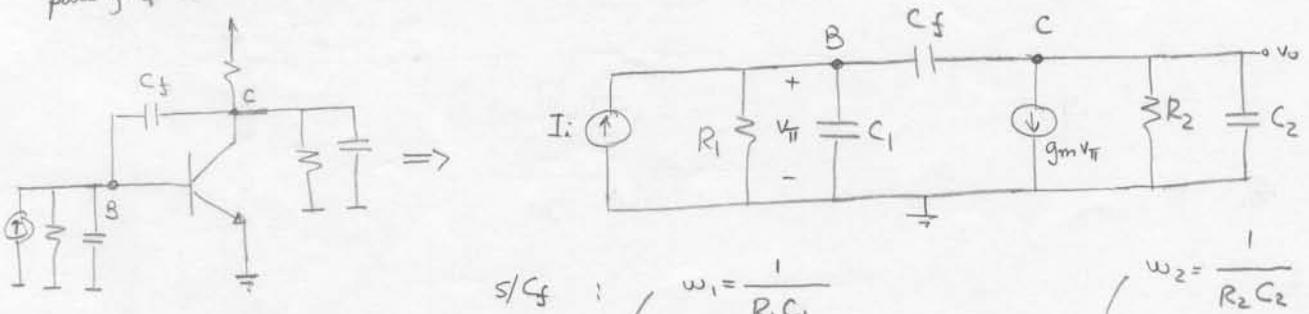
$$\Rightarrow \omega_0 = \frac{1}{(R_o + R)C_c}$$

II) Seja a estrutura interna:



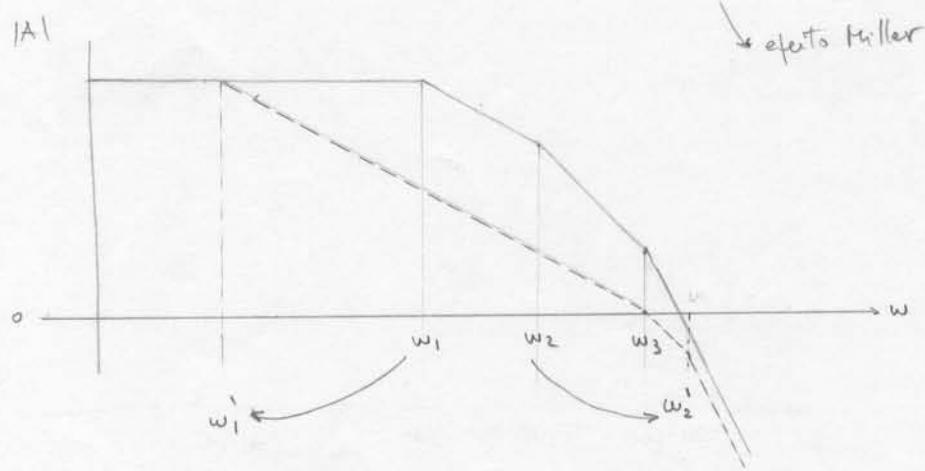
• Compensação Miller ou "pole-splitting"

Consiste no deslocamento dos 2 primeiros polos. O primeiro polo se desloca para frequência mais baixa (ω_1') e o 2º para frequência mais alta (ω_2').



(ver Sadrá)

$s/C_f : \omega_1 = \frac{1}{R_1 C_1}$
 $\omega_2 = \frac{1}{R_2 C_2}$
 $c) C_f : \omega_1' \approx \frac{1}{g_m R_2 C_f R_1}$
 $\omega_2' \approx \frac{1}{\frac{1}{g_m} (C_1 + C_2) \left[1 + \frac{C_{eq}}{C_f} \right]}$
 $C_{eq} = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}$



$C_f \gg C_{eq}$
 $\omega_2' \approx \frac{1}{\frac{1}{g_m} (C_1 + C_2)}$

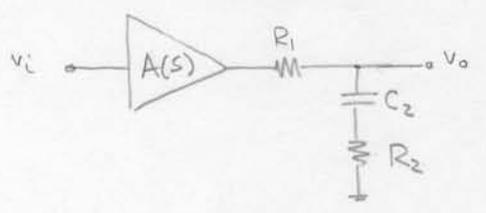
OBS: Comparando as 3 técnicas apresentadas pole-splitting permite 1º polo em freq. mais elevada.

Compensação pólo-zero (LIG-LETD)

Com esta compensação, a função de transferência $A(s)$ é modificada pela adição de um pólo e um zero, sendo o zero numa frequência mais alta que do pólo. O zero é posicionado de forma a cancelar o 1º pólo.

Implementação:

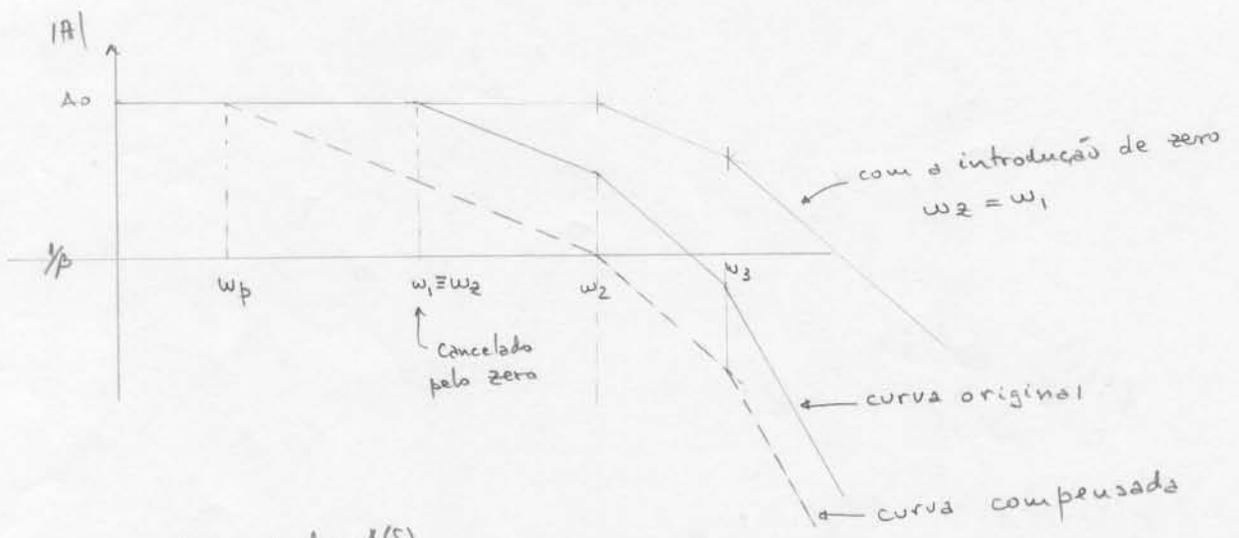
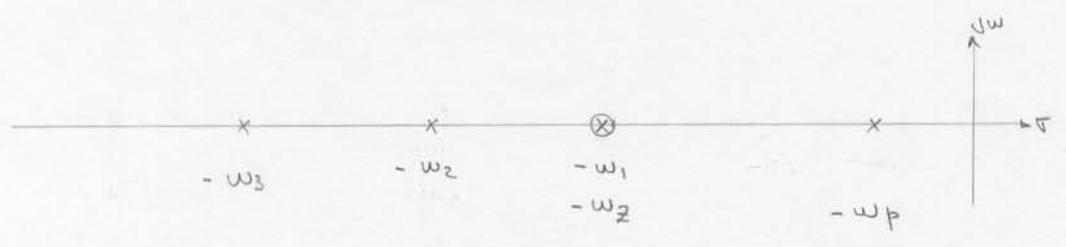
i) rede independente de $A(s)$



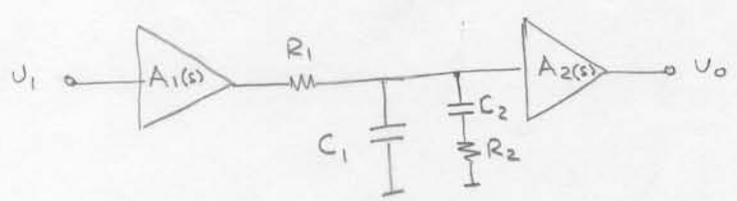
$$\frac{V_o}{V_i} = A(s) \frac{\left(\frac{s}{\omega_z} + 1\right)}{\left(\frac{s}{\omega_p} + 1\right)}$$

$$\omega_z = \frac{1}{R_2 C_2}$$

$$\omega_p = \frac{1}{(R_1 + R_2) C_2}$$



ii) Modificação da resposta $A(s)$



$$\omega_1 = \frac{1}{R_1 C_1}$$

a rede $R_2 C_2$ é acrescentada ao amplificador no ponto responsável pelo 1º pólo (ω_1).

A função de transferência é:

$$\frac{V_o}{V_i} = A_1(s) A_2(s) \frac{(s R_2 C_2 + 1)}{s^2 + \frac{R_1 C_1 + (R_1 + R_2) C_2}{C_1 C_2 R_1 R_2} s + \frac{1}{C_1 C_2 R_1 R_2}}$$

Observar que antes da inclusão de $R_2 C_2$, $R_1 C_1$ era responsável pelo pólo em ω_1 .
 Com a inclusão de $R_2 C_2$ aparece um zero ($\omega_z = 1/R_2 C_2$) e dois outros pólos, todos diferentes de ω_1 .

Seja:

$$\left\{ \begin{aligned} \omega_z &= k \omega_1 \Rightarrow \frac{1}{R_2 C_2} = k \frac{1}{R_1 C_1} \\ R_1 &= n R_2 \end{aligned} \right.$$

O denominador da função transferência fica:

$$s^2 + \frac{(k+n+1)}{R_1 C_1} s + \frac{k}{(R_1 C_1)^2} \equiv s^2 + (\omega_1' + \omega_2') s + \omega_1' \omega_2'$$

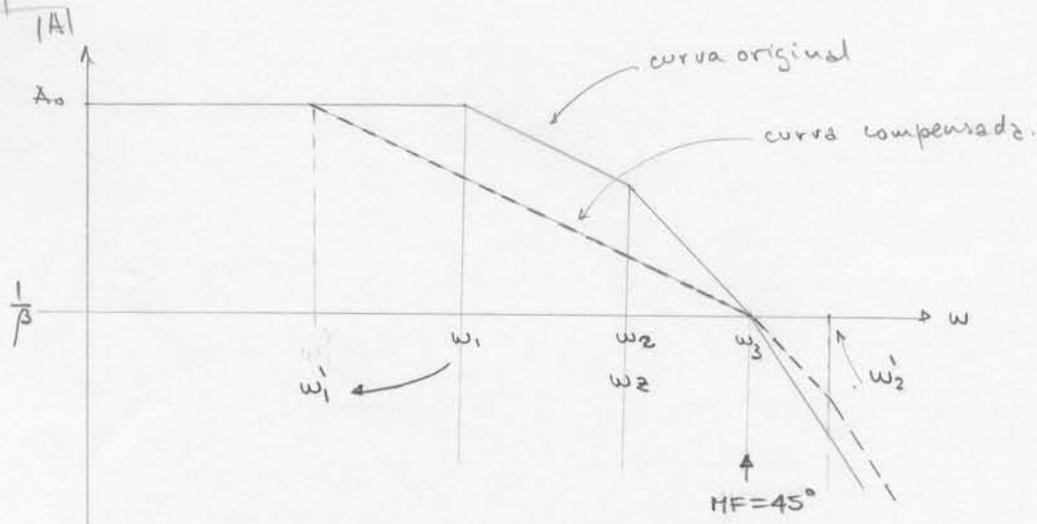
para $\omega_2' \gg \omega_1' \Rightarrow s^2 + \omega_2' s + \omega_1' \omega_2'$

$$\left\{ \begin{aligned} \omega_2' &= (k+n+1) \omega_1 \\ \omega_1' &= \frac{k}{(k+n+1)} \omega_1 \end{aligned} \right. \text{ se } n \gg k \Rightarrow \left\{ \begin{aligned} \omega_2' &\approx n \omega_1 \\ \omega_1' &\approx \frac{k}{n} \omega_1 \end{aligned} \right.$$

Observe que o 1º pólo se desloca de ω_1 para $\frac{k}{n} \omega_1$, e, dependendo do valor de n escolhido, ω_2' pode ficar em frequência mais alta do que o 3º pólo do amplificador.

Procedimentos:

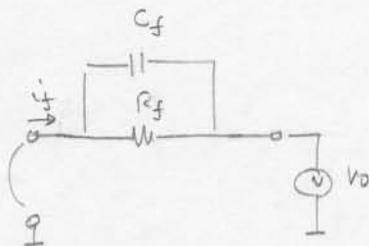
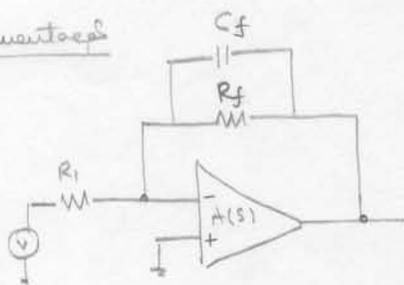
- Fazer o zero coincidir com o 2º pólo. $\Rightarrow \omega_z = \frac{1}{R_2 C_2} = \omega_2$
- Calcular k : $k = \frac{\omega_2}{\omega_1}$
- Calcular n : $\omega_2' > 5 \omega_3 \Rightarrow n \omega_1 > 5 \omega_3 \Rightarrow n > 5 \frac{\omega_3}{\omega_1}$
 $\omega_1' < \frac{\omega_3}{\beta A_0} \Rightarrow \frac{k}{n} \omega_1 < \frac{\omega_3}{\beta A_0} \Rightarrow n > \beta A_0 k \frac{\omega_1}{\omega_3}$
- Calcular $R_2 = \frac{R_1}{n}$
- Calcular $C_2 = \frac{1}{\omega_2 R_2}$



• Compensação com zero (LSTAD)

Esta técnica introduz um zero na função de transferência através de modificações na rede β ou no amplificador. Normalmente aparece, também, um pólo em frequência muito elevada.

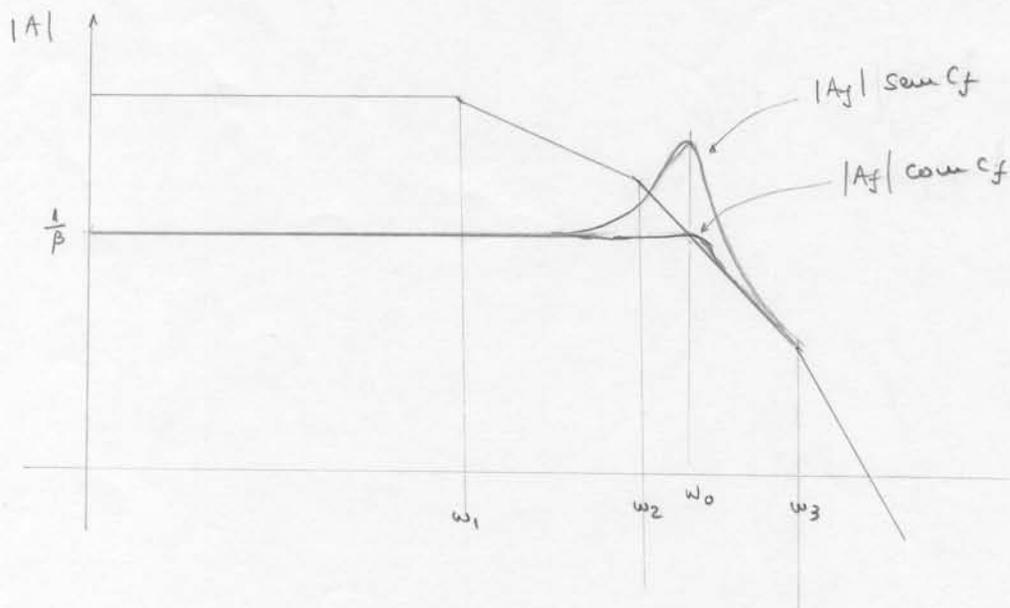
Implementação



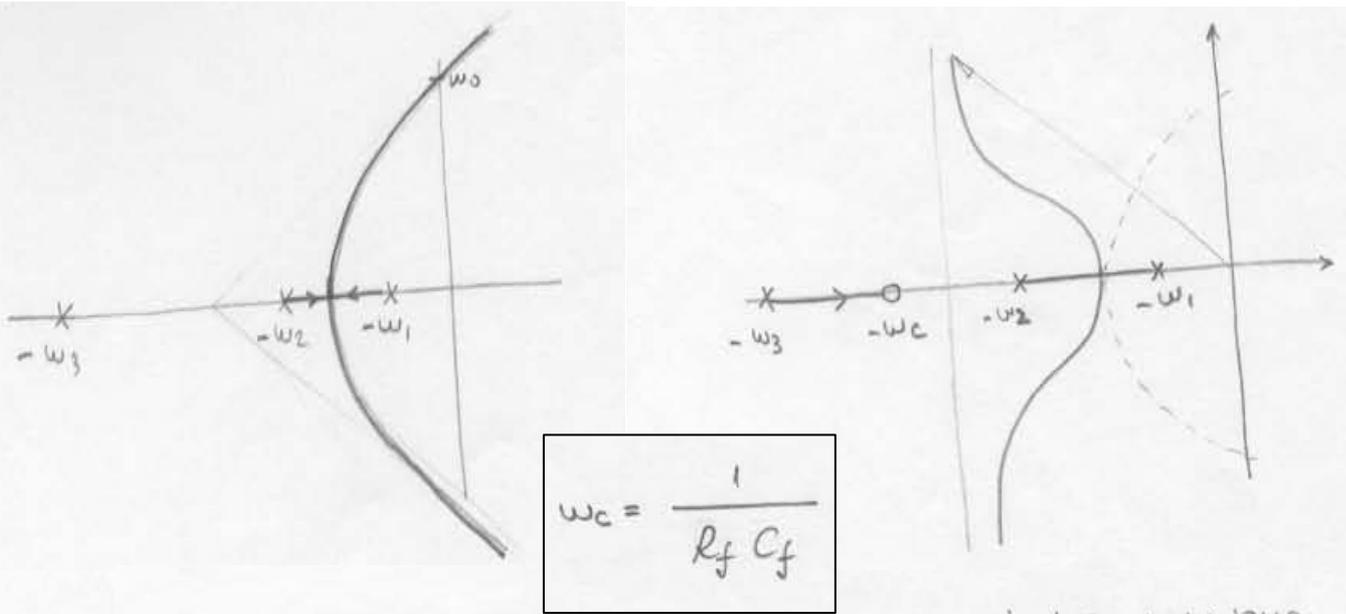
$$\beta(s) = \frac{i_f}{v_o} = \frac{1}{z_f}$$

$$z_f = R_f \parallel 1/sC_f$$

$$\beta(s) = -\frac{(sR_fC_f + 1)}{R_f}$$

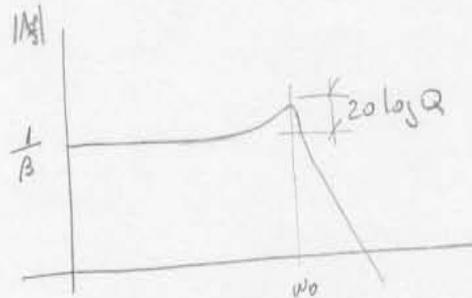


Para a compensação, o zero deve ser posicionado entre o 2º e 3º pólos.

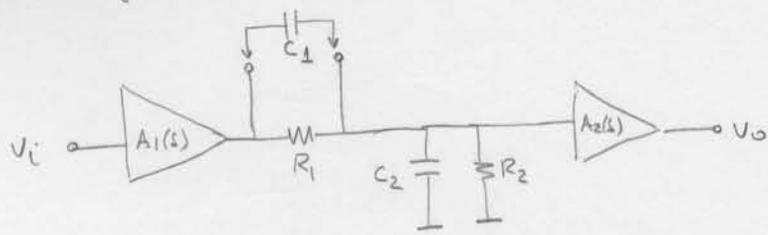


obs: A adição do zero além de estabilizar o amplificador, posiciona os novos pólos com um Q mais baixo.

- A curva $1/\beta$ deve cruzar a curva de ganho $|A(j\omega)|$ entre o 2º e 3º pólos.
- Empiricamente o posicionamento de ω_c deve ser determinado tal que $\omega_c = Q \omega_0$ onde Q determinará o pico de ressonância em frequência do amplificador realimentado $|A_f(j\omega)|$



Esta compensação pode ser feita internamente ao amplificador.



R_1, R_2 e C_2 são responsáveis pelo 3º pólo (ω_3)

$$\omega_3 = \frac{1}{R_1 // R_2 C_2}$$

A função de transferência é: (com a introdução de C_1)

$$\frac{V_o}{V_i} = \frac{\frac{R_2}{R_1 + R_2} (s R_1 C_1 + 1)}{\left(s \frac{R_2 R_1 (C_1 + C_2)}{R_1 + R_2} + 1 \right)} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \frac{(s R_1 C_1 + 1)}{\left[s R_1 // R_2 (C_1 + C_2) + 1 \right]}$$

zero $\rightarrow \omega_c = \frac{1}{R_1 C_1}$

pólo $\rightarrow \omega_3' = \frac{1}{R_1 // R_2 (C_1 + C_2)}$

observar que $\omega_3' < \omega_3$
 (deslocamento indesejável.)

Seja: $\omega_3 > \omega_c \Rightarrow \omega_3 = m \omega_c \Rightarrow R_1 // R_2 C_2 = \frac{R_1 C_1}{m}, m > 1$

se $R_1 = k R_2$,

$$R_1 // R_2 = \frac{R_1 \cdot \frac{R_1}{k}}{R_1 + \frac{R_1}{k}} = \frac{R_1}{k+1} \Rightarrow C_2 = \frac{R_1 C_1 (k+1)}{m R_1} = \frac{(k+1)}{m} C_1$$

$$\omega_3' = \frac{1}{R_1 // R_2 \left(\frac{m}{k+1} C_2 + C_2 \right)} = \frac{1}{R_1 // R_2 C_2 \left(\frac{m}{k+1} + 1 \right)} = \frac{\frac{k+1}{m+k+1}}{R_1 // R_2 C_2}$$

para que $\omega_3' = 0,8 \omega_3$

$$\omega_3' = \frac{k+1}{m+k+1} \omega_3$$

$$\frac{k+1}{m+k+1} = 0,8 \Rightarrow k = \frac{0,8}{1-0,8} m - 1$$

$k = 4m - 1$