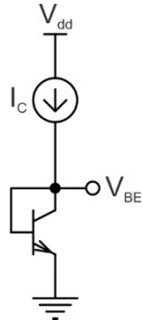


## Circuito de Referência de Tensão - Bandgap

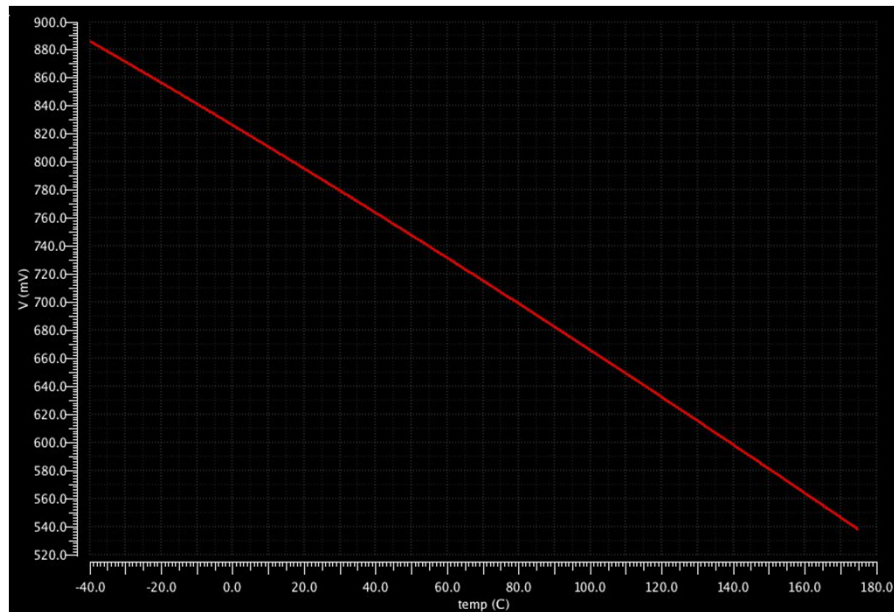
Gerador de Tensão CTAT - Complementary To Absolute Temperature



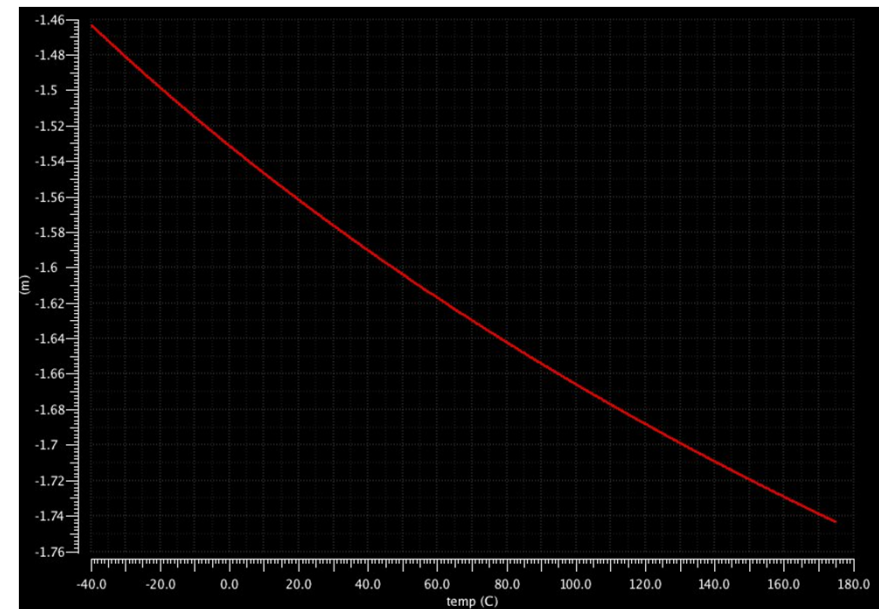
$$V_{BE} = V_{BE_0} - \alpha_c (T - T_0)$$

$$\alpha_c = -\frac{\partial V_{BE}}{\partial T}$$

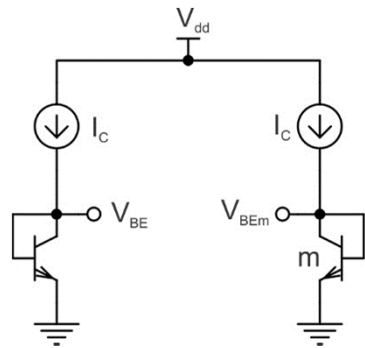
$$V_{BE} \times T$$



$$\frac{\partial V_{BE}}{\partial T} \times T$$



## Gerador de Tensão PTAT - Proportional To Absolute Temperature



$$I_C = I_S e^{\frac{V_{BE}}{n\phi_T}} = I_S e^{\frac{V_{BE}}{\frac{k_B T}{q}}}$$

$$V_{BE} - V_{BE_m} = \frac{nk_B}{q} \ln(m) T$$

$k_B \longrightarrow$  Constante de Boltzmann ( $1.38 \times 10^{-23}$ )

$q \longrightarrow$  Carga do Elétron ( $1.6 \times 10^{-19}$ )

$m \longrightarrow$  Número de Transistores em Paralelo

$n \longrightarrow$  Uma constante entre 1 e 2

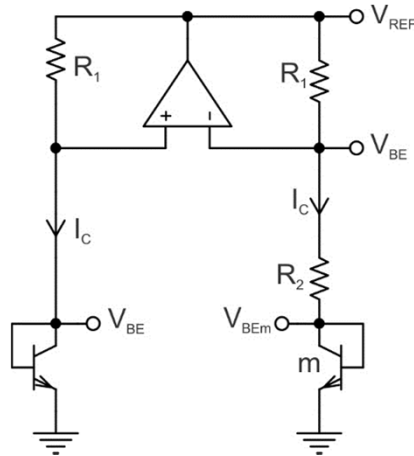
$$I_C = I_S e^{\frac{V_{BE}}{n\phi_T}}$$

$$I_C = m I_S e^{\frac{V_{BE_m}}{n\phi_T}}$$

$$I_S e^{\frac{V_{BE}}{n\phi_T}} = m I_S e^{\frac{V_{BE_m}}{n\phi_T}}$$

$$\frac{V_{BE}}{n\phi_T} = \ln(m) + \frac{V_{BE_m}}{n\phi_T} \longrightarrow V_{BE} - V_{BE_m} = n\phi_T \ln(m) \longrightarrow V_{BE} - V_{BE_m} = \ln(m) \frac{nk_B}{q} T$$

## Bandgap - CTAT e PTAT para Cancelar a Dependência da Temperatura



$$V_{BE} = V_{BE_0} - \alpha_c (T - T_0) \longrightarrow \text{CTAT}$$

$$V_{BE} - V_{BE_m} = \ln(m) \frac{nk_B}{q} T \longrightarrow \text{PTAT}$$

$$I_C = \frac{V_{BE} - V_{BE_m}}{R_2} = \frac{nk_B}{qR_2} \ln(m) T$$

$$I_C = \frac{V_{REF} - V_{BE}}{R_1} = \frac{V_{REF} - V_{BE_0} + \alpha_c (T - T_0)}{R_1}$$

$$V_{REF} = \frac{nk_B R_1}{qR_2} \ln(m) T + V_{BE_0} - \alpha_c (T - T_0)$$

Condição de insensibilidade à temperatura

$$\frac{nk_B R_1}{qR_2} \ln(m) T - \alpha_c T = 0$$

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{q\alpha_c}{nk_B \ln(m)} \longrightarrow V_{REF} = \frac{nk_B R_1}{qR_2} \ln(m) T + V_{BE_0} - \alpha_c (T - T_0) \longrightarrow V_{REF} = V_{BE_0} + \alpha_c T_0$$

## Determinação de $\alpha_c$

A corrente  $I_C$  vai variar com a temperatura, e é conveniente determinar  $\alpha_c$  levando em consideração esta variação. Este procedimento produz um resultado mais preciso.

$$I_C = I_S e^{\frac{V_{BE}}{n\phi_T}}$$

$$I_S = bT^{4-\alpha_\mu} e^{\frac{-E_g}{k_B T}} = bT^{4-\alpha_\mu} e^{\frac{-V_g}{q}}$$

$$V_{BE} = n\phi_T \ln\left(\frac{I_C}{I_S}\right)$$

$k_B \longrightarrow$  Constante de Boltzmann ( $1.38 \times 10^{-23}$ )

$E_g \longrightarrow$  Energia do bandgap do silício (1.2eV)

$V_g \longrightarrow$  Potencial de bandgap do silício (1.2V)

$\alpha_\mu \longrightarrow$  Coeficiente de temperatura da mobilidade

$b \longrightarrow$  Uma constante

## Determinação de $\alpha_c$

$$I_C = I_S e^{\frac{V_{BE}}{n\phi_T}}$$

$k_B \longrightarrow$  Constante de Boltzmann ( $1.38 \times 10^{-23}$ )

$$I_S = b T^{4-\alpha_\mu} e^{\frac{-V_g}{k_B T}}$$

$E_g \longrightarrow$  Energia do bandgap do silício (1.2eV)

$\alpha_\mu \longrightarrow$  Coeficiente de temperatura da mobilidade

$$V_{BE} = n\phi_T \ln\left(\frac{I_C}{I_S}\right)$$

$b \longrightarrow$  Uma constante

$$\frac{\partial V_{BE}}{\partial T} = n \frac{\partial \phi_T}{\partial T} \ln\left(\frac{I_C}{I_S}\right) + n\phi_T \frac{I_S}{I_C} \left( \frac{\partial I_C}{\partial T} \frac{1}{I_S} - \frac{\partial I_S}{\partial T} \frac{I_C}{I_S^2} \right)$$

$$\frac{\partial \phi_T}{\partial T} = \frac{k_B}{q} = \frac{1}{T} \frac{k_B T}{q} = \frac{\phi_T}{T} \longrightarrow \frac{\partial V_{BE}}{\partial T} = \frac{n\phi_T}{T} \ln\left(\frac{I_C}{I_S}\right) + \frac{n\phi_T}{I_C} \frac{\partial I_C}{\partial T} - \frac{n\phi_T}{I_S} \frac{\partial I_S}{\partial T}$$

## Determinação de $\alpha_c$

$$I_C = I_S e^{\frac{V_{BE}}{n\phi_T}}$$

$k_B \longrightarrow$  Constante de Boltzmann ( $1.38 \times 10^{-23}$ )

$$I_S = b T^{4-\alpha_\mu} e^{\frac{-V_g}{k_B T}}$$

$E_g \longrightarrow$  Energia do bandgap do silício (1.2eV)

$\alpha_\mu \longrightarrow$  Coeficiente de temperatura da mobilidade

$$V_{BE} = n\phi_T \ln\left(\frac{I_C}{I_S}\right)$$

$b \longrightarrow$  Uma constante

$$\frac{\partial V_{BE}}{\partial T} = n \frac{\partial \phi_T}{\partial T} \ln\left(\frac{I_C}{I_S}\right) + n\phi_T \frac{I_S}{I_C} \left( \frac{\partial I_C}{\partial T} \frac{1}{I_S} - \frac{\partial I_S}{\partial T} \frac{I_C}{I_S^2} \right)$$

$$\frac{\partial \phi_T}{\partial T} = \frac{k_B}{q} = \frac{1}{T} \frac{k_B T}{q} = \frac{\phi_T}{T} \longrightarrow \frac{\partial V_{BE}}{\partial T} = \frac{n\phi_T}{T} \ln\left(\frac{I_C}{I_S}\right) + \frac{n\phi_T}{I_C} \frac{\partial I_C}{\partial T} - \frac{n\phi_T}{I_S} \frac{\partial I_S}{\partial T}$$

$$\frac{\partial V_{BE}}{\partial T} = \frac{V_{BE}}{T} + \frac{n\phi_T}{I_C} \frac{\partial I_C}{\partial T} - \frac{n\phi_T}{I_S} \frac{\partial I_S}{\partial T}$$

$$I_C = \frac{V_{BE} - V_{BE_m}}{R_2} = \frac{nk_B}{qR_2} \ln(m) T \longrightarrow \frac{\partial V_{BE}}{\partial T} = \frac{V_{BE}}{T} + \frac{n\phi_T}{\frac{nk_B}{qR_2} \ln(m) T} \frac{nk_B}{qR_2} \ln(m) - \frac{n\phi_T}{I_S} \frac{\partial I_S}{\partial T}$$

$$\frac{\partial V_{BE}}{\partial T} = \frac{V_{BE}}{T} + \frac{n\phi_T}{T} - \frac{n\phi_T}{I_S} \frac{\partial I_S}{\partial T}$$

## Determinação de $\alpha_c$

$$I_C = I_S e^{\frac{V_{BE}}{n\phi_T}}$$

$$I_S = bT^{4-\alpha_\mu} e^{\frac{-V_g}{k_B T}}$$

$$V_{BE} = n\phi_T \ln\left(\frac{I_C}{I_S}\right)$$

$k_B \longrightarrow$  Constante de Boltzmann ( $1.38 \times 10^{-23}$ )

$E_g \longrightarrow$  Energia do bandgap do silício (1.2eV)

$\alpha_\mu \longrightarrow$  Coeficiente de temperatura da mobilidade

$b \longrightarrow$  Uma constante

$$\frac{\partial I_S}{\partial T} = \frac{(4 - \alpha_\mu) b T^{4-\alpha_\mu} e^{\frac{-V_g}{k_B T}}}{T} + \frac{b T^{4-\alpha_\mu} e^{\frac{-V_g}{k_B T}}}{\frac{k_B T}{q} T} V_g$$

## Determinação de $\alpha_c$

$$I_C = I_S e^{\frac{V_{BE}}{n\phi_T}}$$

$$I_S = bT^{4-\alpha_\mu} e^{\frac{-V_g}{k_B T}}$$

$$V_{BE} = n\phi_T \ln\left(\frac{I_C}{I_S}\right)$$

$k_B \longrightarrow$  Constante de Boltzmann ( $1.38 \times 10^{-23}$ )

$E_g \longrightarrow$  Energia do bandgap do silício (1.2eV)

$\alpha_\mu \longrightarrow$  Coeficiente de temperatura da mobilidade

$b \longrightarrow$  Uma constante

$$\frac{\partial I_S}{\partial T} = \frac{(4 - \alpha_\mu) b T^{4-\alpha_\mu} e^{\frac{-V_g}{k_B T}}}{T} + \frac{b T^{4-\alpha_\mu} e^{\frac{-V_g}{k_B T}}}{\frac{k_B T}{q}} V_g \longrightarrow \frac{\partial I_S}{\partial T} = \left( \frac{(4 - \alpha_\mu)}{T} + \frac{V_g}{\phi_T T} \right) I_S$$

$$\frac{\partial I_S}{\partial T} = \left( \frac{(4 - \alpha_\mu)}{T} + \frac{V_g}{\phi_T T} \right) I_S \longrightarrow \frac{\partial V_{BE}}{\partial T} = \frac{V_{BE}}{T} + \frac{n\phi_T}{T} - \frac{n\phi_T}{I_S} \frac{\partial I_S}{\partial T}$$

$$\frac{\partial V_{BE}}{\partial T} = \frac{V_{BE} - n(3 - \alpha_\mu)\phi_T - nV_g}{T} \xrightarrow{\alpha_c \text{ em } T=T_0} \alpha_c = - \frac{\partial V_{EB}}{\partial T} \Big|_{T=T_0} = - \frac{V_{BE_0} - n(3 - \alpha_\mu)\phi_{T_0} - nV_g}{T_0}$$



## Cálculo de $R_1/R_2$ e $V_{REF}$

$$\alpha_c = -\frac{V_{BE_0} - n(3 - \alpha_\mu)\phi_{T_0} - nV_g}{T_0}$$

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{q\alpha_c}{nk_B \ln(m)}$$

$$V_{REF} = V_{BE_0} + \alpha_c T_0$$

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{q\alpha_c}{nk_B \ln(m)} = -\frac{q}{nk_B \ln(m)} \frac{V_{BE_0} - n(3 - \alpha_\mu)\phi_{T_0} - nV_g}{T_0} \rightarrow \frac{R_1}{R_2} = \frac{1}{n \ln(m)} \left( \frac{nV_g}{\phi_{T_0}} - \frac{V_{BE_0}}{\phi_{T_0}} + n(3 - \alpha_\mu) \right)$$

$$V_{REF} = V_{BE_0} + \alpha_c T_0 \rightarrow V_{REF} = nV_g + n(3 - \alpha_\mu)\phi_{T_0} \leftarrow \text{Origem da denominação bandgap}$$

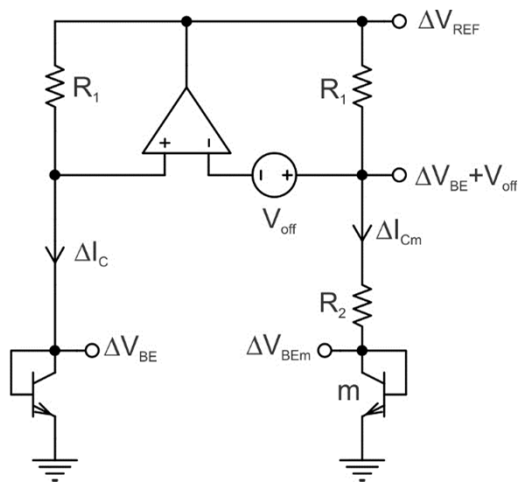
## Cálculo de $R_1$ e $R_2$ em função de $I_{C_0}$

$$I_C = \frac{V_{REF} - V_{BE_0} + \alpha_c(T - T_0)}{R_1} \xrightarrow{\text{Em } T=T_0} I_{C_0} = \frac{V_{REF} - V_{BE_0}}{R_1} \rightarrow R_1 = \frac{nV_g + n(3 - \alpha_\mu)\phi_{T_0} - V_{BE_0}}{I_{C_0}}$$

$$R_1 = \frac{nV_g + n(3 - \alpha_\mu)\phi_{T_0} - V_{BE_0}}{I_{C_0}} \rightarrow \frac{R_1}{R_2} = \frac{1}{n \ln(m)} \left( \frac{nV_g}{\phi_{T_0}} - \frac{V_{BE_0}}{\phi_{T_0}} + n(3 - \alpha_\mu) \right) \rightarrow R_2 = \frac{n\phi_{T_0}}{I_{C_0}} \ln(m)$$

## Tensão de Offset do OpAmp

A tensão de offset de entrada do OpAmp afeta a tensão de referência, diminuindo a precisão do bandgap. É conveniente ter uma estimativa desse erro.



$gm_{bjt}$  → Transcondutância do transistor bipolar

$$gm_{bjt}\Delta V_{BE} + \frac{\Delta V_{BE} - \Delta V_{REF}}{R_1} = 0$$

$$\frac{\Delta V_{BE} + V_{off}}{R_2 + \frac{1}{mgm_{bjt}}} + \frac{\Delta V_{BE} + V_{off} - \Delta V_{REF}}{R_1} = 0$$

$$\Delta V_{REF} = \frac{(1 + mgm_{bjt}(R_1 + R_2))(1 + gm_{bjt}R_1)}{R_1 gm_{bjt}(1 - m + mgm_{bjt}R_2)} V_{off}$$

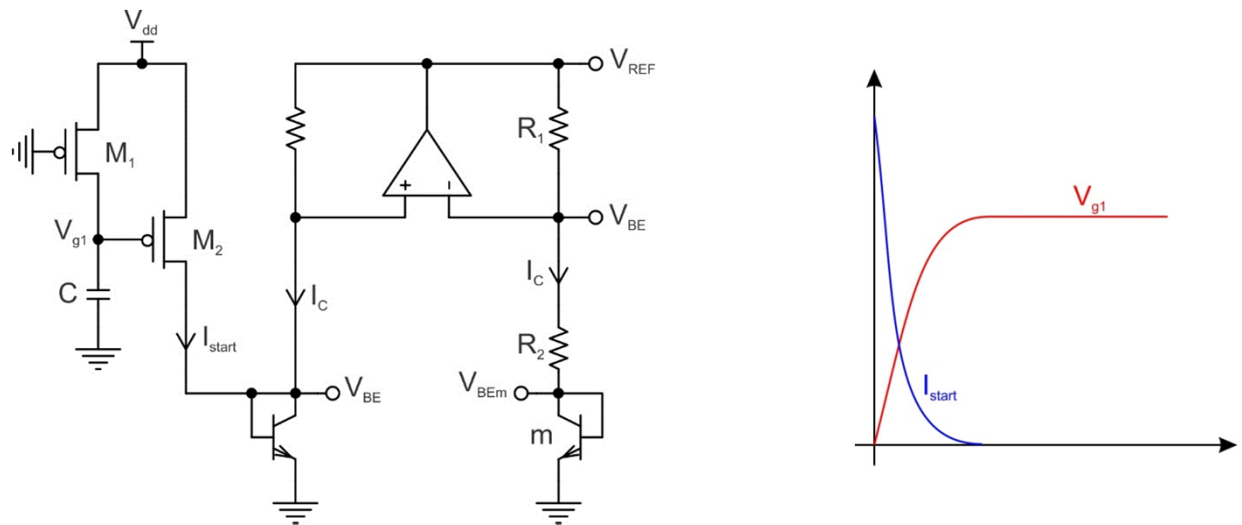
$$R_2 = \frac{n\phi_{T_0} \ln(m)}{I_{C_0}} \rightarrow I_{C_0} = \frac{n\phi_{T_0} \ln(m)}{R_2}$$

$$gm_{bjt} = \frac{I_{C_0}}{n\phi_{T_0}} \rightarrow gm_{bjt} = \frac{\ln(m)}{R_2}$$

$$\Delta V_{REF} = \frac{\left(1 + m \ln(m) \left(1 + \frac{R_1}{R_2}\right)\right) \left(1 + \ln(m) \frac{R_1}{R_2}\right)}{\ln(m) (1 - m + m \ln(m)) \frac{R_1}{R_2}} V_{off}$$

## Circuito de Startup

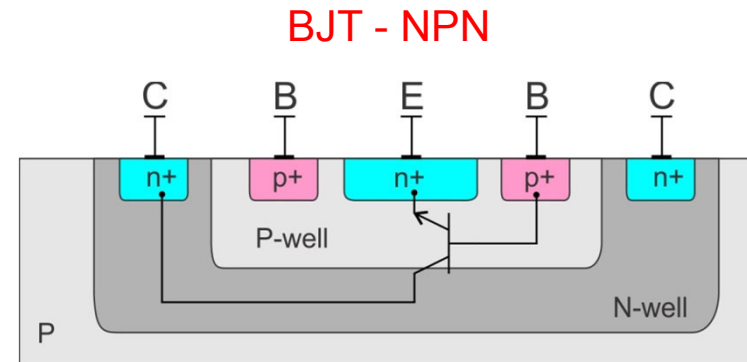
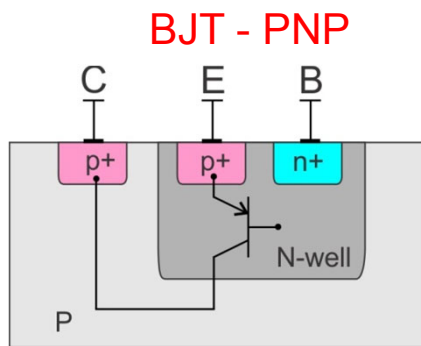
O circuito de bandgap possui dois pontos de equilíbrio: um quando todas as correntes são iguais a zero e  $V_{REF}=0$ ; outro quando as correntes são diferentes de zero, situação desejável. Porém, quando o circuito é ligado, as correntes estão em zero, e o ponto de equilíbrio em  $V_{REF}=0$  pode ser dominante. É necessário um circuito de startup para evitar a partida com as correntes iguais a zero, e definir o ponto de equilíbrio longe desta condição.



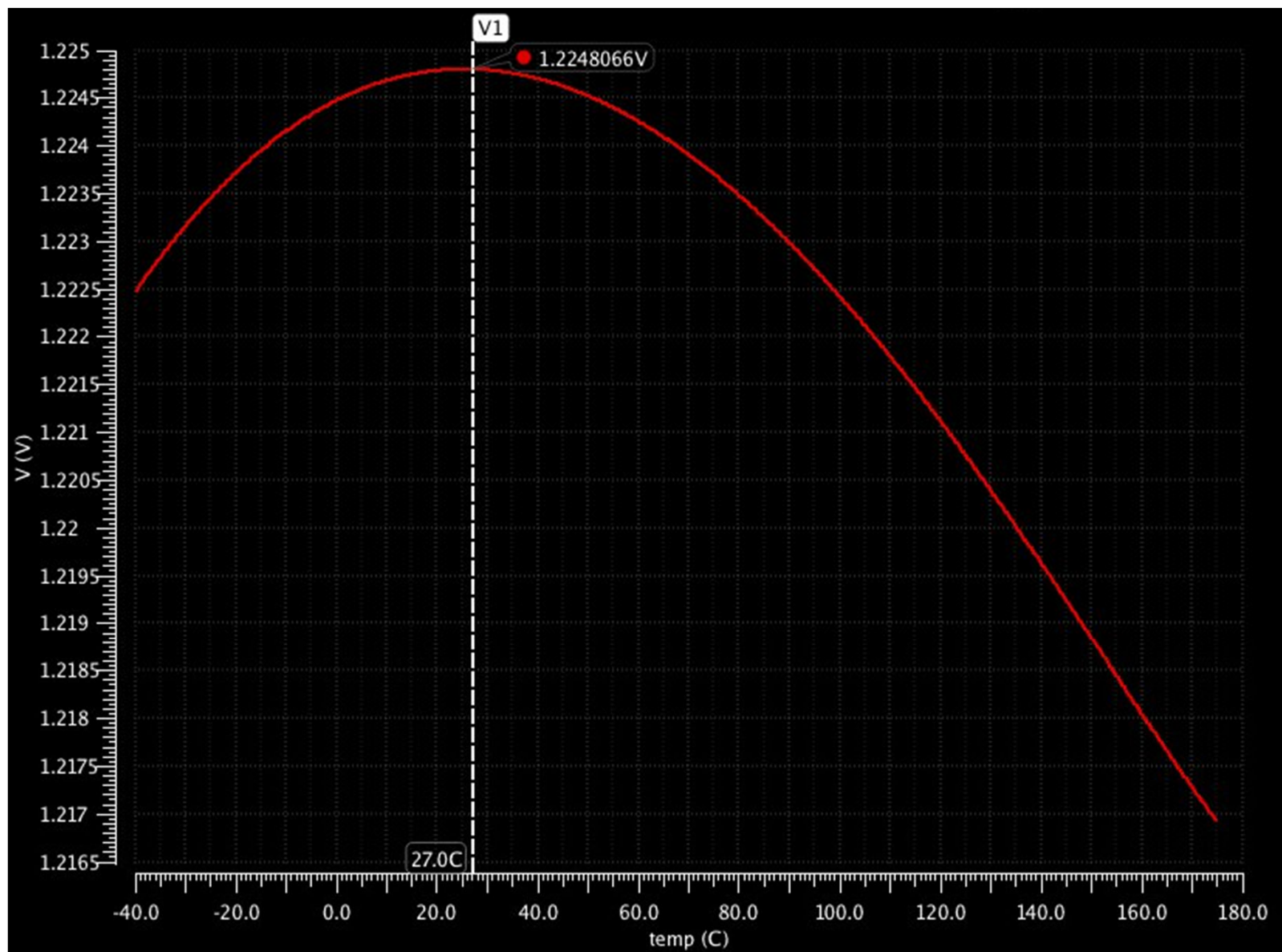
Na partida,  $V_{g1}=0$  e a corrente  $I_{start}$  é elevada. Rapidamente o capacitor se carrega até  $V_{dd}$  e a corrente  $I_{start}$  vai a zero. Isto é suficiente para definir o ponto de equilíbrio com as correntes diferentes de zero.

## Transistor Bipolar PNP e NPN Vertical

Nos processos CMOS de substrato P é muito fácil implementar um transistor bipolar PNP, com coletor aterrado. São denominados transistores verticais, pois seguem a ordem de uma pilha de camadas P (emissor), N (base) e P (coletor). O ganho de corrente  $\beta$  é pequeno, e dependente da temperatura. Isto causa imprecisão na análise realizada anteriormente para a tensão de referência, pois a corrente de emissor é a soma da corrente de coletor com a da base. O transistor NPN, apesar de ter uma implementação mais complexa, possui características superiores.



## Gráfico da Tensão de um Bandgap



**Final deste  
Tópico**