

# Amplificadores de Potência

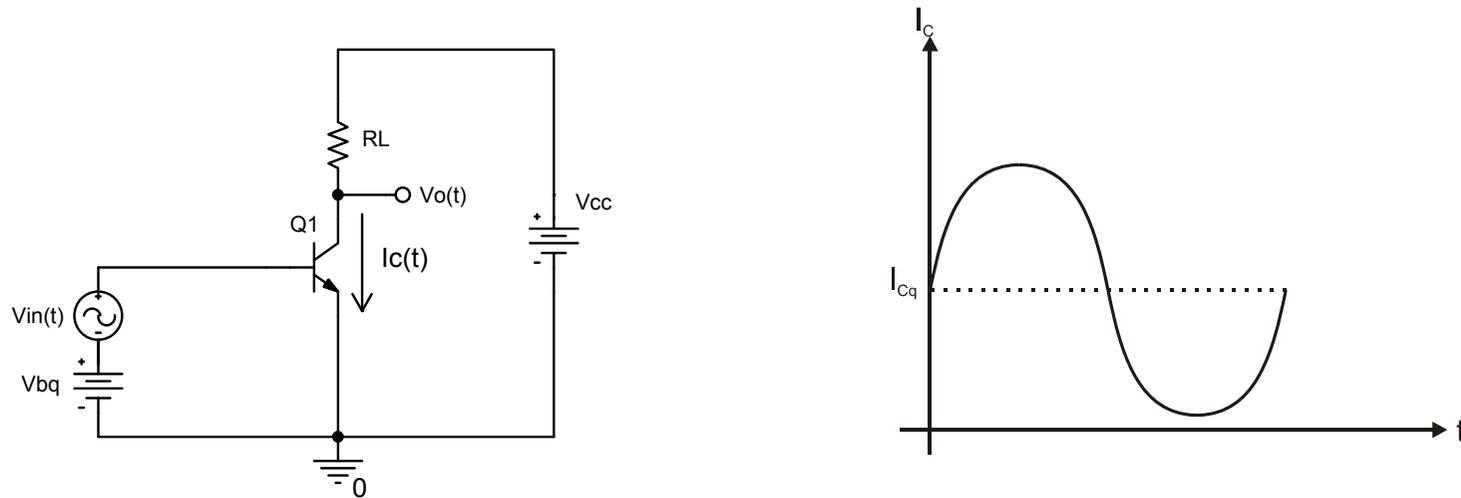
## Eficiência

Razão entre a potência útil e a potência total fornecida pelas fontes de alimentação.

$$\eta = \frac{\sum \overline{P}_L}{\sum \overline{P}_{Vcc}}$$

Potência desperdiçada: 
$$\overline{P}_{Desp} = \sum \overline{P}_{Vcc} - \sum \overline{P}_L = \sum \overline{P}_L \left( \frac{1}{\eta} - 1 \right)$$

# Amplificador Classe A



$$V_o(t) = V_{CC} - I_C(t)R_L = V_{CC} - I_{Cq}R_L - I_m \sin(\omega t)R_L$$

$$V_o(t) = V_{CC} - I_C(t)R_L = V_{Cq} + v_o(t) = V_{Cq} - V_m \sin(\omega t) \longrightarrow \begin{aligned} V_{Cq} &= V_{CC} - I_{Cq}R_L \\ V_m &= I_m R_L \end{aligned}$$

$$I_{V_{CC}}(t) = \frac{V_{CC} - V_o(t)}{R_L} = \frac{V_{CC} - V_{Cq} + V_m \sin(\omega t)}{R_L}$$

$$P_{V_{CC}}(t) = I_{V_{CC}}(t)V_{CC} = \frac{V_{CC}^2 - V_{CC}V_{Cq} + V_{CC}V_m \sin(\omega t)}{R_L}$$

Potência média fornecida pela fonte:

$$\bar{P}_{V_{CC}} = \frac{1}{T} \int_0^T \frac{V_{CC}^2 - V_{CC}V_{Cq} + V_{CC}V_m \sin(\omega t)}{R_L} dt = \frac{V_{CC}^2 - V_{CC}V_{Cq}}{R_L}$$

Potência média dissipada na carga:

$$P_L(t) = \frac{(V_{CC} - V_o(t))^2}{R_L} = \frac{V_{CC}^2 - 2V_{CC}V_o(t) + V_o^2(t)}{R_L}$$

$$V_o(t) = V_{Cq} - V_m \sin(\omega t)$$

$$\bar{P}_L = \frac{1}{T} \int_0^T \frac{V_{CC}^2 - 2V_{CC}V_o(t) + V_o^2(t)}{R_L} dt = \frac{V_{CC}^2 - 2V_{CC}V_{Cq} + V_{Cq}^2 + V_m^2/2}{R_L}$$

Potência útil na carga  $\longrightarrow \bar{P}_L = \frac{V_m^2}{2R_L}$

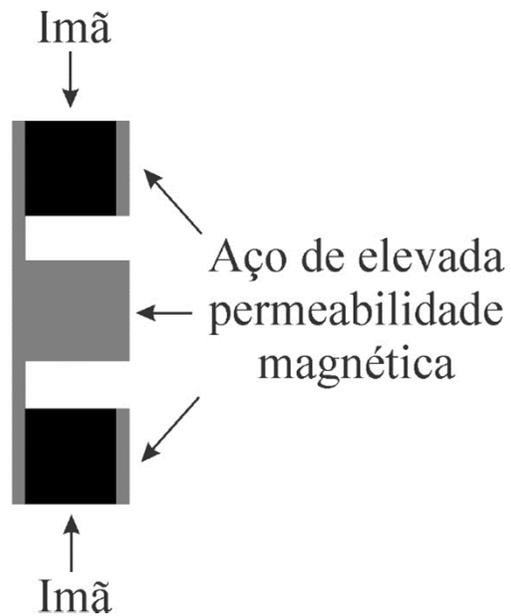
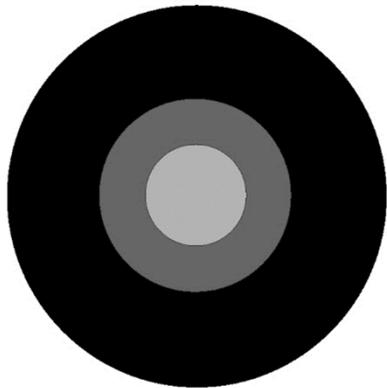
Assumindo excursão máxima e simétrica  $\longrightarrow V_m = V_{Cq} = \frac{V_{CC}}{2}$

$$V_m = V_{Cq} = \frac{V_{CC}}{2} \quad \bar{P}_{V_{CC}} = \frac{V_{CC}^2 - V_{CC}V_{Cq}}{R_L} \quad \bar{P}_L = \frac{V_m^2}{2R_L}$$

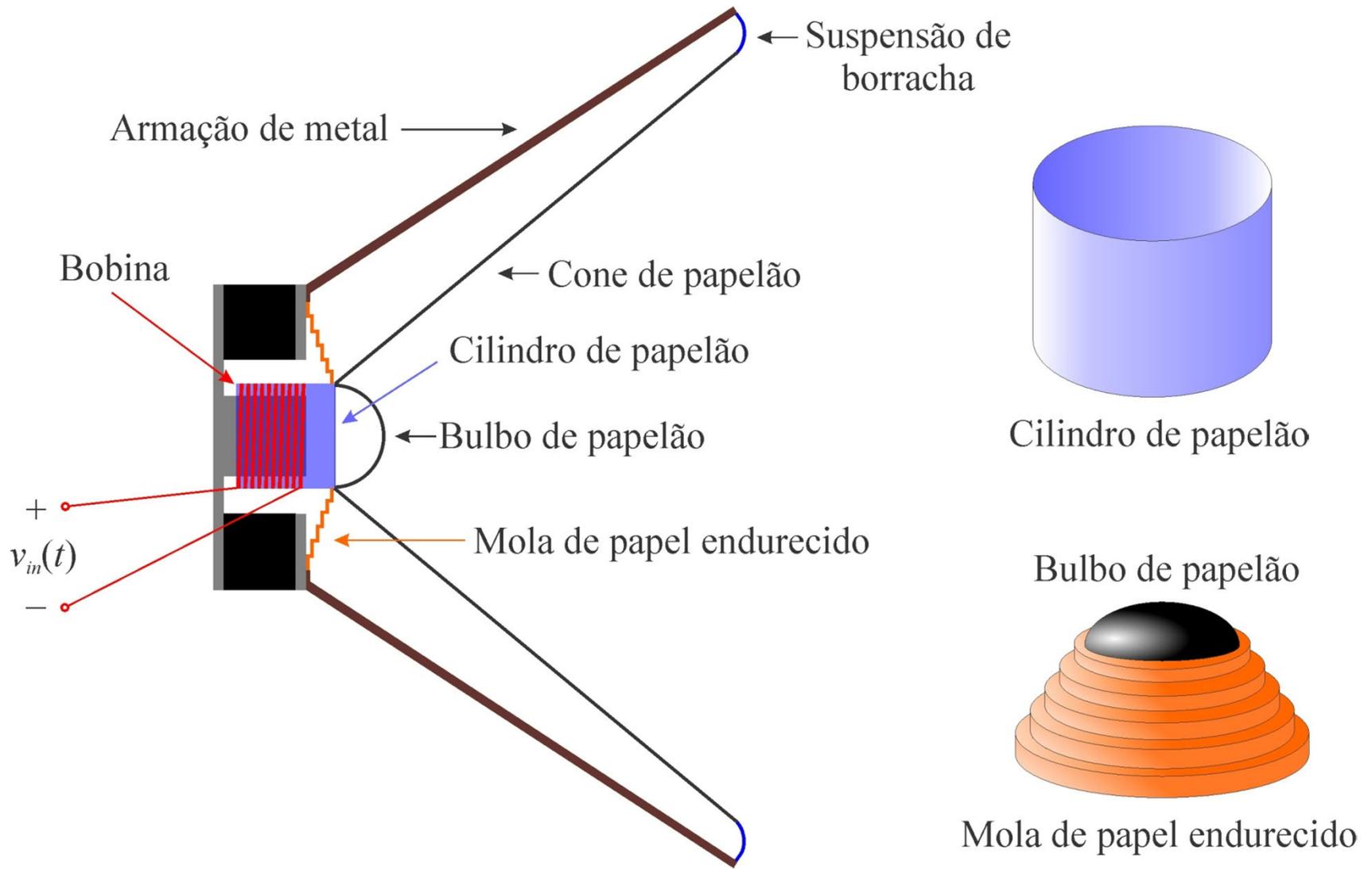
$$\left\{ \begin{array}{l} \bar{P}_{V_{CC}} = \frac{V_{CC}^2}{2R_L} \\ \bar{P}_L = \frac{V_{CC}^2}{8R_L} \end{array} \right. \longrightarrow \text{Eficiência total} \longrightarrow \boxed{\eta = \frac{V_{CC}^2}{4V_{CC}^2} = 25\%}$$

## Alto-falante

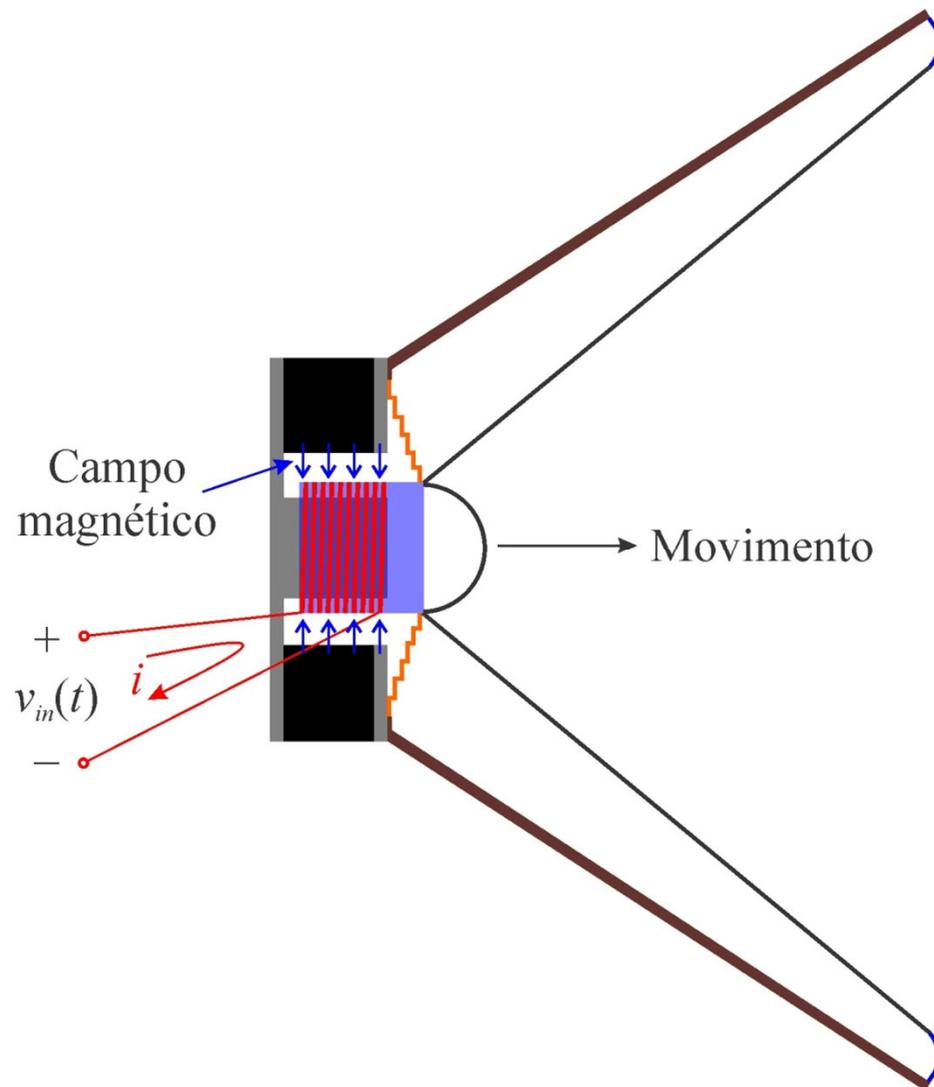
Imã do alto-falante



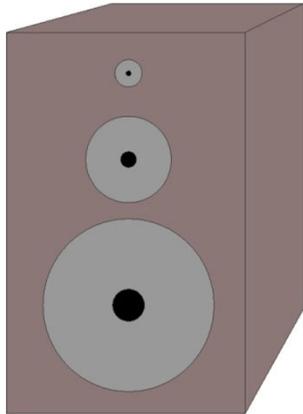
# Estrutura do alto-falante



## Funcionamento do alto-falante



## Caixa de som



Agudo (tweeter) - 5k a 20kHz

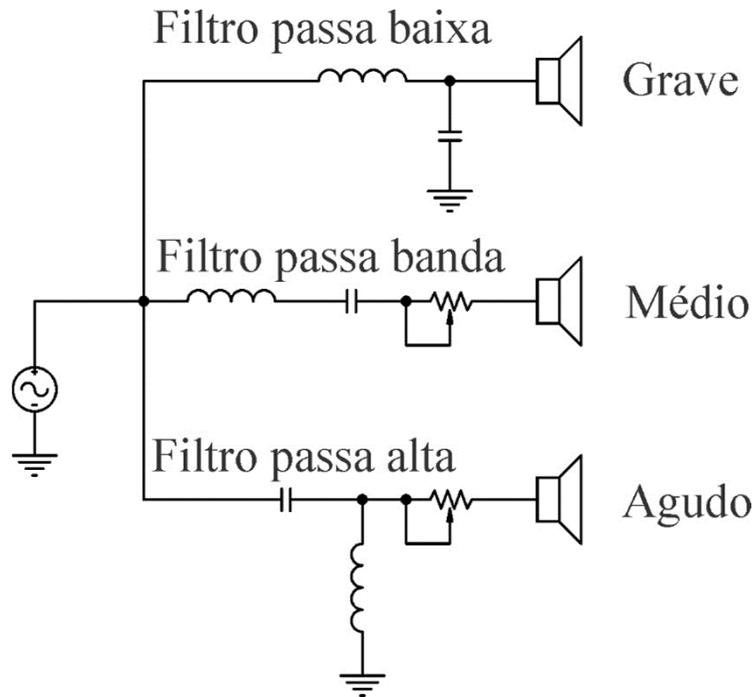
Médio - 500 a 5kHz

Grave (woofer) - 20 a 500Hz

Caixa de Som

A caixa de som é composta por vários alto-falantes, uma para cada faixa de frequência. O projeto da caixa de som deve levar em consideração as ressonâncias acústicas que ocorrem devido ao volume finito. Essas ressonâncias devem ser tratadas de forma que a resposta em frequência da caixa de som seja aproximadamente plana na faixa de 20 a 20kHz.

## Rede divisora de frequências

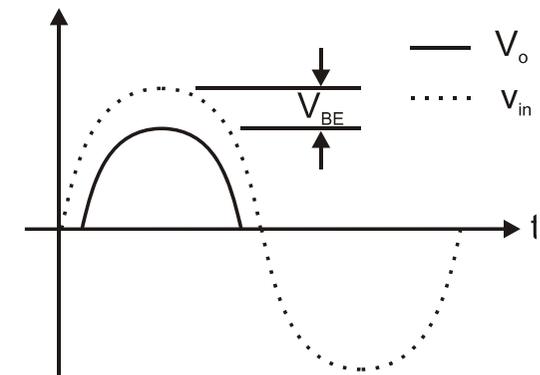
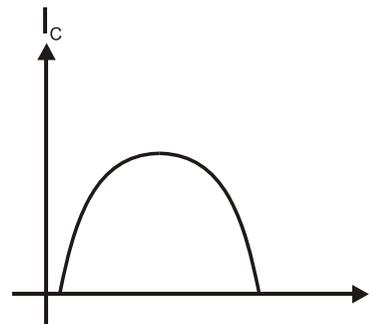
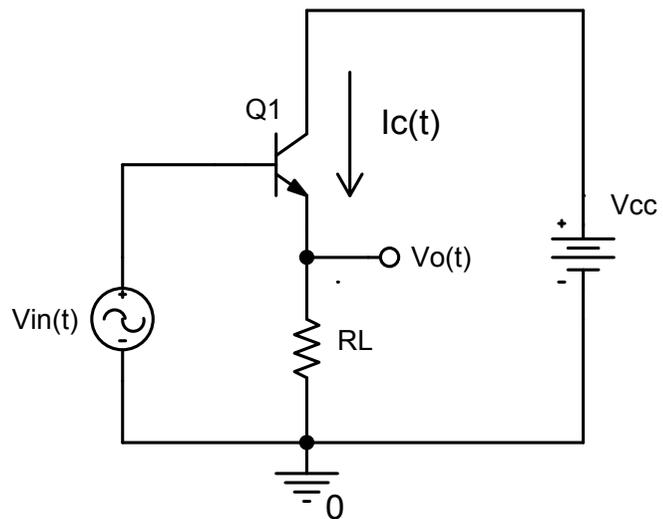


Rede divisora de 3 vias

Rede Divisora

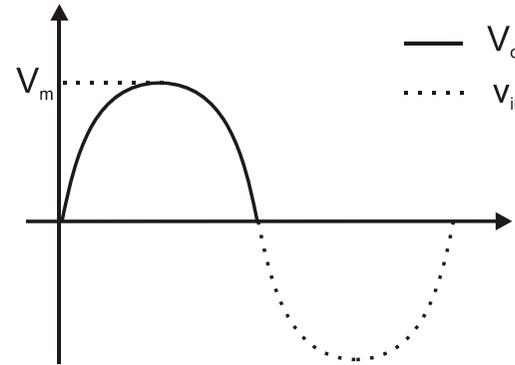
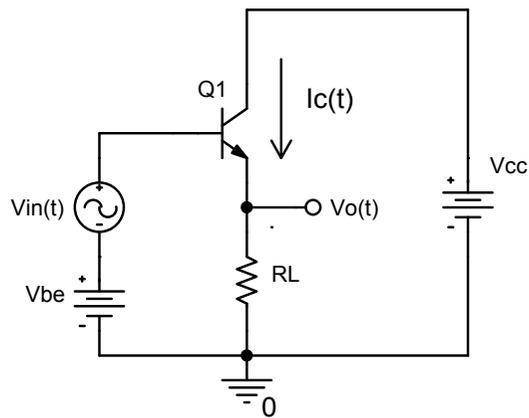
Para que cada alto-falante opere somente dentro da faixa de frequência a qual foi projetado, é necessário que o sinal de saída do amplificador de potência seja separado em frequência. Isto é feito através de filtros passivos passa baixa, passa banda e passa alta. Os potenciômetros de fio servem para equalizar o ganho dos alto-falantes, uma vez que suas eficiências não são iguais.

## Amplificador Classe B



O amplificador classe B opera somente com meio ciclo de senoide, positivo ou negativo. Neste caso, o ângulo de condução é igual a  $180^\circ$ .

## Compensação de $V_{BE}$



## Eficiência

$$\bar{P}_L = \frac{1}{T} \int_0^{T/2} \frac{V_m^2 \sin^2(\omega t)}{R_L} dt = \frac{V_m^2}{4R_L}$$

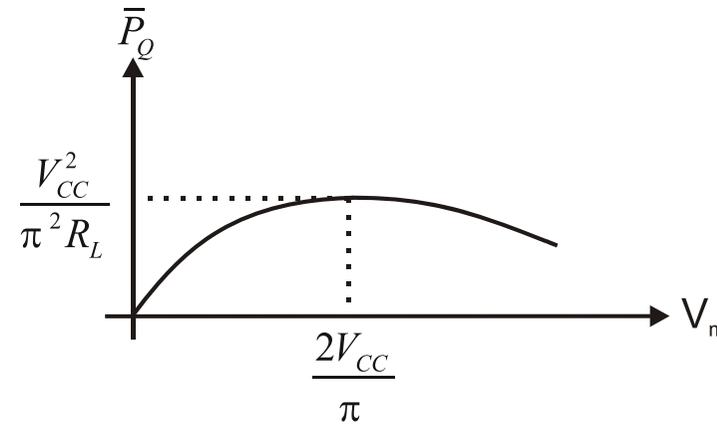
$$\bar{P}_{V_{CC}} = \frac{1}{T} \int_0^{T/2} V_{CC} I_C(t) dt = \frac{1}{T} \int_0^{T/2} \frac{V_{CC} V_m \sin(\omega t)}{R_L} dt = \frac{V_{CC} V_m}{\pi R_L}$$

$$\eta = \frac{\bar{P}_L}{\bar{P}_{V_{CC}}} = \frac{\pi V_m}{4 V_{CC}} \longrightarrow V_m = V_{CC} \longrightarrow \boxed{\eta_{MAX} = \frac{\pi}{4} \cong 78.5\%}$$

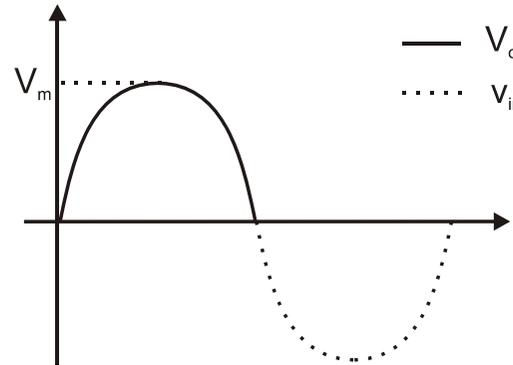
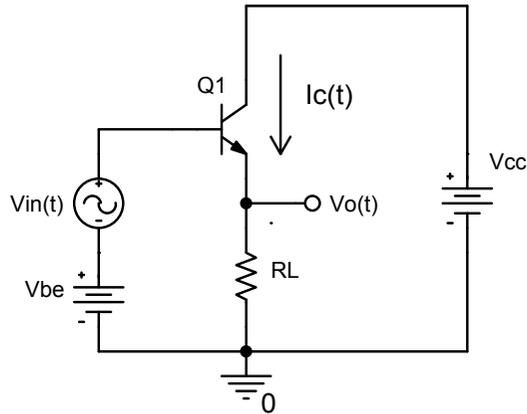
## Potência máxima dissipada no transistor

$$\bar{P}_Q = \bar{P}_{V_{CC}} - \bar{P}_L = \frac{V_{CC}V_m}{\pi R_L} - \frac{V_m^2}{4R_L}$$

$$\bar{P}_{Q\max} = \frac{V_{CC}^2}{\pi^2 R_L}$$



# Distorção Harmônica Total - THD



$$v_o(t) = V_0 + \sum_{n=1}^{\infty} V_n \sin(n\omega_0 t + \phi_n) = V_0 + \sum_{n=1}^{\infty} [A_n \sin(n\omega_0 t) + B_n \cos(n\omega_0 t)]$$

$$v_o(t) = V_0 + \sum_{n=1}^{\infty} V_n \sin(n\omega_0 t + \phi_n) = V_0 + A_1 \sin(\omega_0 t) + B_1 \cos(\omega_0 t) + \sum_{n=2}^{\infty} [A_n \sin(n\omega_0 t) + B_n \cos(n\omega_0 t)]$$

$$THD = \frac{\sqrt{\sum_{n=2}^{\infty} V_n^2}}{V_1} = \frac{\sqrt{\sum_{n=2}^{\infty} [A_n^2 + B_n^2]}}{\sqrt{A_1^2 + B_1^2}}$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{T} \int_0^T A_n \sin(n\omega_0 t) A_m \sin(m\omega_0 t) dt &= 0 \\ \frac{1}{T} \int_0^T B_n \cos(n\omega_0 t) B_m \cos(m\omega_0 t) dt &= 0 \end{aligned} \right\} \rightarrow m \neq n$$

$$\frac{1}{T} \int_0^T A_n \sin(n\omega_0 t) B_m \cos(m\omega_0 t) dt = 0$$

$$v_o(t) = V_0 + \sum_{n=1}^{\infty} [A_n \sin(n\omega_0 t) + B_n \cos(n\omega_0 t)]$$

$$THD = \frac{\sqrt{\sum_{n=2}^{\infty} [A_n^2 + B_n^2]}}{\sqrt{A_1^2 + B_1^2}}$$

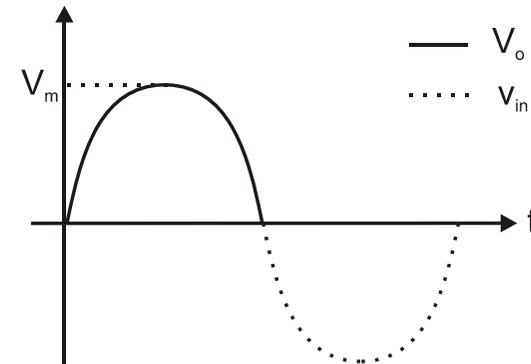


$$\begin{cases} V_0 = \frac{1}{T} \int_0^T v_o(t) dt \\ A_n = \frac{2}{T} \int_0^T v_o(t) \sin(n\omega_0 t) dt \\ B_n = \frac{2}{T} \int_0^T v_o(t) \cos(n\omega_0 t) dt \end{cases}$$

$$V_0 = \frac{1}{T} \int_0^{T/2} V_m \sin(\omega_0 t) dt = \frac{V_m}{\pi}$$

$$A_n = \frac{2}{T} \int_0^{T/2} V_m \sin(\omega_0 t) \sin(n\omega_0 t) dt = \begin{cases} V_m/2, n=1 \\ 0, n>1 \end{cases}$$

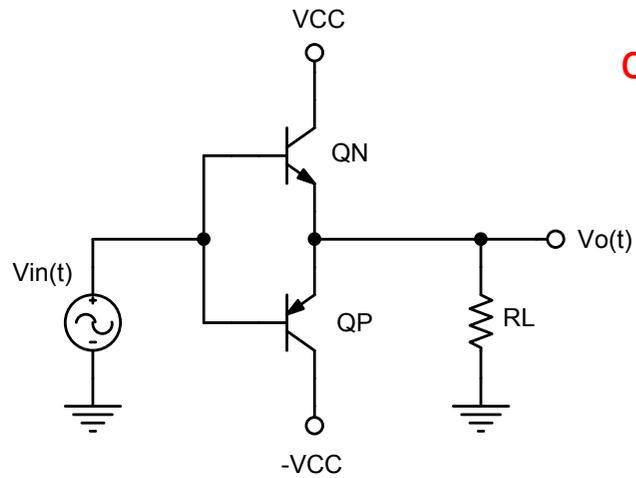
$$B_n = \frac{2}{T} \int_0^{T/2} V_m \sin(\omega_0 t) \cos(n\omega_0 t) dt = \begin{cases} 0, \text{ para } n \text{ ímpar} \\ -\frac{2V_m}{\pi(n^2 - 1)}, \text{ para } n \text{ par} \end{cases}$$



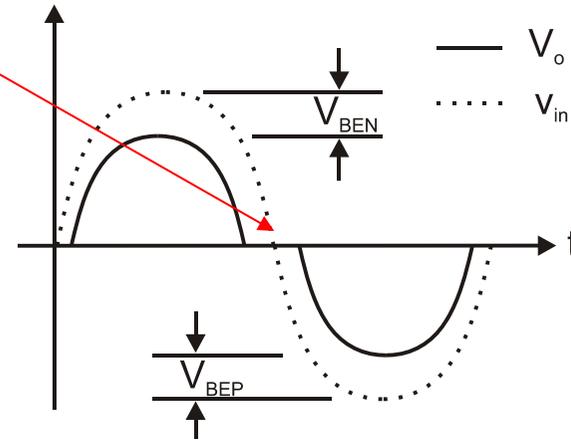
$$v_o(t) = \frac{V_m}{\pi} + \frac{V_m}{2} \sin(\omega_0 t) - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2V_m}{\pi((2n)^2 - 1)} \cos(2n\omega_0 t)$$

$$THD = \frac{\sqrt{\sum_{n=1}^{\infty} \left[ \frac{2V_m}{\pi((2n)^2 - 1)} \right]^2}}{\frac{V_m}{2}} = 43.52\%$$

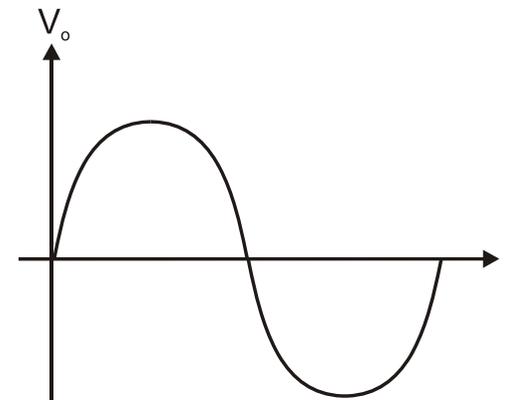
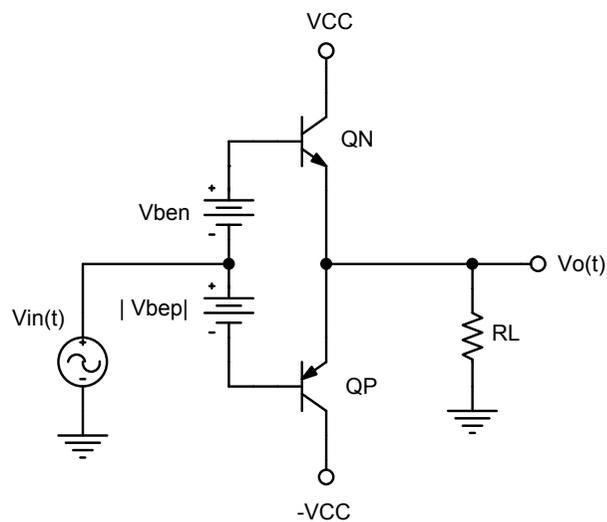
# Amplificador Push-Pull



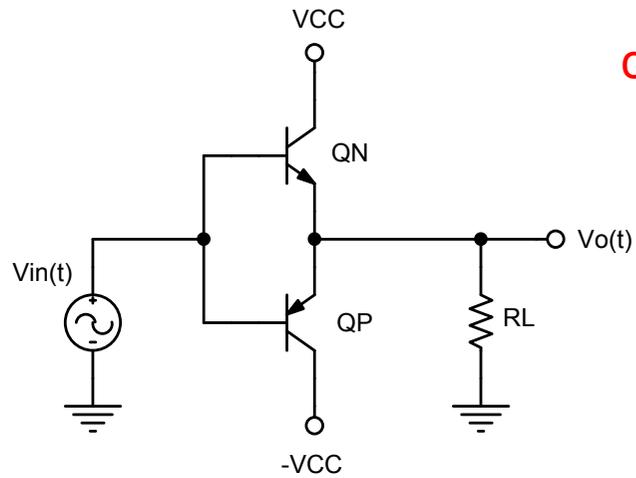
crossover



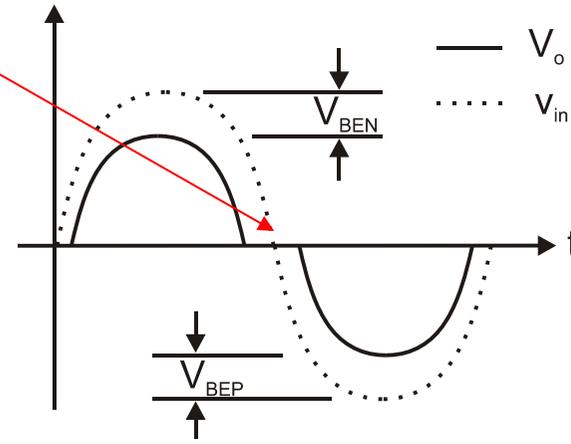
## Compensação de crossover



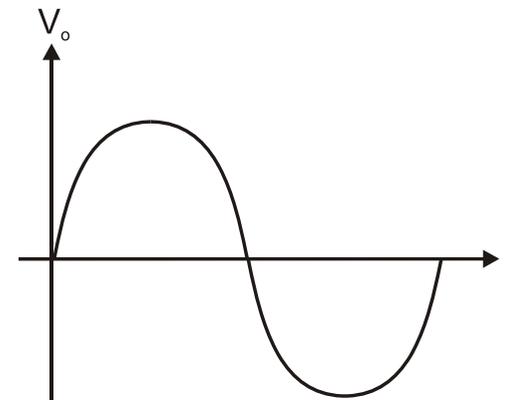
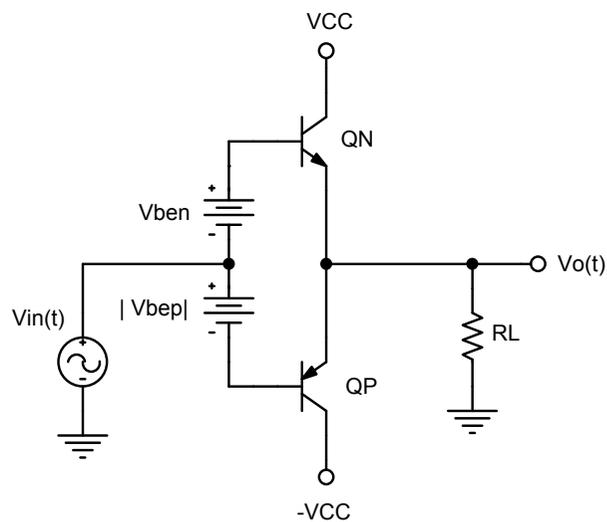
# Amplificador Push-Pull



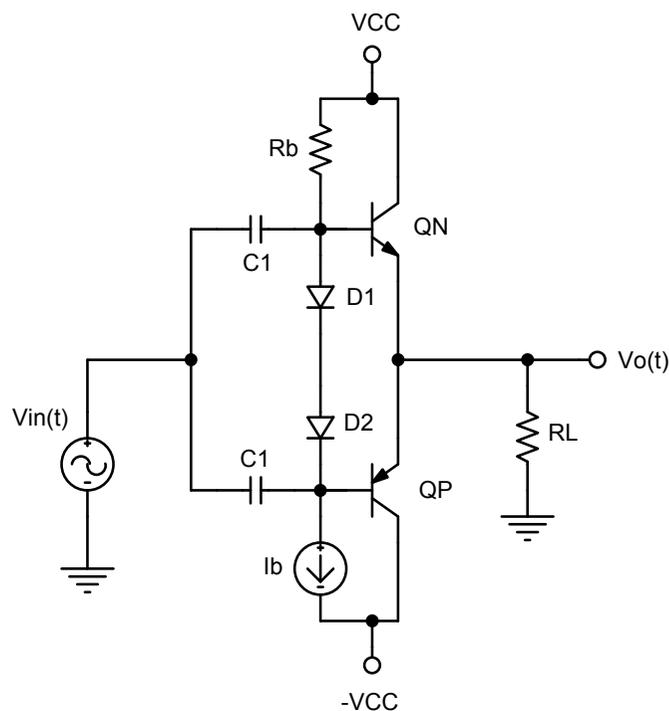
crossover



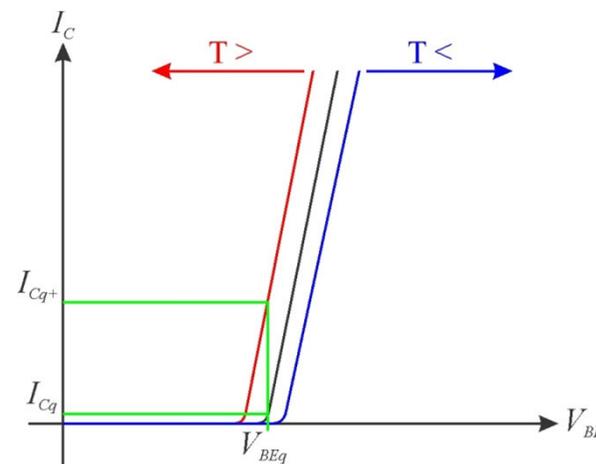
## Compensação de crossover



## Polarização com diodos

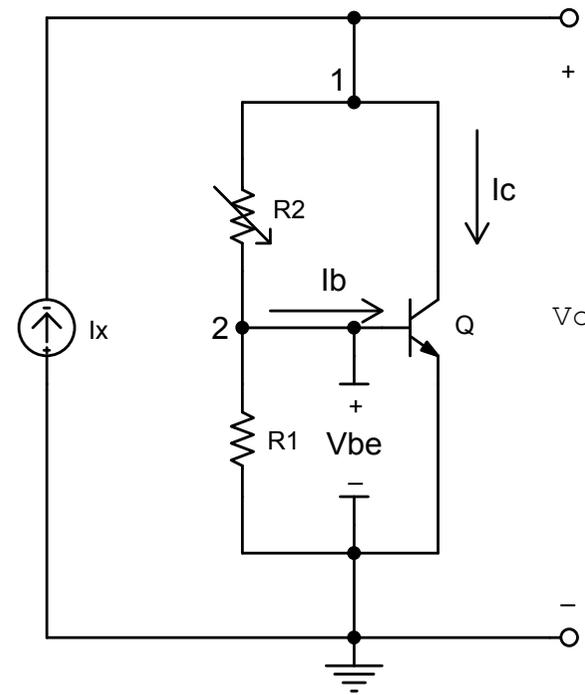
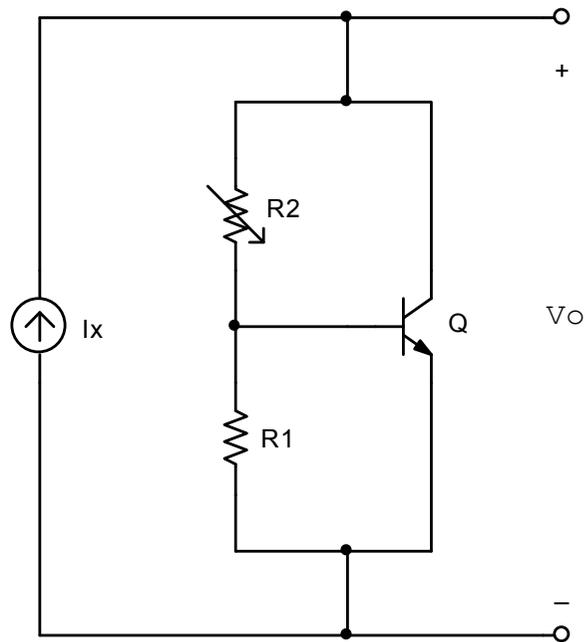


Com a polarização por diodos, é possível manter estabilidade térmica, mas é muito difícil controlar a corrente de polarização dos transistores, pois a junção PN do diodo possui características ligeiramente diferentes que a do transistor.



## Multiplicador de $V_{BE}$

Com o multiplicador de  $V_{BE}$ , é possível manter a estabilidade térmica e também estabelecer com precisão a corrente de polarização dos transistores.



$$\begin{cases} \frac{V_o - V_{BE}}{R_2} + I_C = I_x \\ \frac{V_{BE} - V_o}{R_2} + \frac{V_{BE}}{R_1} + I_B = 0 \\ I_C = \beta I_B \end{cases} \longrightarrow V_o = \left( 1 + \frac{\beta R_2}{\beta + 1 R_1} \right) V_{BE} + \frac{R_2}{\beta + 1} I_x$$

Desejamos esta aproximação  $\longrightarrow V_o = \left( 1 + \frac{R_2}{R_1} \right) V_{BE}$

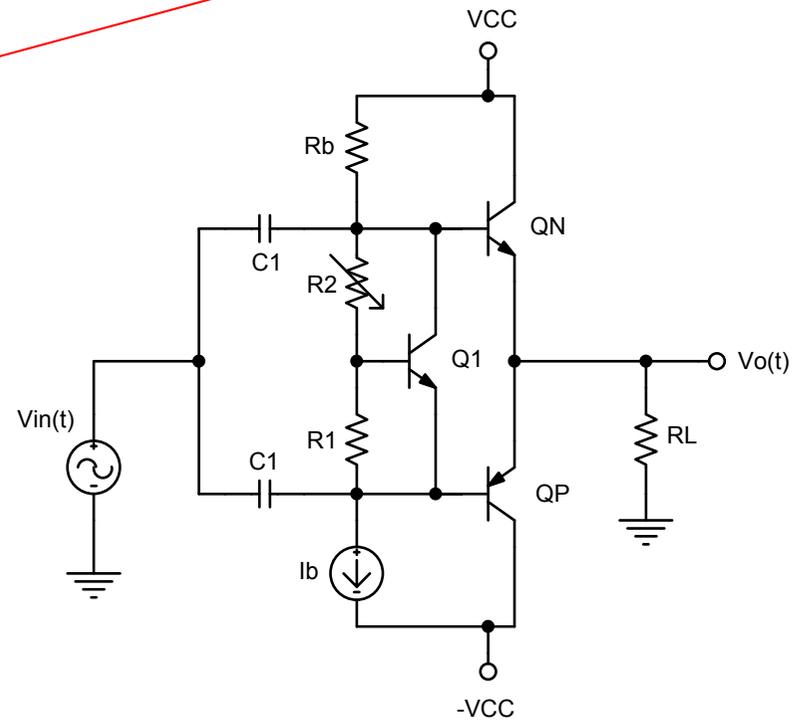
$$\beta \gg 1 \rightarrow \frac{\beta}{\beta+1} \cong 1 \rightarrow V_o = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) V_{BE} + \frac{R_2}{\beta+1} I_x$$

$$\left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) V_{BE} \gg \frac{R_2}{\beta+1} I_x \rightarrow R_2 \ll \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \frac{\beta+1}{I_x} V_{BE} \rightarrow V_o = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) V_{BE}$$

$$R_1 \ll \frac{\beta+1}{\left(\frac{1}{V_{BE}} - \frac{1}{V_o}\right) I_x}$$

Para garantir que o transistor polarize, devemos garantir que

$$R_1 I_x \geq V_{BE}$$



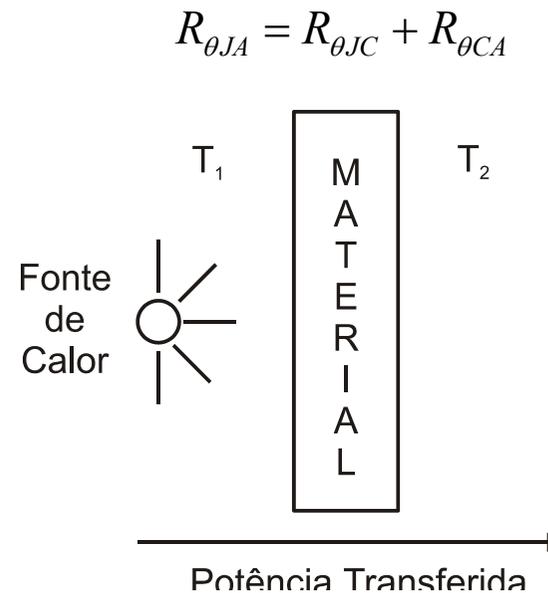
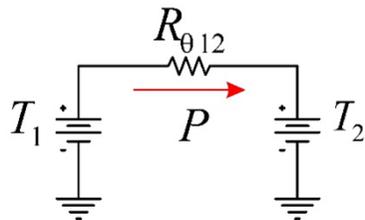
# Dissipadores de Calor

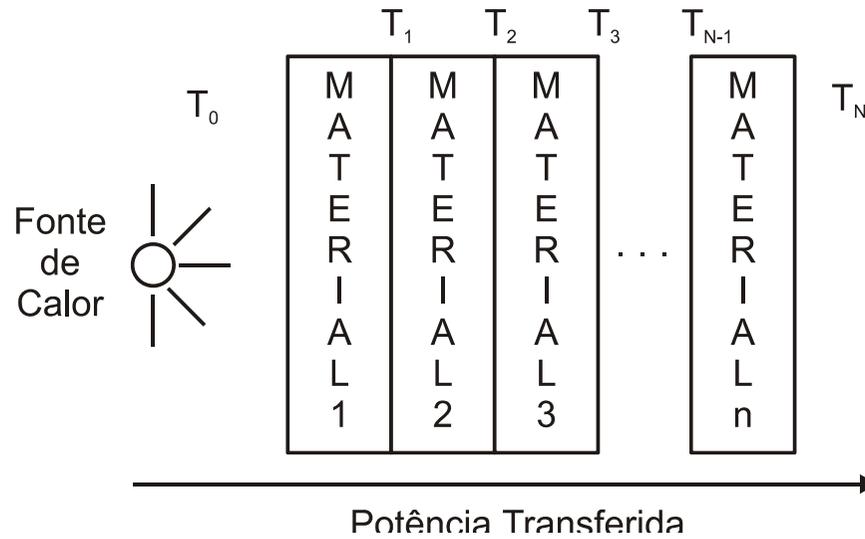
O objetivo destas dispositivos é dar vazão ao calor produzido na junção dos transistores de potência, impedindo que eles queimem.

## Resistência térmica

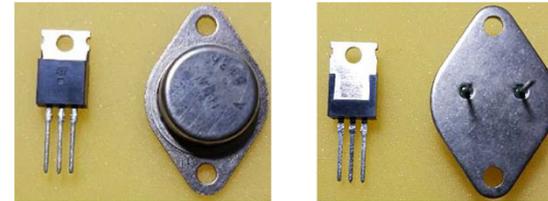
Em equilíbrio térmico, a razão entre a diferença de temperatura e a potência transferida através do material é definida como resistência térmica. Isto é uma analogia com a resistência elétrica, que relaciona a diferença de potencial e a corrente.

$$R_{\theta 12} = \frac{(T_1 - T_2)}{P} \quad \left[ \frac{^\circ\text{C}}{\text{W}} \right]$$





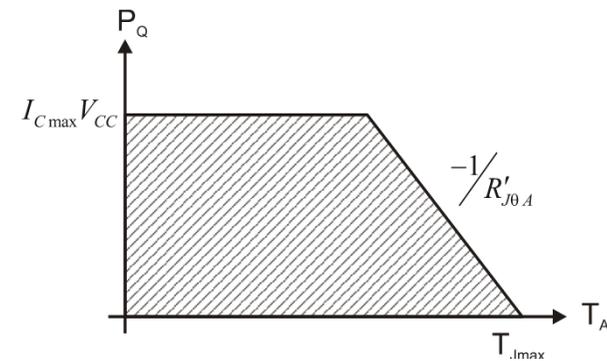
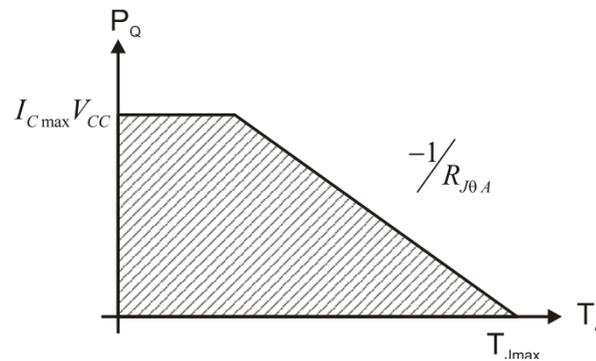
$$T_0 - T_N = P \sum_{n=1}^N R_{\theta n}$$



## Região de Trabalho do Transistor em Função da Temperatura

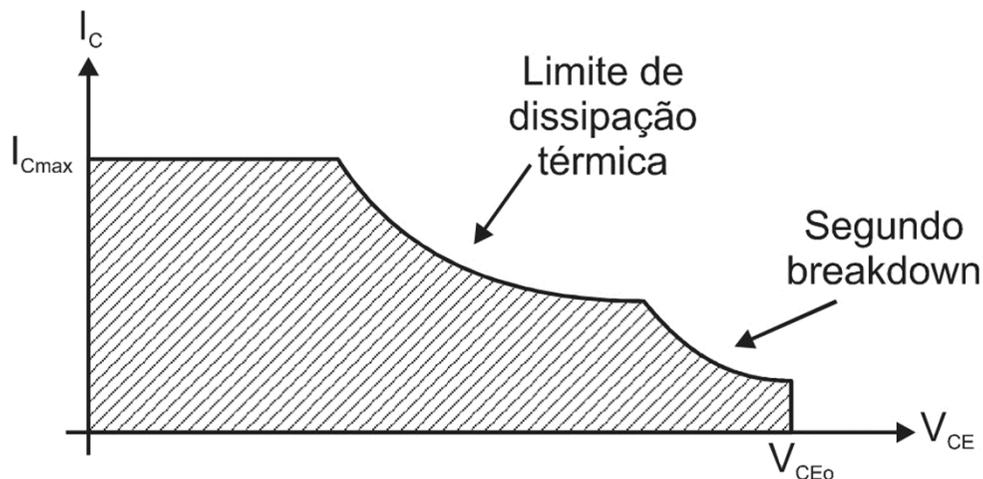
$$\begin{cases} P_Q \leq I_{C \max} V_{CC} \\ P_Q \leq \frac{(T_{J \max} - T_A)}{R_{\theta JA}} \end{cases}$$

$$R_{\theta JA} = R_{\theta JC} + R_{\theta CA}$$



## Segundo Breakdown

Imagens de infravermelho obtidas de transistores de potência em operação mostram que a distribuição de calor na junção não é uniforme, criando pontos quentes. O aparecimento destes pontos está relacionado com a intensidade de corrente. Os pontos quentes destroem a junção aos poucos, reduzindo a vida útil do transistor. Este efeito é conhecido como *segundo breakdown* (o primeiro *breakdown* é devido à tensão de ruptura da junção)



$$P_Q \leq P_{Qmax}$$

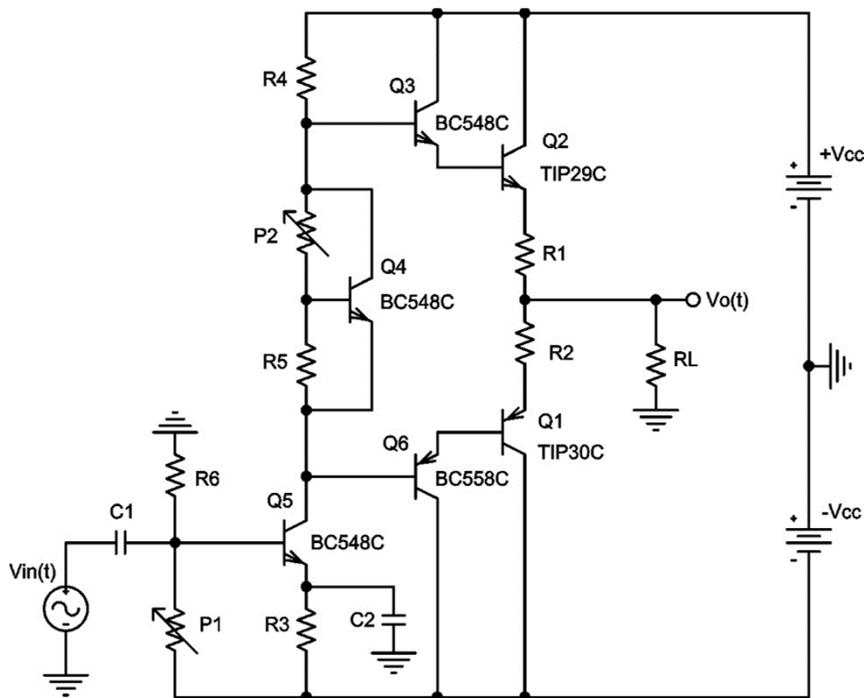
$$I_C V_{CE} \leq P_{Qmax}$$

$$I_C \leq \frac{P_{Qmax}}{V_{CE}}$$

## Exemplo de Projeto

- Carga de  $8\Omega$  (alto-falante)
- Potência de 4W na saída
- $R1=R2=0.5\Omega$
- Eficiência melhor que 50%
- Freqüência de corte inferior menor que 50Hz
- $\beta_{\min}=150$  para Q3, Q4, Q5 e Q6
- $\beta_{\min}=15$  para Q1, e Q2
- $|V_{BE}|=0.7V$  para Q3, Q4, Q5 e Q6
- $|V_{BE}|=0.7V$  para Q1, e Q2, para IC na faixa dos mA
- e  $|V_{BE}|=1V$  para IC próximo a 1A
- $|V_{CEsat}|=90mV$  para todos os transistores
- $R_{\theta JC}=4.17^{\circ}C/W$
- $T_{Jmax}=150^{\circ}C$

# Circuito do Amplificador



- Q2 e Q3 formam um Darlington NPN
- Q1 e Q6 formam um Darlington PNP
- Q4 implementa o multiplicador de  $V_{BE}$
- Q5 implementa a fonte de corrente controlada
- C1 é um capacitor de desacoplamento DC
- C2 é um capacitor de bypassing

## 1 - Cálculo da Tensão e Corrente Máximas na carga

$$\bar{P}_{L\max} = 4W = \frac{V_{o\max}^2}{2R_L} = \frac{V_{o\max}^2}{2 \times 8} \rightarrow \boxed{V_{o\max} = 8V}$$

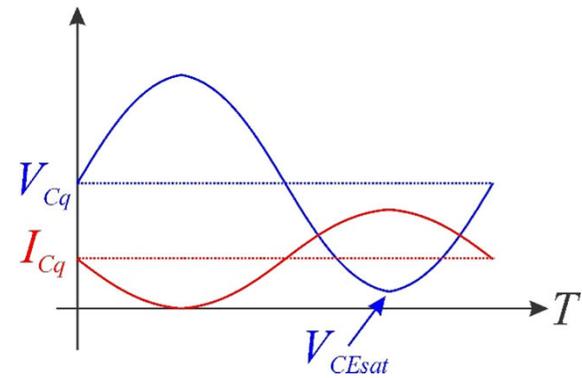
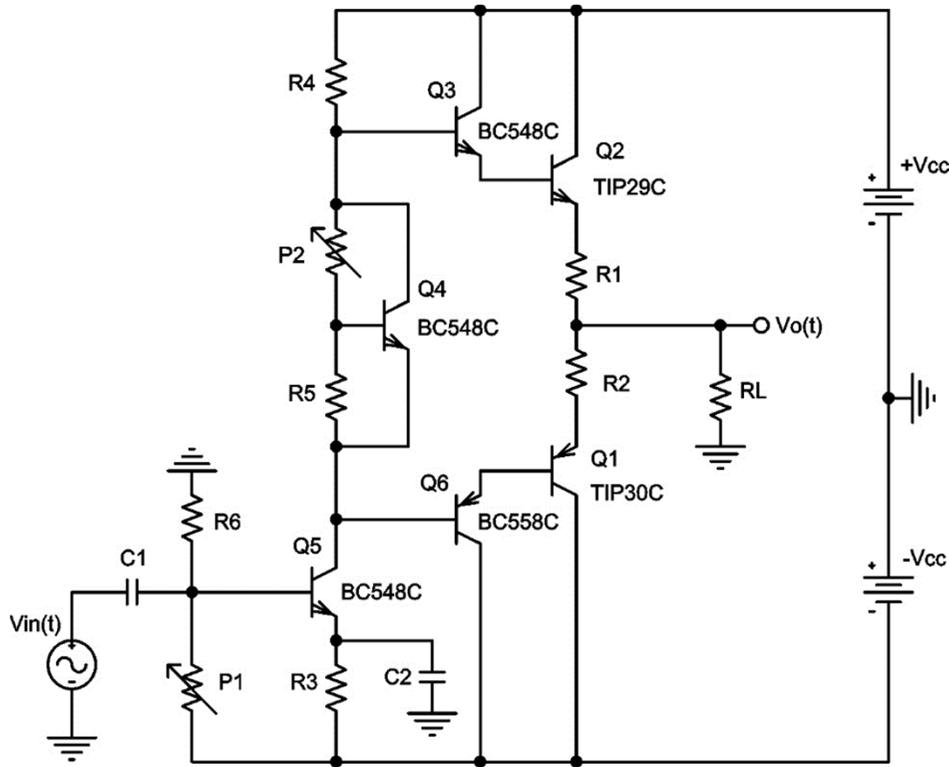
$$I_{L\max} = \frac{V_{o\max}}{R_L} = \frac{8}{8} \rightarrow \boxed{I_{L\max} = 1A}$$

## 2 – Determinação de $V_{CC}$ Máximo pela Eficiência

$$\eta = \frac{\pi V_{o\max}}{4V_{CC}} = \frac{\pi \times 8}{4V_{CC}} \geq 0.5 \rightarrow \boxed{V_{CC} \leq 12.56V}$$

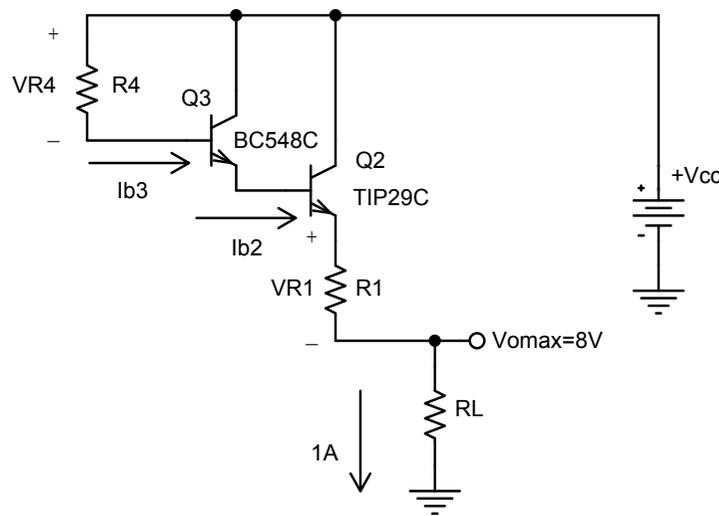
### 3 – Análise do Ciclo Positivo

O ciclo positivo nos permite determinar R4 e o limite inferior para  $V_{CC}$



O pico de sinal positivo de saída coincide com o corte do transistor Q5. Isto estabelece a máxima excursão positiva de sinal de saída.

Quando  $V_o = V_{omax} = 8V$  temos  $i_{C5} = 0$ .



$$V_{CC} = R_4 I_{B3} + V_{BE3} + V_{BE2} + V_{R1} + 8$$

$$V_{CC} = R_4 \frac{I_{Lmax}}{(\beta_3 + 1)(\beta_2 + 1)} + V_{BE3} + V_{BE2} + I_{Lmax} R_1 + 8$$

$$V_{CC} = R_4 \frac{1}{(150 + 1)(15 + 1)} + 0.7 + 1 + 0.5 + 8$$

$$R_4 = 2.416 \cdot 10^3 V_{CC} - 24.64 \cdot 10^3$$

$$R_4 > 0 \rightarrow 2.416 \cdot 10^3 V_{CC} - 24.64 \cdot 10^3 > 0$$

$$V_{CC} \leq 12.56V$$

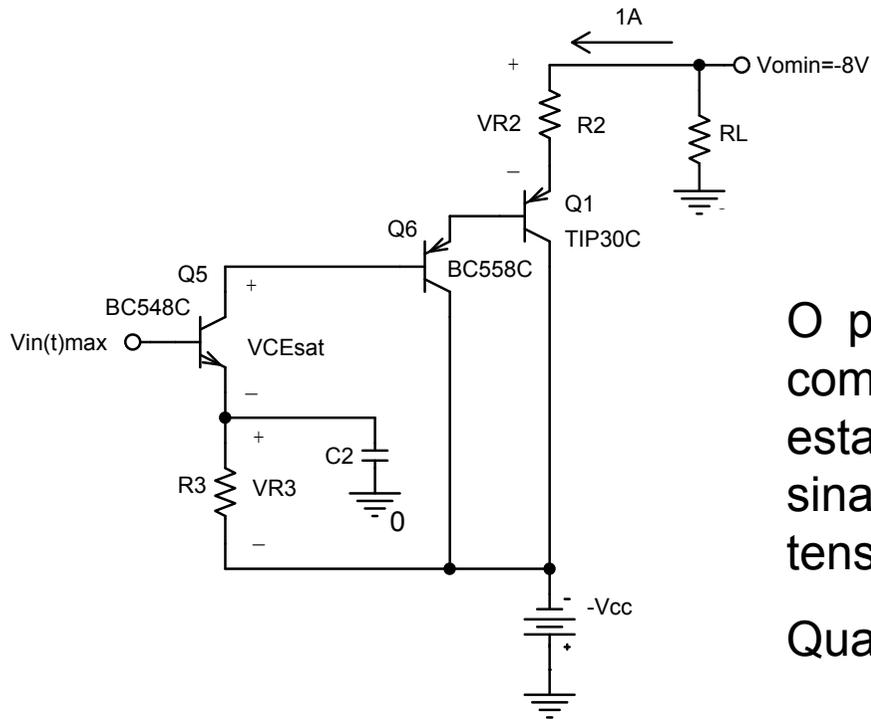
Adotamos

$$V_{CC} = 12V$$

$$V_{CC} > 10.2V$$

$$R_4 = 2.416 \cdot 10^3 \times 12 - 24.64 \cdot 10^3 = 4.35k\Omega \rightarrow R_4 = 3.9k\Omega$$





O pico de sinal negativo de saída coincide com a saturação do Transistor Q5. Isto estabelece a máxima excursão negativa de sinal de saída e nos permite calcular a tensão de polarização de R3.

Quando  $V_o = V_{omin} = -8V$  temos  $V_{CE5} = V_{CEsat}$ .

$$-V_{omin} + V_{R2} + V_{EB1} + V_{EB6} + V_{CEsat} + V_{R3} - V_{CC} = 0$$

$$8 + 0.5 + 1 + 0.7 + 0.09 + V_{R3} - 12 = 0 \rightarrow \boxed{V_{R3} = 1.71V}$$

## 5 – Ponto de Polarização

No ponto de polarização a tensão de saída é zero, as correntes nas bases de Q3 e Q6 são desprezíveis e a corrente em R4 é  $I_{CQ5}$ .

Temos também que:

$$V_{BE2} = V_{BE3} = |V_{BE1}| = |V_{BE6}| = 0.7V$$

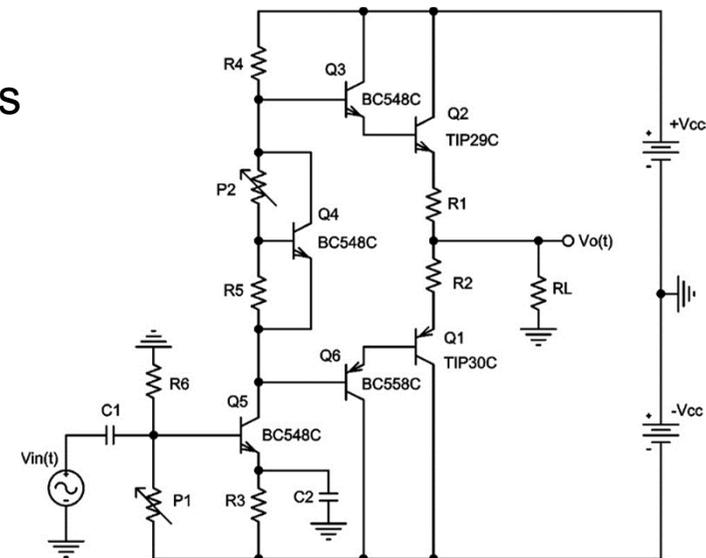
Calculando a tensão de polarização em R4, temos

$$V_{R4q} = V_{CC} - 1.4 = 12 - 1.4 = 10.6V$$

$$V_{R4q} = R_4 I_{CQ5} \rightarrow 10.6 = 3900 \times I_{CQ5} \rightarrow I_{CQ5} = 2.72mA$$

Agora calculamos R3

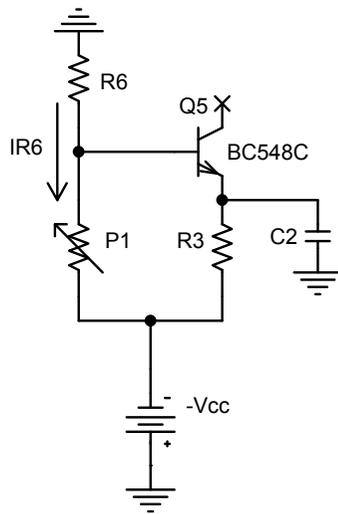
$$V_{R3q} = R_3 I_{CQ5} \rightarrow 1.71 = R_3 \times 2.72 \cdot 10^{-3} \rightarrow R_3 = 628.7\Omega \rightarrow R_3 = 560\Omega$$



## 6 – Cálculo de R6 e P1

Para manter inalterada a corrente de polarização de Q5, recalculamos  $V_{R3q}$  com o R3 escolhido:

$$V_{R3q} = R_3 I_{Cq5} = 560 \times 2.72 \cdot 10^{-3} \rightarrow \boxed{V_{R3q} = 1.52V}$$

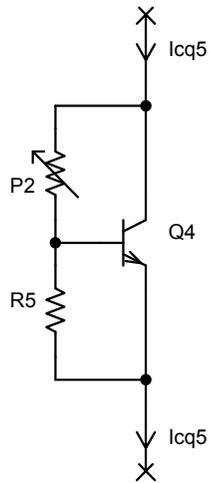


Para podermos desprezar a corrente na base de Q5, devemos fazer  $I_{R6} \gg I_{Bq5}$ , no nosso caso escolhemos  $I_{R6} > 20 I_{Bq5}$ .

$$I_{B5q} = \frac{I_{CQ5}}{\beta_5} = \frac{2.72 \cdot 10^{-3}}{150} \rightarrow \boxed{I_{B5q} = 18.1 \mu A}$$

$$\begin{cases} I_{R6} R_6 + I_{R6} P_1 - V_{CC} = 0 \\ I_{R6} P_1 = 0.7 + V_{R3} = 2.22V \\ I_{R6} > 20 I_{B5q} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} R_6 < 27.01 k\Omega \rightarrow \boxed{R_6 = 27 k\Omega} \\ P_1 = 0.23 R_6 \rightarrow \boxed{P_1 = 6.13 k\Omega} \end{cases}$$

## 7 – Dimensionamento do Multiplicador de $V_{BE}$



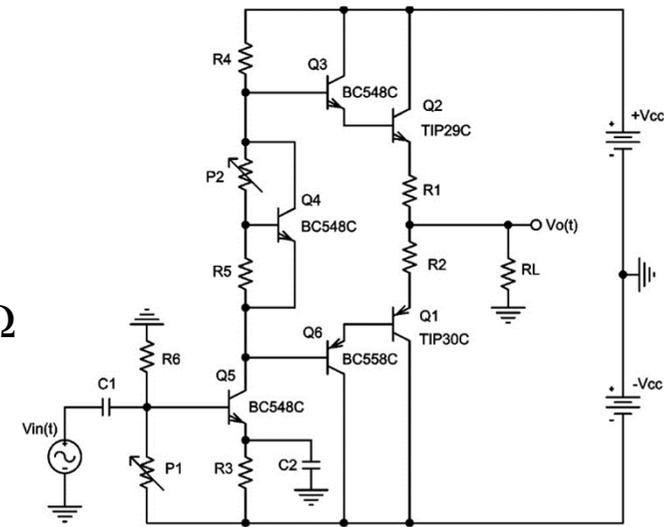
$$V_o = 4 \times 0.7 = 2.8V$$

$$R_5 I_{CQ5} \geq 0.7V \rightarrow R_5 \geq 257\Omega$$

$$R_5 \ll \frac{\beta_4 + 1}{\left(\frac{1}{V_{BE}} - \frac{1}{V_o}\right) I_{CQ5}} \rightarrow R_5 \ll 51.8k\Omega$$

$$257\Omega \leq R_5 \ll 51.8k\Omega \rightarrow \boxed{R_5 = 3.9k\Omega}$$

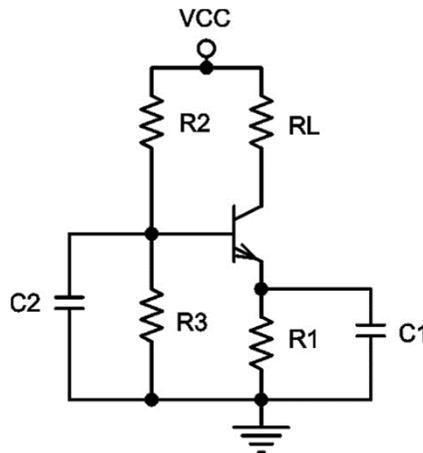
$$V_o = \left(1 + \frac{P_2}{R_5}\right) V_{BE} \rightarrow 4 \times 0.7 = \left(1 + \frac{P_2}{3.9 \cdot 10^3}\right) \times 0.7 \rightarrow \boxed{P_2 = 11.7k\Omega}$$



## 8 – Cálculo dos Capacitores

Para o cálculo dos capacitores, precisamos saber a resistência vista por cada um. Entretanto, em um circuito com mais de um capacitor, a impedância vista por um deles em uma certa frequência vai depender se os outros capacitores já se tornaram um *bypass* ou não.

Considere o exemplo abaixo, onde desejamos calcular  $C_1$  para a frequência de corte  $f_0$ . Não sabemos se  $C_2$  já é um *bypass* ou não nessa frequência, então vamos errar, mas conduziremos nosso erro de forma que a frequência de corte real seja menor do que  $f_0$ . Para tal, vamos considerar  $C_2$  um *bypass* em  $f_0$ .



$$R_{C_1} = R_1 // r_e \cong \rightarrow C_1 = \frac{1}{2\pi f_0 R_{C_1}}$$

Caso  $C_2$  não seja um *bypass*, a frequência de corte real de  $C_1$  será menor do que  $f_0$ .

$$\hat{R}_{C_1} = \left( \frac{R_2 // R_3}{\beta + 1} + r_e \right) // R_1 \rightarrow f_{real} = \frac{1}{2\pi \hat{R}_{C_1} C_1} = \frac{1}{2\pi \hat{R}_{C_1} \frac{1}{2\pi f_0 R_{C_1}}} = \frac{R_{C_1}}{\hat{R}_{C_1}} f_0 < f_0$$

Para o cálculo dos capacitores, precisamos saber a resistência vista por cada um.

- Cálculo de C2 – consideramos C1 em curto

$$r_{e5} \cong \frac{V_T}{I_{CQ5}} = \frac{0.026}{40 \cdot 2.72m} = 9.2\Omega$$

$$r_{\pi} \cong \frac{V_T}{I_{BQ5}} = \frac{0.026}{18.1\mu} = 1.44k\Omega$$

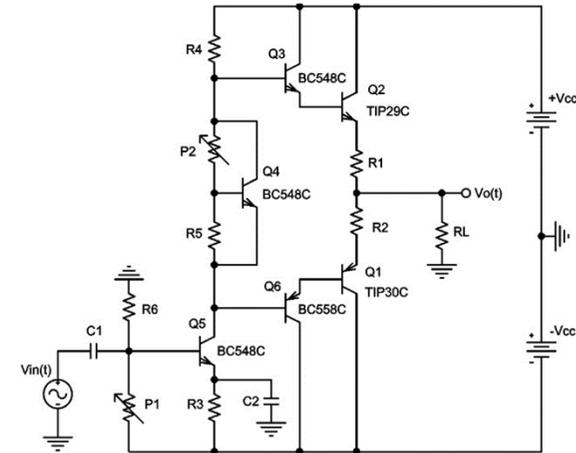
$$R_{in2} = R_3 // r_{e5} \cong \frac{1}{\frac{1}{R_3} + \frac{1}{9.2}} = 9.04\Omega \rightarrow C_2 = \frac{1}{2\pi f_{CI} R_{in2}} = 352\mu F \rightarrow \boxed{C_2 = 390\mu F}$$

- Cálculo de C1 – consideramos C2 em curto

$$R_{in1} = R_6 // P_1 // r_{\pi} \cong \frac{1}{\frac{1}{R_6} + \frac{1}{P_1} + \frac{1}{1.44k}} = 1.09k\Omega \rightarrow C_1 = \frac{1}{2\pi f_{CI} R_{in1}} = 2.9\mu F$$

- Escolhemos o menor capacitor e multiplicamos por 10, para separar os polos

$$C_1 = 10 \times 2.9 \cdot 10^{-6} = 29\mu F \rightarrow \boxed{C_1 = 27\mu F}$$



## 9 – Cálculo do Dissipador de Calor

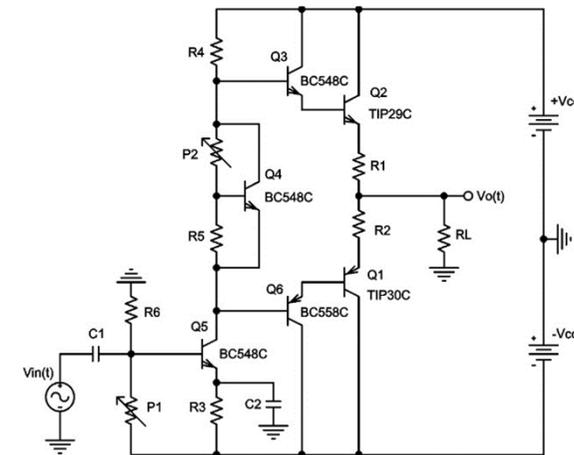
O cálculo do dissipador de calor inicia com a determinação da máxima potência dissipada em cada transistor de potência

$$\bar{P}_{Q_{\max}} = \frac{V_{CC}^2}{\pi^2 R_L} = \frac{12^2}{\pi^2 \times 8} = 1.82W$$

Em seguida, fazemos uma estimativa da temperatura do ar nas proximidades do dissipador, com boa margem de segurança. No nosso caso, adotaremos  $T_A = 50^\circ C$ . Podemos então determinar a resistência térmica do dissipador de calor de cada transistor.

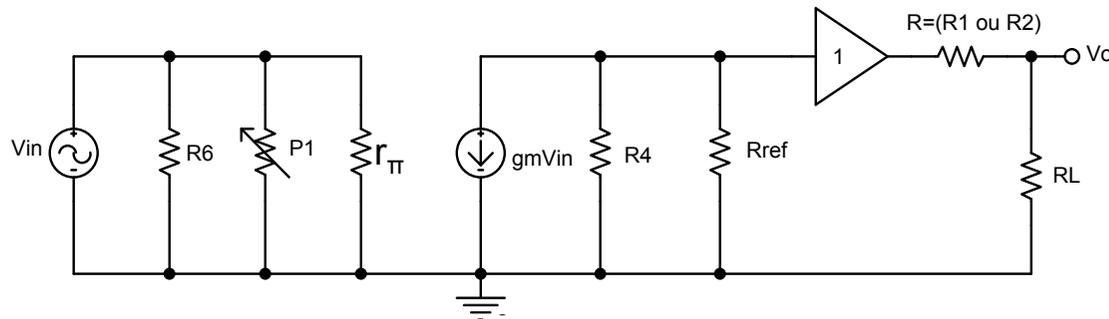
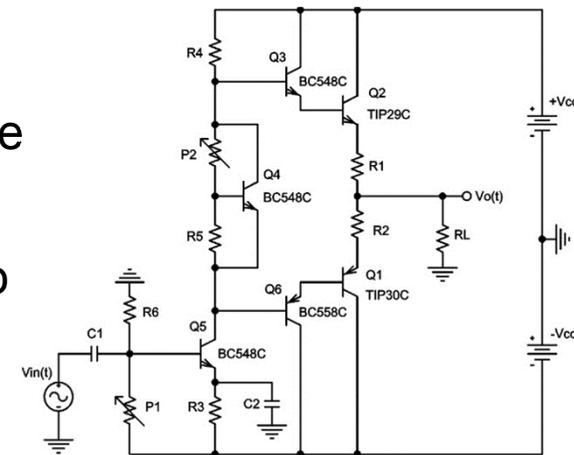
$$(R_{\theta_{JC}} + R_{\theta_{DA}}) \bar{P}_{Q_{\max}} = (T_{J_{\max}} - T_A)$$

$$(4.17 + R_{\theta_{DA}}) 1.82 = (150 - 50) \rightarrow R_{\theta_{DA}} = 50.8^\circ C/W$$



# 10 – Cálculo do Ganho de Tensão

- Consideramos o estágio de saída como um buffer de ganho 1 – seguidor de emissor
- Calculamos a resistência refletida  $R_{ref}$  na entrada do buffer
- Montamos o modelo AC

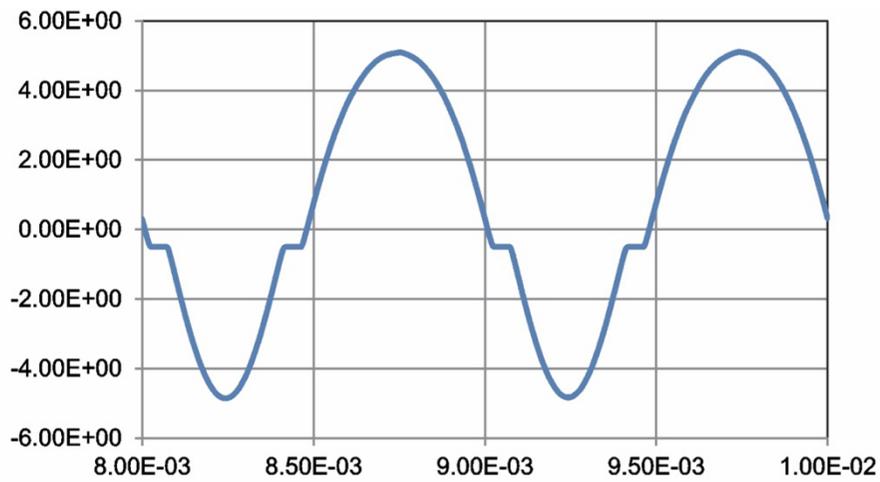
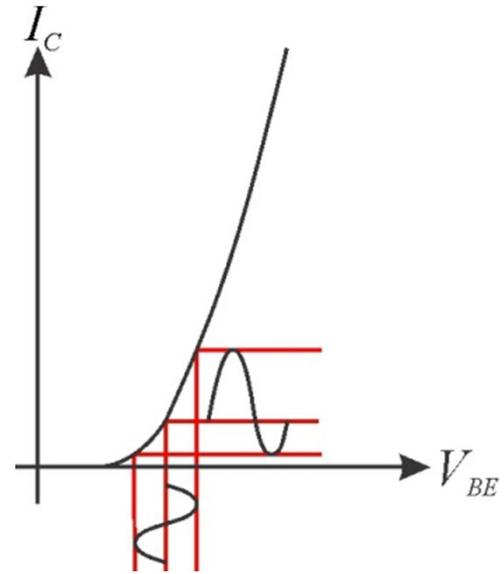
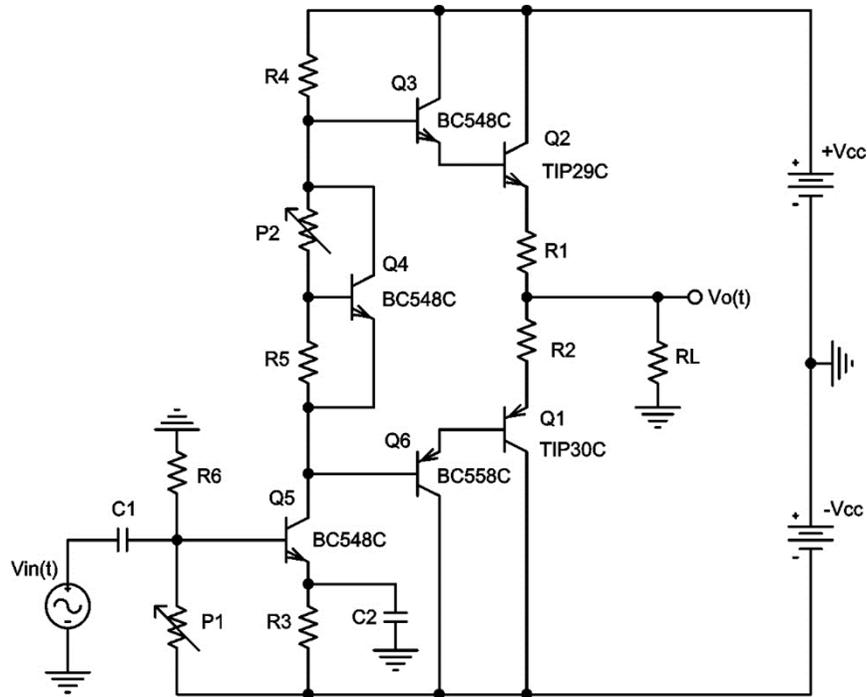


$$gm = \frac{I_{CQ5}}{V_T} = \frac{2.72m}{0.026} = 104.6mS$$

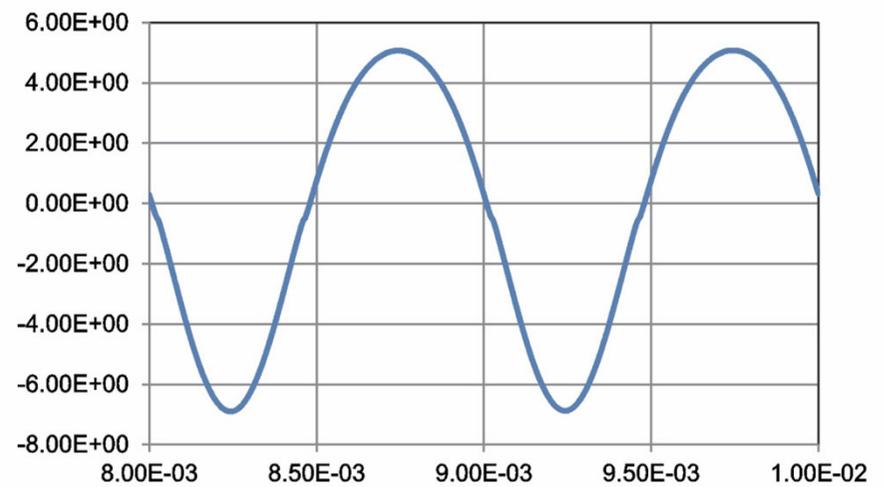
$$R_{ref} = (\beta_{3,6} + 1)(\beta_{1,2} + 1)(R + R_L) = (150 + 1)(15 + 1)(0.5 + 8) = 20.54k\Omega$$

$$A_v = \frac{V_o}{V_{in}} = -gm(R_4 // R_{ref}) \frac{R_L}{R + R_L} = -104.6m(R_4 // R_{ref}) \frac{R_L}{R + R_L} \rightarrow \boxed{A_v = -336}$$

# Simulações – Amplificador em Malha Aberta

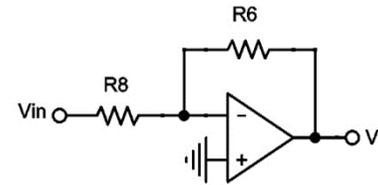
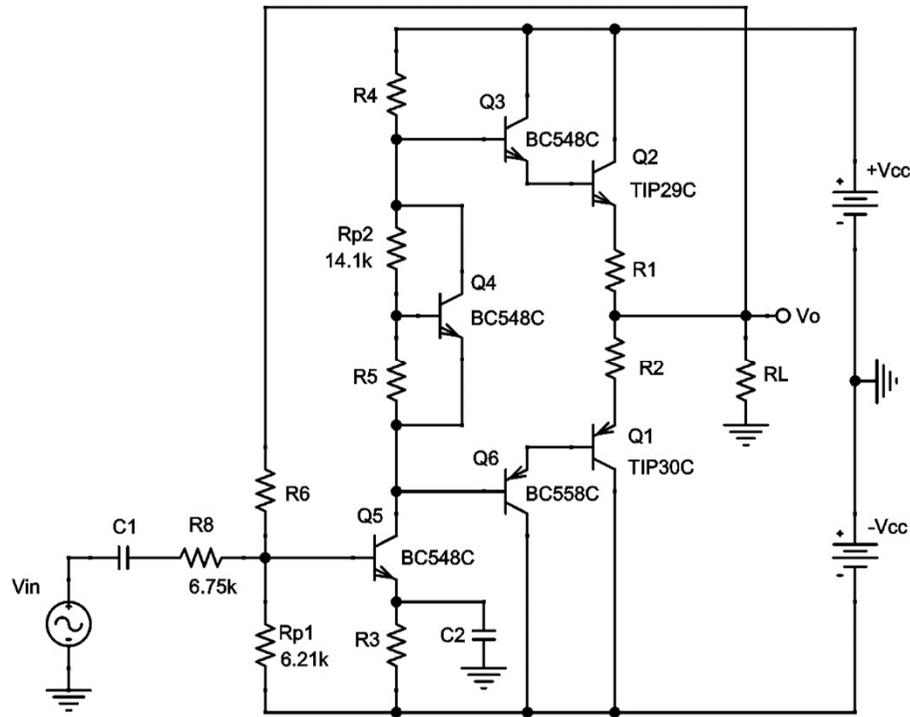


Sem multiplicador de  $V_{BE}$

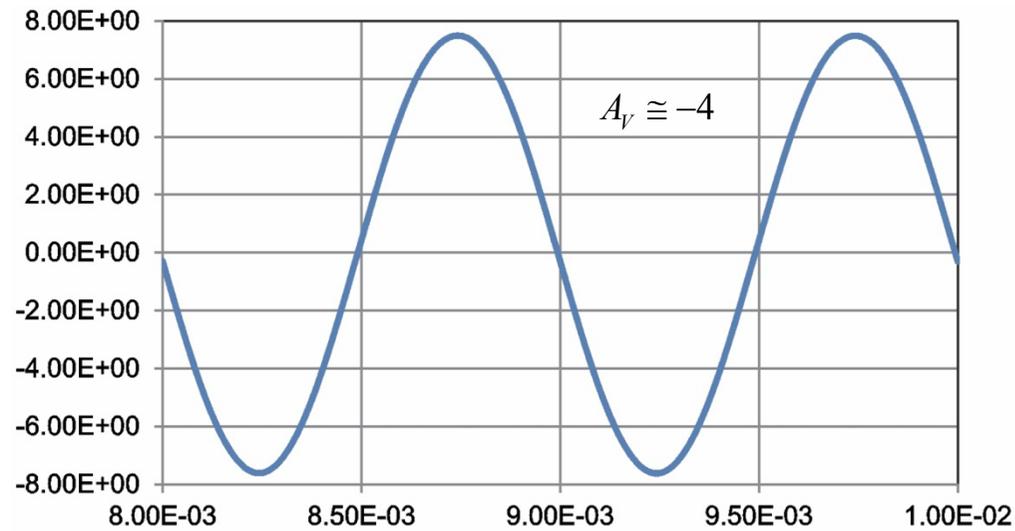


Com multiplicador de  $V_{BE}$

# Simulação – Amplificador Realimentado

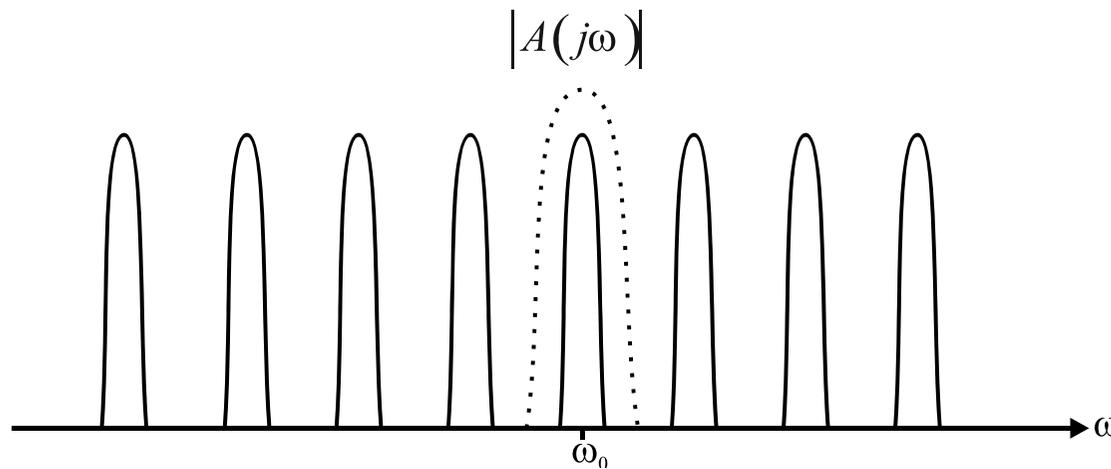


Quando o ganho em malha aberta é elevado  $\rightarrow A_v \cong -\frac{R_6}{R_8}$



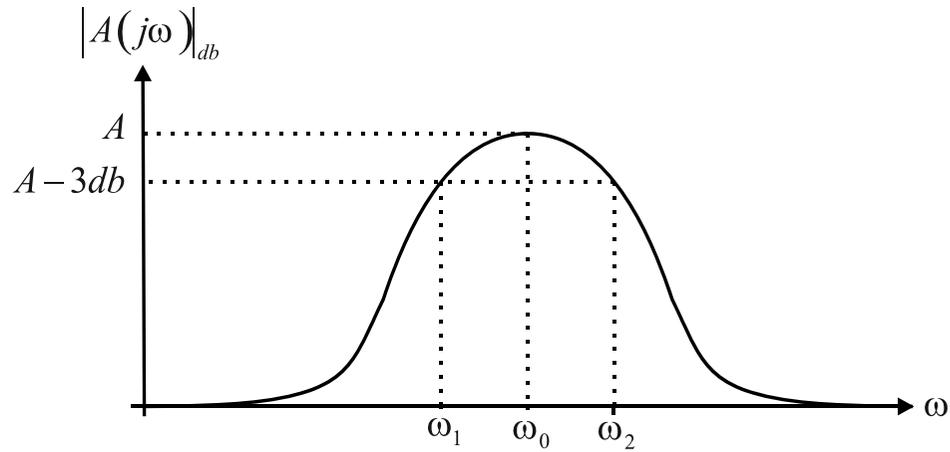
# Amplificador Sintonizado

Os amplificadores sintonizados são empregados quando desejamos separar e amplificar uma faixa de frequências de um sinal.



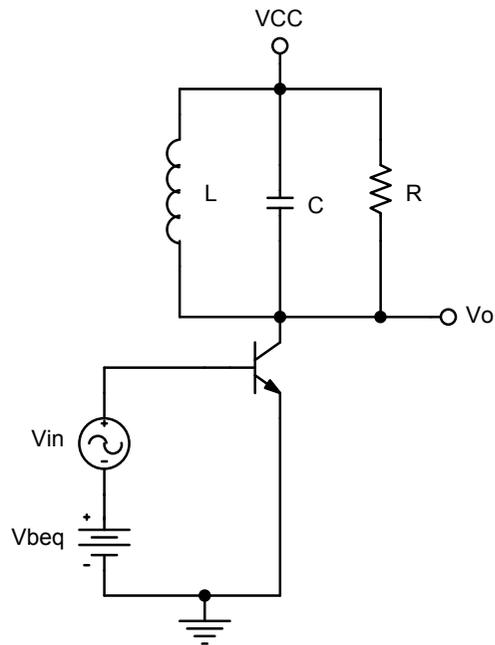
## Seletividade

A seletividade do amplificador é definida como sendo a razão entre a frequência de sintonia e a faixa onde o ganho cai 3dB (faixa de passagem), ou meia potência.

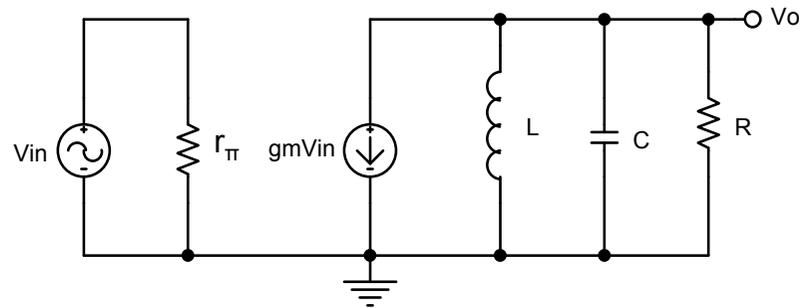


$$Q = \frac{\omega_0}{\omega_2 - \omega_1}$$

## Circuito RLC de Segunda Ordem



### Modelo AC



$$A(s) = \frac{V_o}{V_{in}} = -\frac{gm}{C} \frac{s}{s^2 + \frac{s}{RC} + \frac{1}{LC}} \xrightarrow{s = j\omega} A(j\omega) = -\frac{gm}{C} \frac{j\omega}{-\omega^2 + \frac{j\omega}{RC} + \frac{1}{LC}}$$

$$|A(j\omega)|^2 = A(j\omega)A(j\omega)^* = \frac{gm^2}{C^2} \frac{\omega^2}{\frac{\omega^2}{(RC)^2} + \left(\omega^2 - \frac{1}{LC}\right)^2}$$

$$|A(j\omega)|^2 \text{ é máximo quando } (\omega^2 - 1/LC) = 0 \xrightarrow{\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}} |A(j\omega_0)| = gmR$$

Os pontos de queda de 3dB, são calculados resolvendo a equação:

$$|A(j\omega)|^2 = \frac{|A(j\omega_0)|^2}{2}$$

$$|A(j\omega)|^2 = \frac{|A(j\omega_0)|^2}{2} \rightarrow \frac{gm^2}{C^2} \frac{\omega^2}{\frac{\omega^2}{(RC)^2} + \left(\omega^2 - \frac{1}{LC}\right)^2} = \frac{gm^2 R^2}{2}$$

$$C^2 R^2 \omega^4 - \left(1 + \frac{2C^2 R^2}{LC}\right) \omega^2 + \frac{R^2}{L^2} = 0$$

$$\omega^2 = \frac{1 + \frac{2C^2 R^2}{LC} \pm \sqrt{1 + \frac{4C^2 R^2}{LC}}}{2C^2 R^2} \longrightarrow$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \omega_1 = \sqrt{\left(\frac{1 + \frac{2C^2 R^2}{LC}}{2C^2 R^2}\right) - \left(\frac{\sqrt{1 + \frac{4C^2 R^2}{LC}}}{2C^2 R^2}\right)} \\ \omega_2 = \sqrt{\left(\frac{1 + \frac{2C^2 R^2}{LC}}{2C^2 R^2}\right) + \left(\frac{\sqrt{1 + \frac{4C^2 R^2}{LC}}}{2C^2 R^2}\right)} \end{array} \right.$$

$$\begin{cases} x = \sqrt{a-b} \\ y = \sqrt{a+b} \end{cases}$$

$$\longrightarrow (y-x)^2 = 2a - 2\sqrt{a^2 - b^2} \rightarrow y-x = \sqrt{2a - 2\sqrt{a^2 - b^2}}$$

$$\omega_2 - \omega_1 = \frac{1}{RC}$$

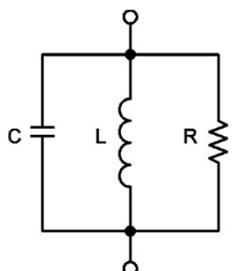
$$Q = \frac{\omega_0}{\omega_2 - \omega_1} = \omega_0 RC = \frac{R}{\omega_0 L}$$

$$A(s) = \frac{V_o}{V_{in}} = -\frac{gm}{C} \frac{s}{s^2 + \frac{s}{RC} + \frac{1}{LC}}$$

$$A(s) = \frac{V_o}{V_{in}} = -\frac{gm}{C} \frac{s}{s^2 + \frac{\omega_0}{Q}s + \omega_0^2}$$

## Cancelamento de Impedâncias e Admitâncias

A ressonância RLC pode ser entendida também como o cancelamento das impedâncias e admitâncias dos elementos reativos na frequência de ressonância.



A circuit diagram showing a parallel RLC circuit. It consists of three branches connected between two terminals: a capacitor labeled 'C', an inductor labeled 'L', and a resistor labeled 'R'.

$$Y(j\omega_0) = -\frac{j}{\omega_0 L} + j\omega_0 C + \frac{1}{R}$$
$$-\frac{j}{\omega_0 L} + j\omega_0 C = 0 \rightarrow \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$
$$Y(j\omega_0) = \frac{1}{R} \quad Z(j\omega_0) = R$$



A circuit diagram showing a series RLC circuit. It consists of three components connected in series between two terminals: a capacitor labeled 'C', an inductor labeled 'L', and a resistor labeled 'R'.

$$Z(j\omega_0) = -\frac{j}{\omega_0 C} + j\omega_0 L + R$$
$$-\frac{j}{\omega_0 C} + j\omega_0 L = 0 \rightarrow \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$
$$Z(j\omega_0) = R \quad Y(j\omega_0) = \frac{1}{R}$$

## Amplificadores com Sintonia Síncrona

Filtros sintonizados de segunda ordem com sintonia muito elevada são difíceis de realizar, devido às imperfeições dos componentes, tipicamente as resistências parasitas dos capacitores e indutores. Normalmente, seletividades elevadas são obtidas pela associação em cascata de amplificadores sintonizados com seletividades idênticas.

$$V_{in}(s) \rightarrow \boxed{A_1(s)} \rightarrow \boxed{A_2(s)} \rightarrow \dots \rightarrow \boxed{A_N(s)} \rightarrow V_o(s) = V_{in}(s) \prod_{k=1}^N A_k(s)$$

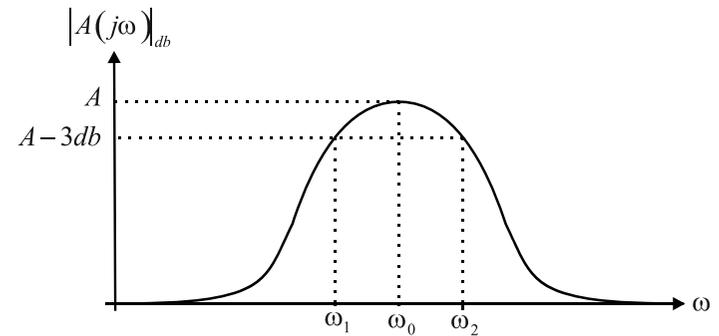
$$A_k(s) = \frac{a_k s}{s^2 + \frac{\omega_0}{Q} s + \omega_0^2} \longrightarrow A_k(s) = a_k T(s) \longrightarrow T(s) = \frac{s}{s^2 + \frac{\omega_0}{Q} s + \omega_0^2}$$

$$\frac{V_o(s)}{V_{in}(s)} = H(s) = T(s)^N \prod_{k=1}^N a_k$$

$$|T(j\omega)|^{2N} = \frac{\omega^{2N}}{\left[ (\omega^2 - \omega_0^2)^2 + \frac{\omega_0^2}{Q^2} \omega^2 \right]^N} \quad \rightarrow \quad \omega = \omega_0 + \frac{\Delta\omega}{2} = \omega_0 \left( 1 + \frac{\Delta\omega}{2\omega_0} \right)$$

$$\left| T \left( j \left( \omega_0 + \frac{\Delta\omega}{2} \right) \right) \right|^{2N} = \frac{\omega_0^{2N} \left( 1 + \Delta\omega/2\omega_0 \right)^{2N}}{\left[ \left( \omega_0^2 \left( 1 + \Delta\omega/2\omega_0 \right)^2 - \omega_0^2 \right)^2 + \frac{\omega_0^2}{Q^2} \omega_0^2 \left( 1 + \Delta\omega/2\omega_0 \right)^2 \right]^N}$$

$$\begin{cases} Q_{ef} \gg 1 \\ \left| \frac{\Delta\omega}{\omega_0} \right| \ll 1 \end{cases} \quad \rightarrow \quad \left( 1 + \Delta\omega/2\omega_0 \right)^2 \cong \left( 1 + \Delta\omega/\omega_0 \right)$$



$$\left| T \left( j \left( \omega_0 + \frac{\Delta\omega}{2} \right) \right) \right|^{2N} = \frac{\omega_0^{2N} \left( 1 + \Delta\omega/\omega_0 \right)^N}{\left[ \left( \omega_0 \Delta\omega \right)^2 + \frac{\omega_0^2}{Q^2} \omega_0^2 \left( 1 + \Delta\omega/\omega_0 \right) \right]^N}$$

$$Q_{ef} = \frac{\omega_0}{\Delta\omega} \gg 1 \rightarrow \Delta\omega = \frac{\omega_0}{Q_{ef}}$$

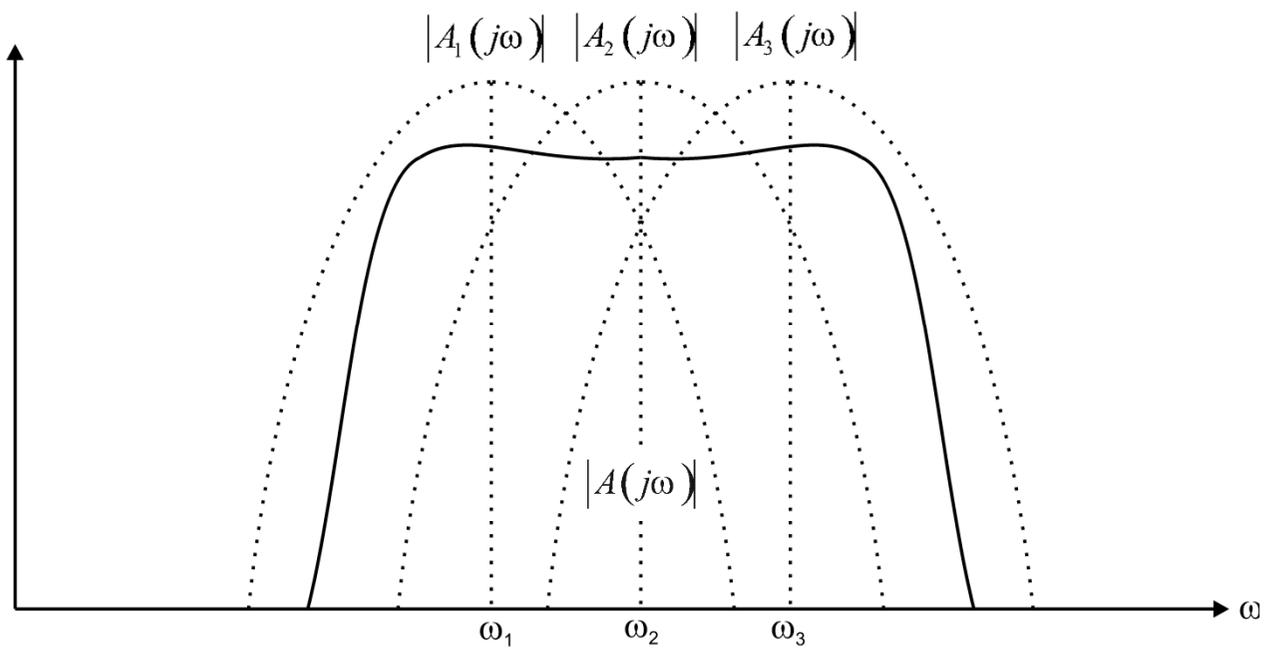
$$\left| T\left(j\left(\omega_0 + \frac{\Delta\omega}{2}\right)\right) \right|^{2N} = \frac{\omega_0^{2N} (1 + \Delta\omega/\omega_0)^N}{\left[ (\omega_0 \Delta\omega)^2 + \frac{\omega_0^2}{Q^2} \omega_0^2 (1 + \Delta\omega/\omega_0) \right]^N}$$

$$\left| T\left(j\left(\omega_0 + \frac{\Delta\omega}{2}\right)\right) \right|^{2N} = \frac{\omega_0^{2N} (1 + 1/Q_{ef})^N}{\left[ \left(\omega_0 \frac{\omega_0}{Q_{ef}}\right)^2 + \frac{\omega_0^2}{Q^2} \omega_0^2 (1 + 1/Q_{ef}) \right]^N}$$

$$\frac{\omega_0^{2N} (1 + 1/Q_{ef})^N}{\left[ \left(\omega_0 \frac{\omega_0}{Q_{ef}}\right)^2 + \frac{\omega_0^2}{Q^2} \omega_0^2 (1 + 1/Q_{ef}) \right]^N} \cong \frac{\omega_0^{2N}}{\left[ \left(\omega_0 \frac{\omega_0}{Q_{ef}}\right)^2 + \frac{\omega_0^2}{Q^2} \omega_0^2 \right]^N} = \frac{1}{\omega_0^{2N} \left[ \frac{1}{Q_{ef}^2} + \frac{1}{Q^2} \right]^N}$$

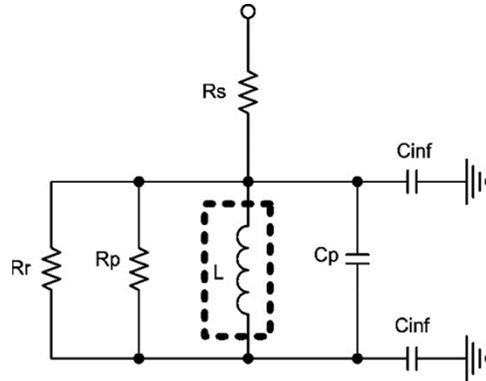
$$\left| T\left(j\left(\omega_0 + \frac{\Delta\omega}{2}\right)\right) \right|^{2N} = \frac{|T(j\omega_0)|^{2N}}{2} = \frac{Q^{2N}}{2\omega_0^{2N}} \rightarrow \frac{Q^{2N}}{2} = \frac{1}{\left[ \frac{1}{Q_{ef}^2} + \frac{1}{Q^2} \right]^N} \rightarrow Q_{ef} = \frac{Q}{\sqrt{2^{1/N} - 1}}$$

# Amplificador de Banda Plana



# Fator de Qualidade

## Indutor real

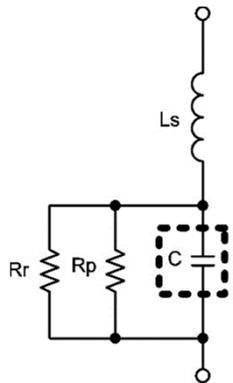


- L - indutor
- Rs - resistência do fio
- Rp - perda no núcleo
- Rr - perda por irradiação
- Cp - capacitância parasita entre as espiras
- Cin - capacitância parasita para o infinito

Ideal  $\longrightarrow Z(j\omega) = j\omega L$

Real  $\longrightarrow Z(j\omega) = j\omega L_s(\omega) + R_s(\omega)$

## Capacitor real



- C - capacitor
- Ls - indutância do fio
- Rp - perda no dielétrico
- Rr - perda por irradiação

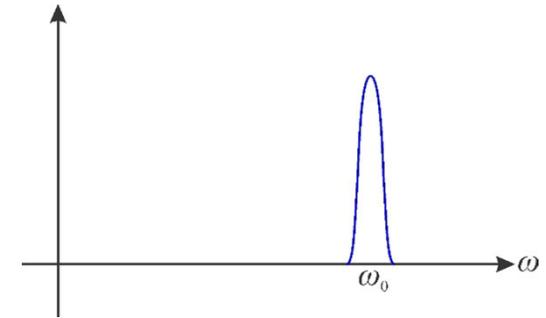
Ideal  $\longrightarrow Y(j\omega) = j\omega C$

Real  $\longrightarrow Y(j\omega) = j\omega C_p(\omega) + \frac{1}{R_p(\omega)}$

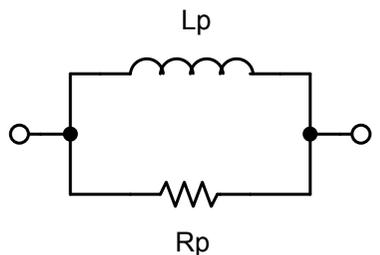
# Fator de Qualidade

Indutor em série com resistor

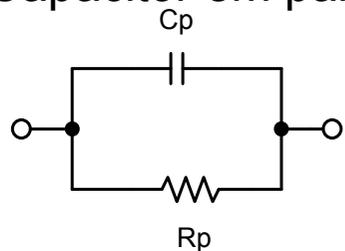
  $\rightarrow Z(j\omega) = j\omega L_s + R_s \rightarrow Q_{L_s} = \frac{\omega L_s}{R_s}$



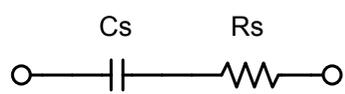
Indutor em paralelo com resistor

  $\rightarrow Y(j\omega) = 1/j\omega L_p + 1/R_p \rightarrow Q_p = \frac{R_p}{\omega L_p}$

Capacitor em paralelo com resistor

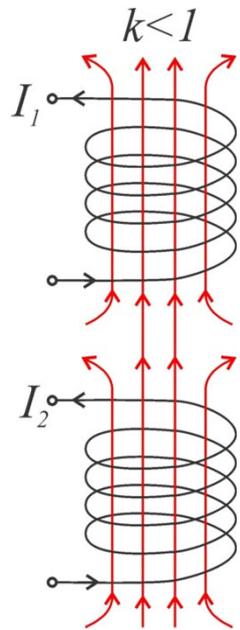
  $\rightarrow Y(j\omega) = j\omega C_p + 1/R_p \rightarrow Q_p = \omega R_p C_p$

Capacitor em série com resistor

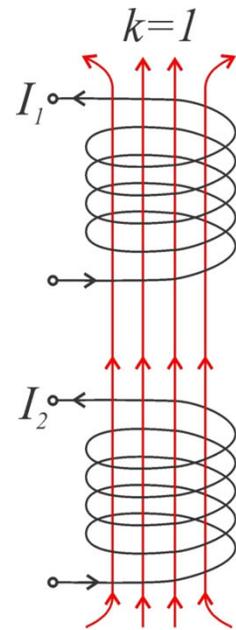
  $\rightarrow Z(j\omega) = 1/j\omega C_s + R_s \rightarrow Q_s = \frac{1}{\omega R_s C_s}$

# Indutores Acoplados

Os indutores acoplados são sistemas de indutores que compartilham todo ou parte do campo magnético gerado por eles. A proporção do campo magnético que é compartilhada é definida pelo fator de acoplamento  $k$ , que pode variar de 0, total mente desacoplado, até 1, totalmente acoplado.



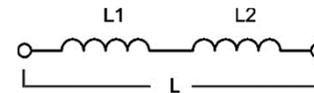
Acoplamento  
imperfeito



Acoplamento  
perfeito

$$\text{---} \overset{L}{\text{---}} \text{---} \quad L = \alpha N^2 \rightarrow \begin{cases} N \rightarrow \text{número de espiras} \\ \alpha \rightarrow \text{constante} \end{cases}$$

Para  $k=1$



$$L_1 = \alpha N_1^2$$

$$L_2 = \alpha N_2^2$$

$$L = \alpha (N_1 + N_2)^2$$

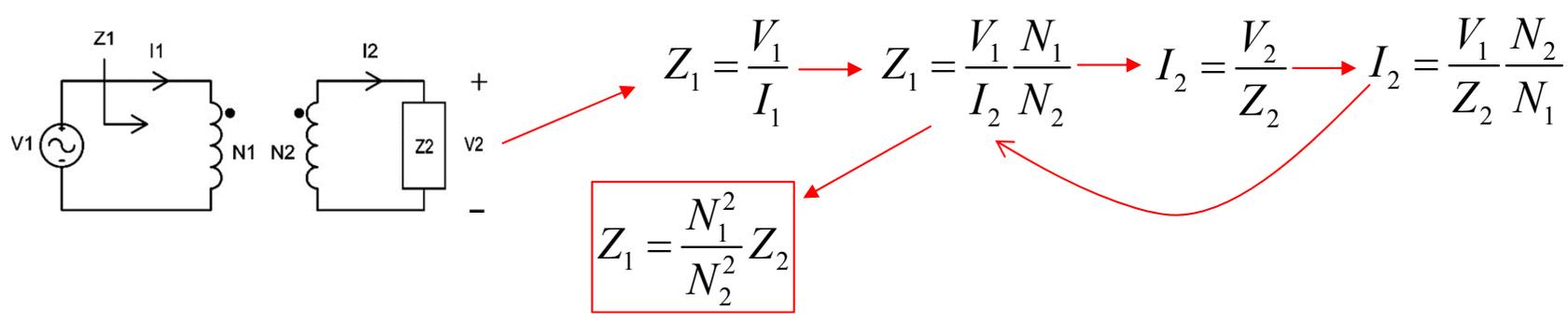
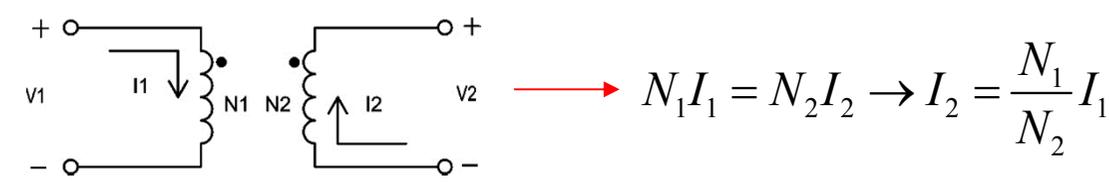
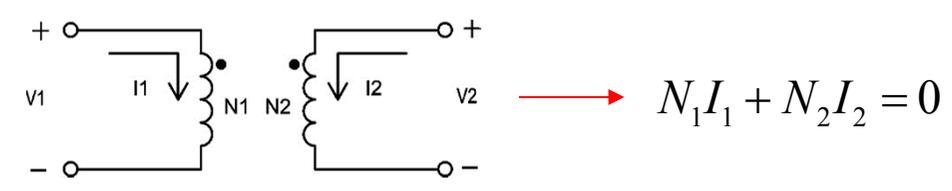
$$L = \alpha N_1^2 + \alpha N_2^2 + 2\alpha N_1 N_2$$

$$L = \alpha N_1^2 + \alpha N_2^2 + 2\sqrt{\alpha N_1^2 \alpha N_2^2}$$

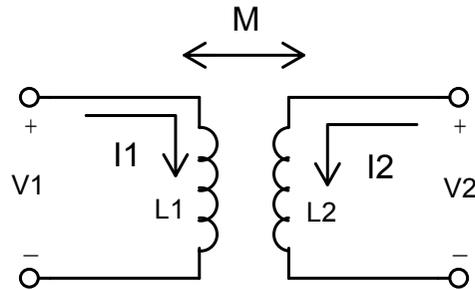
$$L = L_1 + L_2 + 2\sqrt{L_1 L_2}$$

# Transformador Ideal

O transformador ideal é um elemento de circuito ideal, que é constituído de indutores acoplados, com  $k=1$ , e número infinito de espiras, de forma que as indutâncias são infinitas. No transformador ideal a relação de espiras é que tem importância.



# Indutores Acoplados

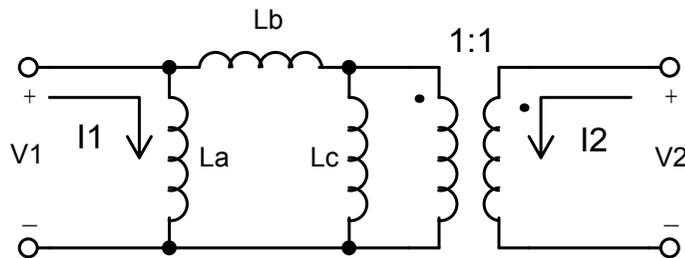


$M$  é a indutância mútua

$k$  é o fator de acoplamento

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_1 & M \\ M & L_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{I}_1 \\ \dot{I}_2 \end{bmatrix} \xrightarrow[k = \frac{M}{\sqrt{L_1 L_2}}]{M = k\sqrt{L_1 L_2}} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_1 & k\sqrt{L_1 L_2} \\ k\sqrt{L_1 L_2} & L_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{I}_1 \\ \dot{I}_2 \end{bmatrix}$$

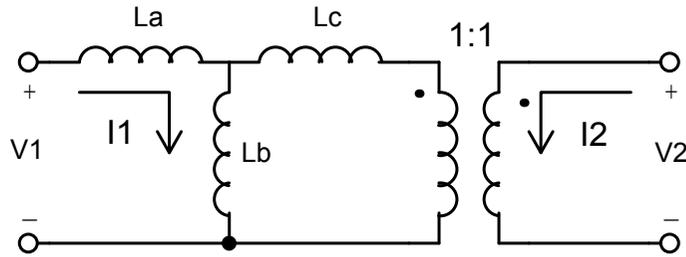
## Modelos equivalentes para indutores acoplados



$$L_a = (L_1 L_2 - M^2) / (L_2 - M)$$

$$L_b = (L_1 L_2 - M^2) / M$$

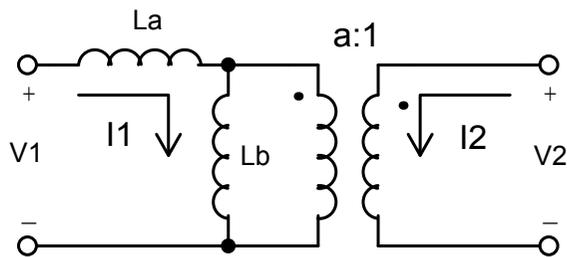
$$L_c = (L_1 L_2 - M^2) / (L_1 - M)$$



$$L_a = L_1 - M$$

$$L_b = M$$

$$L_c = L_2 - M$$



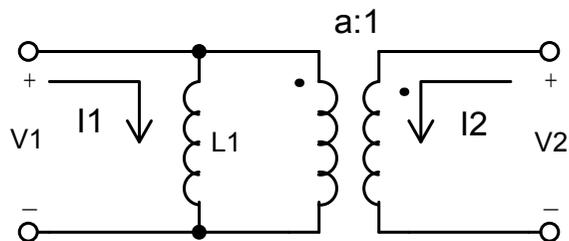
$$L_a = (1 - k^2)L_1$$

$$L_b = k^2 L_1$$

$$a = k\sqrt{L_1/L_2} = k N_1/N_2$$

$$k = M/\sqrt{L_1 L_2}$$

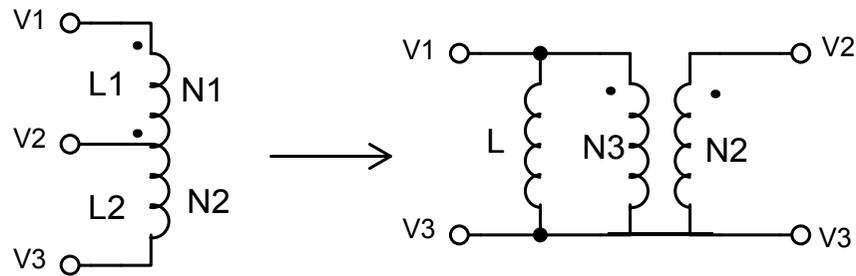
## Acoplamento unitário



$$a = \frac{N_1}{N_2} = \sqrt{\frac{L_1}{L_2}}$$

$N_1/N_2$  é a relação de espiras do transformador.

## Autotransformador



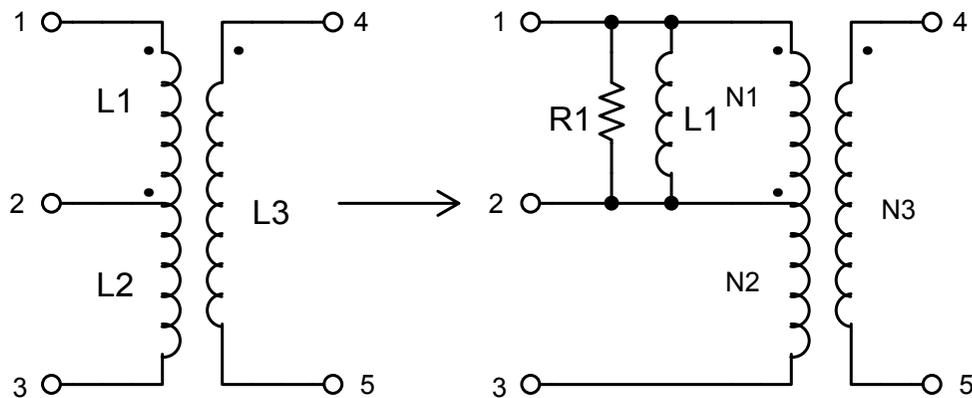
$$L = L_1 + L_2 + 2\sqrt{L_1 L_2}$$

$$N_3 = N_1 + N_2$$

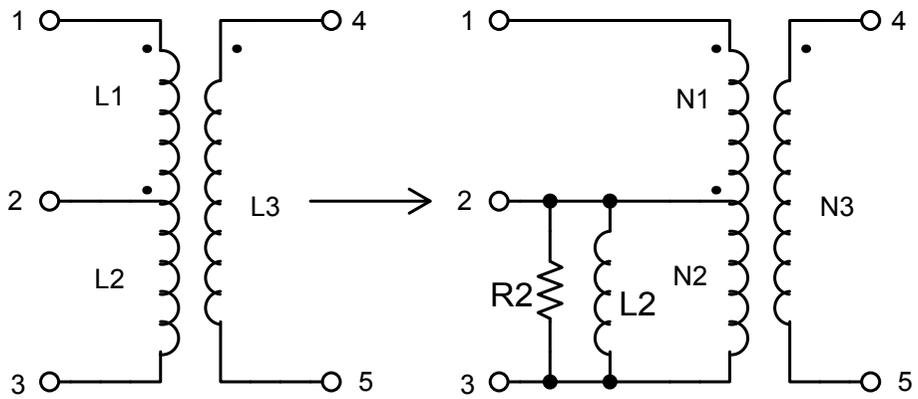
$$\frac{V_1 - V_2}{V_2 - V_3} = \frac{N_1}{N_2}$$

$$\frac{V_1 - V_3}{V_2 - V_3} = \frac{N_1 + N_2}{N_2} = \frac{N_3}{N_2}$$

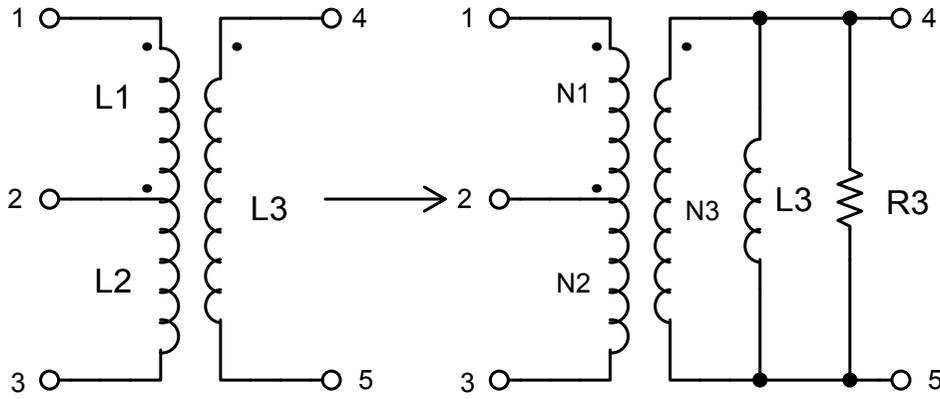
## Múltiplos indutores acoplados



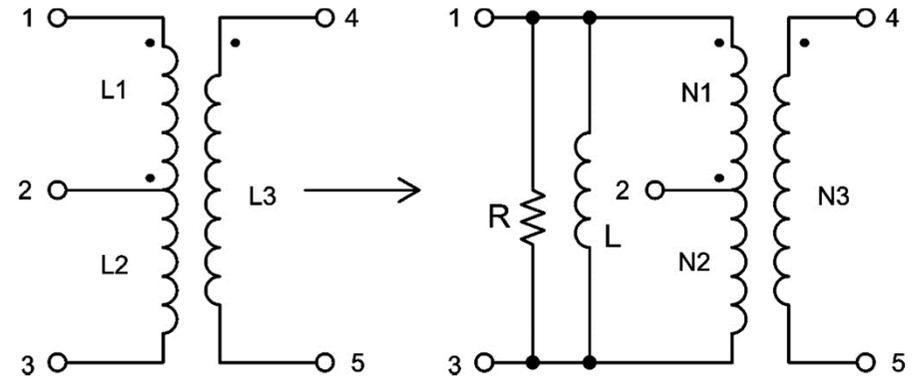
$$Q = \frac{R_1}{\omega L_1}$$



$$Q = \frac{R_2}{\omega L_2}$$

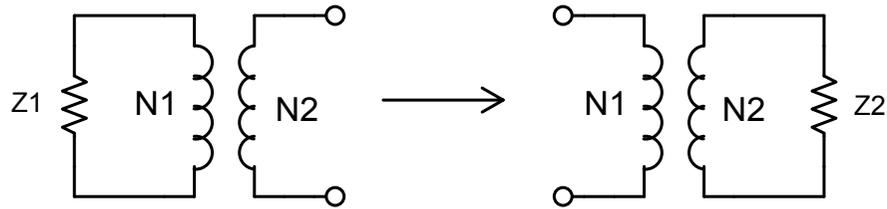


$$Q = \frac{R_3}{\omega L_3}$$

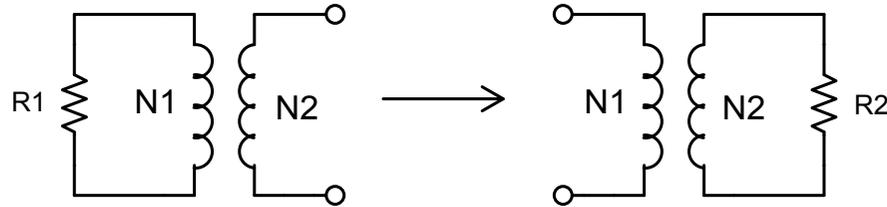


$$Q = \frac{R}{\omega L}$$

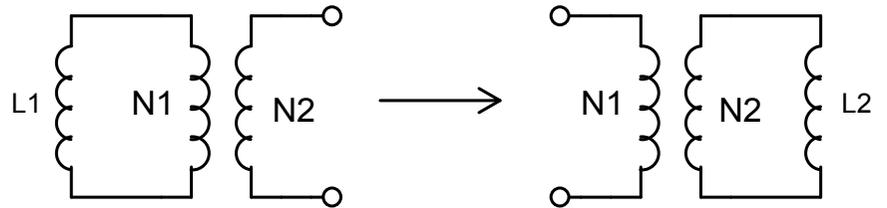
## Transformação de impedância



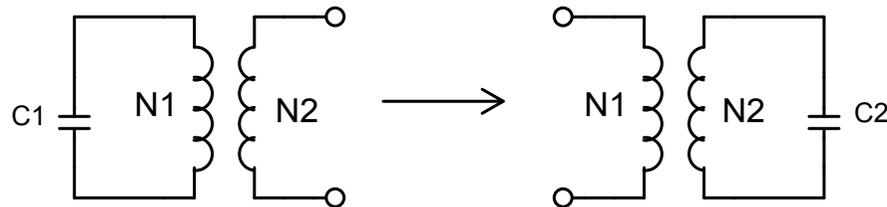
$$Z_2 = \left(\frac{N_2}{N_1}\right)^2 Z_1$$



$$R_2 = \left(\frac{N_2}{N_1}\right)^2 R_1$$



$$L_2 = \left(\frac{N_2}{N_1}\right)^2 L_1$$

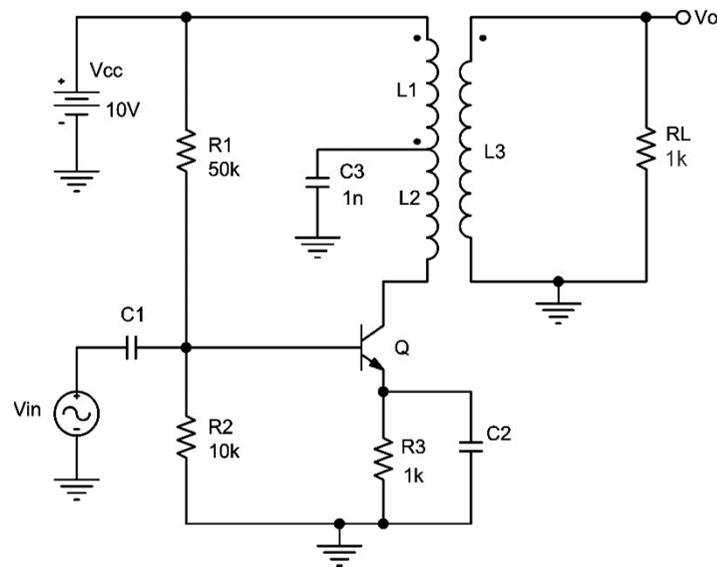


$$C_2 = \left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2 C_1$$

## Exemplo

Considere o amplificador sintonizado abaixo. Calcule o ganho e a seletividade. São dados:

- $C_1$  e  $C_2$  são capacitores de *bypassing* nas frequências de trabalho;
- $L_1=25\mu\text{H}$ ,  $L_2=25\mu\text{H}$  e  $L_3=10\mu\text{H}$ ;
- Fator de qualidade  $Q_b$  do indutor acoplado igual a 50, dentro da faixa de frequência de trabalho;
- $V_{BE}=0.7\text{V}$  e  $\beta=500$  para o transistor.



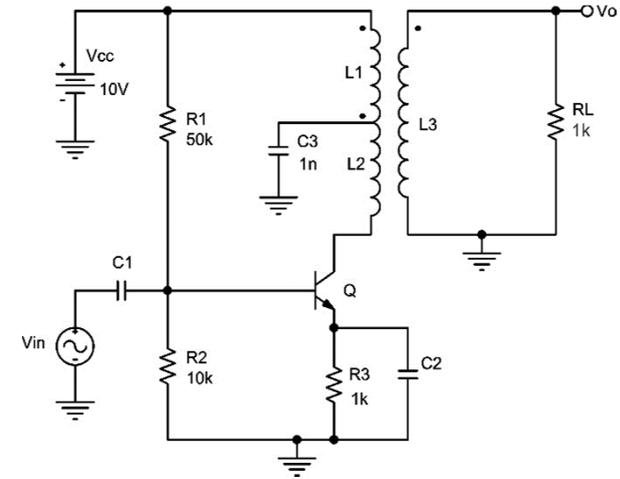
**Passo 1:** Cálculo da polarização do circuito.

$$V_{Bq} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} V_{CC} = \frac{10k}{50k + 10k} \times 10 = 1.7V$$

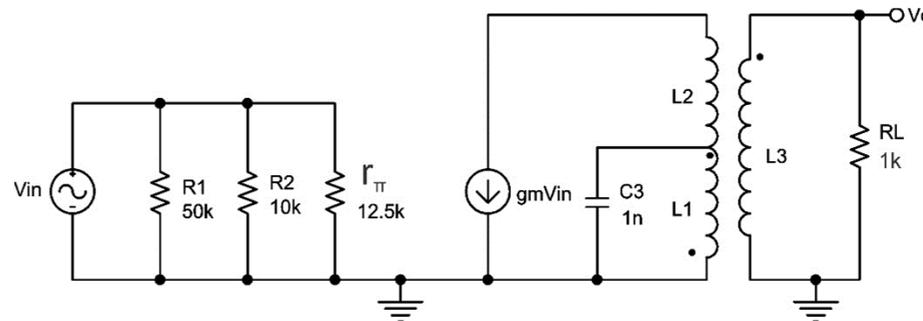
$$V_{R3} = V_{Bq} - 0.7 = 1V \rightarrow I_{Eq} \cong I_{Cq} \cong \frac{V_{Eq}}{R_3} = \frac{1}{1k} \rightarrow \boxed{I_{Cq} = 1mA}$$

$$gm = \frac{I_{Cq}}{V_T} \cong 40I_{Cq} \rightarrow \boxed{gm = 40m\Omega^{-1}}$$

$$r_\pi \cong \frac{V_T}{I_{Bq}} = \frac{V_T}{\frac{I_{Cq}}{\beta}} = \frac{\beta}{40I_{Cq}} \rightarrow \boxed{r_\pi = 12.5k\Omega}$$



**Passo 2:** Representação do circuito no modelo AC de pequenos sinais, conforme abaixo.



**Passo 3:** Cálculo da frequência de ressonância.

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{L_1 C_3}} = \frac{1}{\sqrt{25 \cdot 10^{-6} \times 1 \cdot 10^{-9}}} \rightarrow \boxed{\omega_0 = 6.32 \cdot 10^6 \text{ rad/s}}$$

**Passo 4:** Cálculo da resistência parasita do indutor.

$$Q_b = \frac{R_p}{\omega_0 L_3} \rightarrow 50 = \frac{R_p}{6.32 \cdot 10^6 \times 10 \cdot 10^{-6}} \rightarrow \boxed{R_p = 3160 \Omega}$$

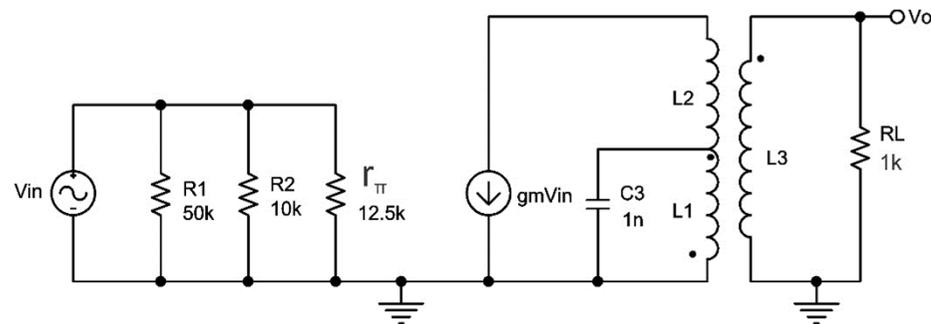
**Passo 5:** Cálculo das relações de espiras.

$$\frac{N1}{N2} = \sqrt{\frac{L_1}{L_2}} = \sqrt{\frac{25 \cdot 10^{-6}}{25 \cdot 10^{-6}}} \rightarrow \boxed{\frac{N1}{N2} = 1}$$

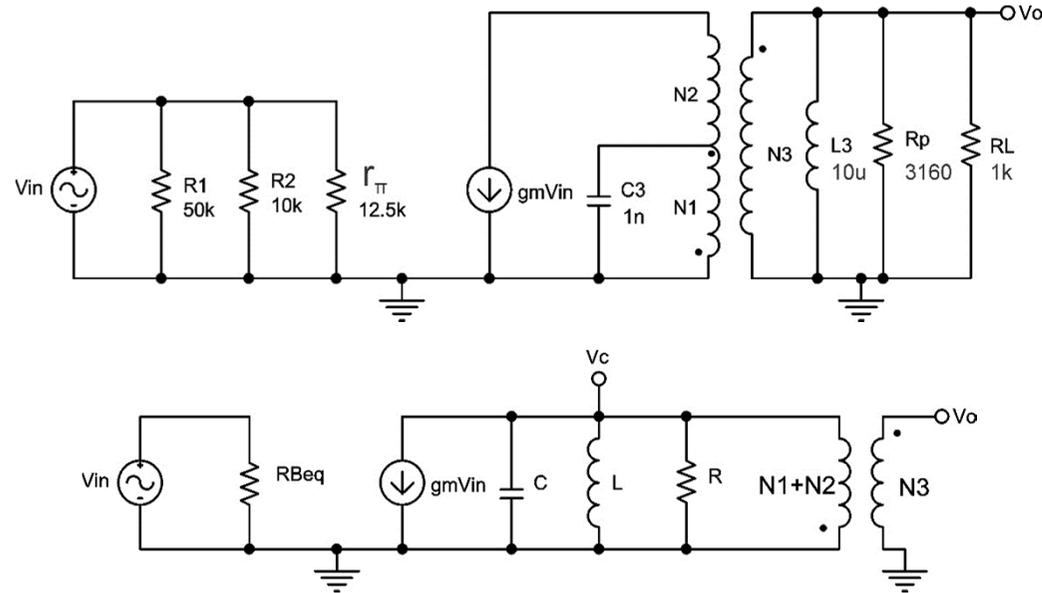
$$\frac{N1}{N3} = \frac{N2}{N3} = \sqrt{\frac{L_1}{L_3}} = \sqrt{\frac{25 \cdot 10^{-6}}{10 \cdot 10^{-6}}} \rightarrow \boxed{\frac{N1}{N3} = \frac{N2}{N3} = 1.58}$$

$$\boxed{\frac{N1 + N2}{N3} = 3.16}$$

$$N1 = N2 \rightarrow \boxed{\frac{N1 + N2}{N1} = 2}$$



**Passo 6:** Representação do indutor acoplado pelo modelo transformador ideal e indutor.



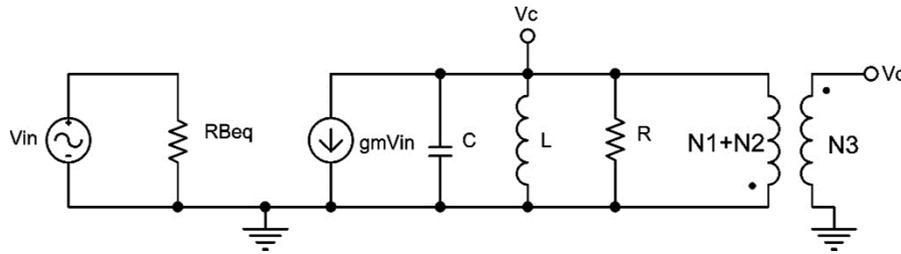
$$C = \left( \frac{N1}{N1 + N2} \right)^2 \times 1 \cdot 10^{-9} = \left( \frac{1}{2} \right)^2 \times 1 \cdot 10^{-9} \rightarrow \boxed{C = 250 \text{ pF}}$$

$$R = \left( \frac{N1 + N2}{N3} \right)^2 \times (3160 // 1k) = (3.16)^2 \times (3160 // 1000) \rightarrow \boxed{R = 7.6 \text{ k}\Omega}$$

$$L = \left( \frac{N1 + N2}{N3} \right)^2 \times 10 \cdot 10^{-6} = (3.16)^2 \times 10 \cdot 10^{-6} \rightarrow \boxed{L = 100 \mu\text{H}}$$

$$R_{Beq} = 50 \cdot 10^3 // 10 \cdot 10^3 // 12.5 \cdot 10^3 \rightarrow \boxed{R_{Beq} = 5 \text{ k}\Omega}$$

**Passo 7: Cálculo da seletividade.**



$$Q = \omega_0 RC = 6.32 \cdot 10^6 \times 7.6 \cdot 10^3 \times 250 \cdot 10^{-12} \rightarrow \boxed{Q = 12}$$

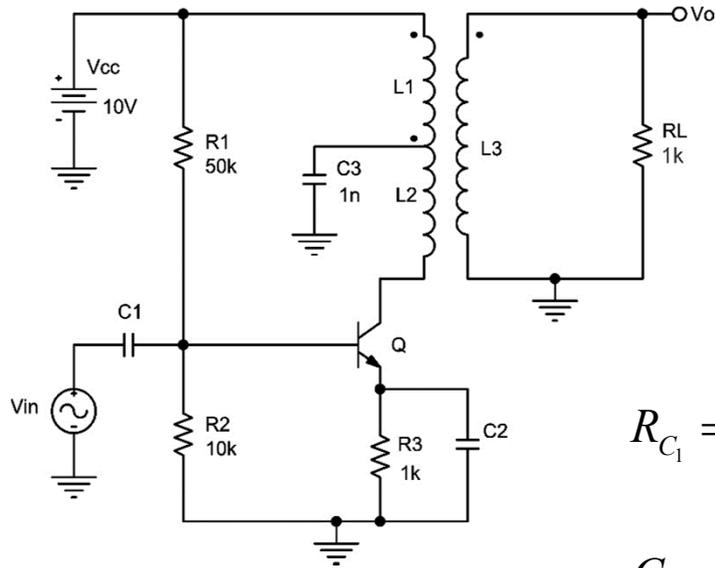
**Passo 8: Cálculo do ganho na frequência de sintonia.**

$$\frac{|V_C(j\omega_0)|}{|V_{in}(j\omega_0)|} = gmR = 40 \cdot 10^{-3} \times 7600 = 304$$

$$\frac{|V_o(j\omega_0)|}{|V_C(j\omega_0)|} = \frac{N3}{N1 + N2} = \frac{1}{3.16} = 0.316$$

$$\frac{|V_o(j\omega_0)|}{|V_{in}(j\omega_0)|} = \frac{|V_o(j\omega_0)|}{|V_C(j\omega_0)|} \frac{|V_C(j\omega_0)|}{|V_{in}(j\omega_0)|} = 0.316 \times 304 \rightarrow \boxed{\frac{|V_o(j\omega_0)|}{|V_{in}(j\omega_0)|} = 96}$$

## Passo 8: Cálculo dos capacitores de *bypassing*



A frequência de corte dos capacitores deve ser muito menor que a de sintonia. Vamos adotar  $f_C = 10\text{kHz}$ .

$$R_{C_1} = 50k // 10k // r_{\pi} = 50k // 10k // 12.5k = 5k\Omega$$

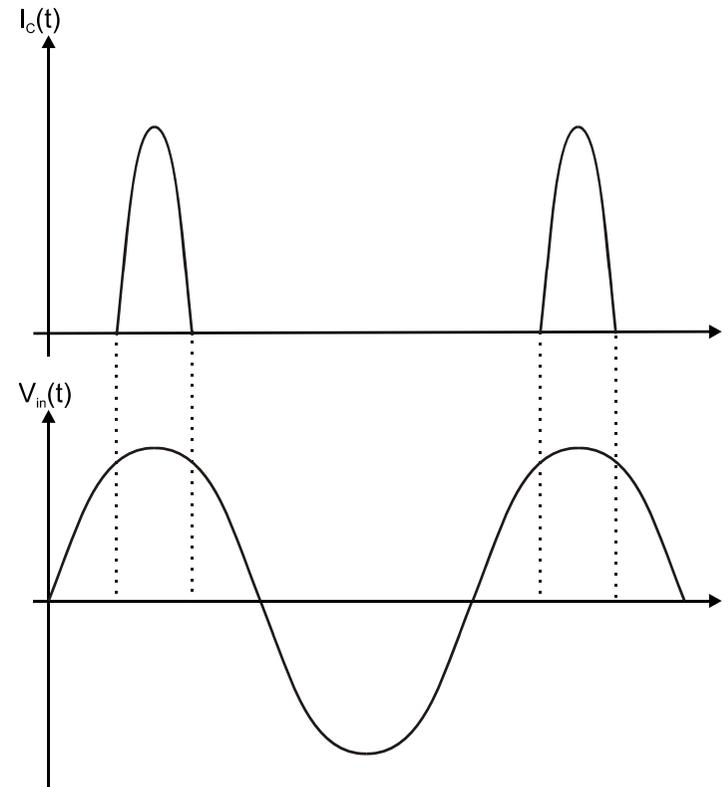
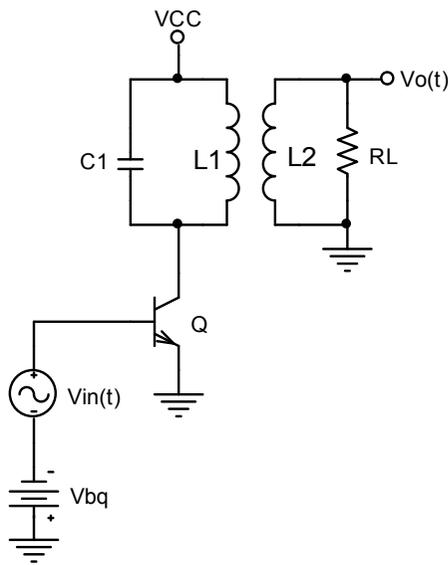
$$C_1 = \frac{1}{2\pi 10k R_{C_1}} = \frac{1}{2\pi 10k 5k} = 3.2nF \quad \boxed{C_1 = 3.2nF}$$

$$R_{C_2} = R_3 // r_e = 1k // \left( \frac{r_{\pi}}{\beta + 1} \right) = 1k // \left( \frac{12.5k}{501} \right) = 24.3\Omega$$

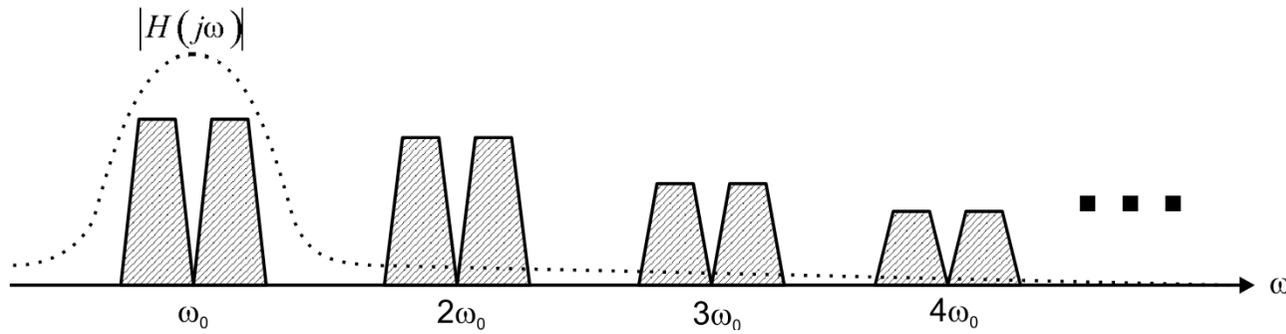
$$C_2 = \frac{1}{2\pi 10k R_{C_2}} = \frac{1}{2\pi 10k 24.3} = 655nF \quad \boxed{C_2 = 655nF}$$

# Amplificadores Classe C

Os amplificadores em classe C são empregados nos estágios de saída de potência dos circuitos de rádio frequência RF, devido à sua elevada eficiência. Estes amplificadores operam com ângulo de condução menor que  $180^\circ$ .



O sinal em corrente apresenta múltiplas cópias nas frequências harmônicas. O sinal de tensão é sintonizado na frequência fundamental.

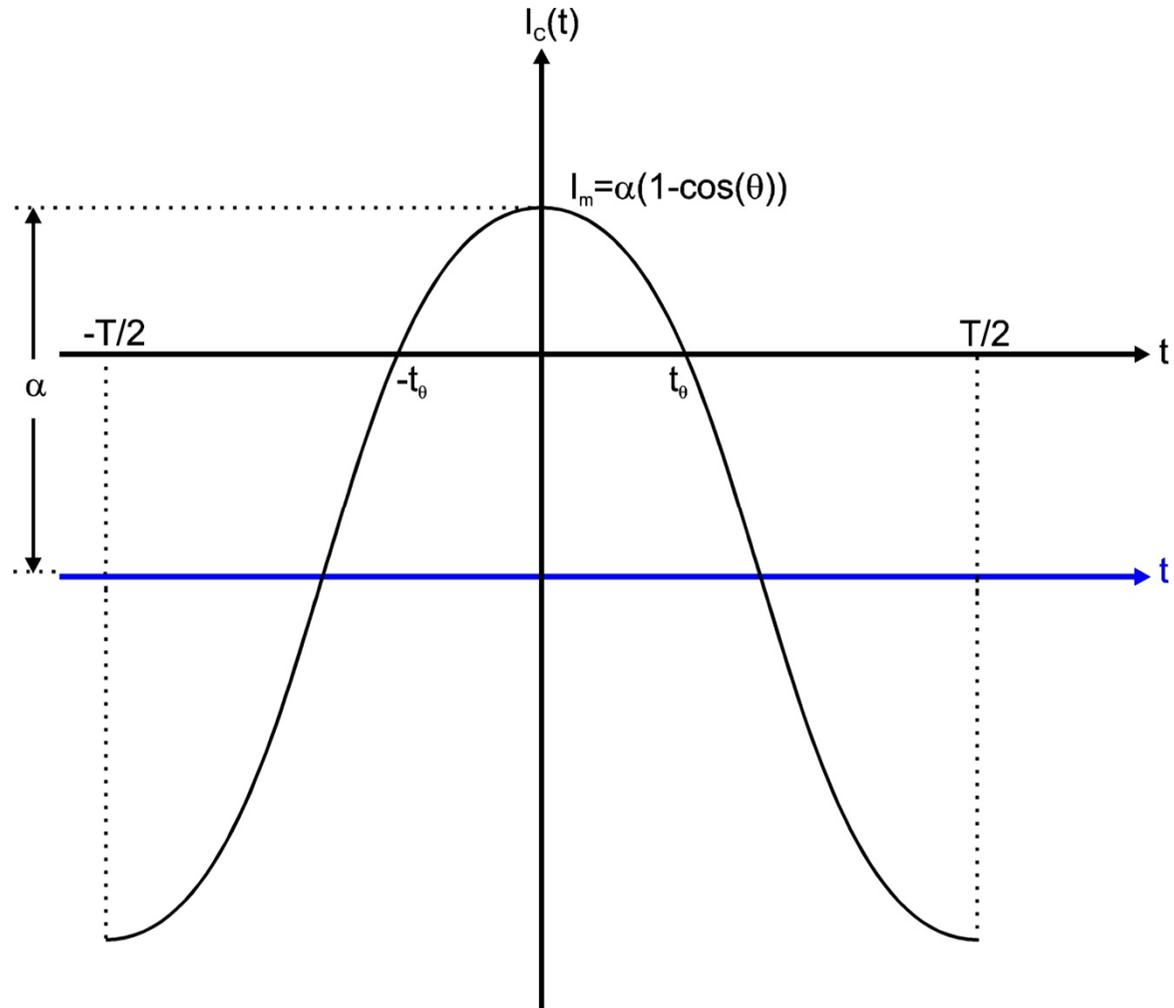


## Eficiência do Amplificador Classe C

Para o cálculo da eficiência, consideremos o sinal de entrada senoidal e um ângulo de condução  $2\theta$  para o transistor, de forma que a corrente de coletor exista somente no intervalo  $-t_\theta \leq t \leq t_\theta$ .

$$I_C(t) = \begin{cases} \alpha (\cos(\omega_0 t) - \cos(\omega_0 t_\theta)); & -t_\theta \leq t \leq t_\theta \\ 0; & -T/2 \leq t < -t_\theta \text{ e } t_\theta < t \leq T/2 \end{cases} \quad \theta = \frac{2\pi}{T} t_\theta \quad \omega_0 = \frac{2\pi}{T}$$

$$I_C(t) = \begin{cases} \alpha(\cos(\omega_0 t) - \cos(\omega_0 t_\theta)); & -t_\theta \leq t \leq t_\theta \\ 0; & -T/2 \leq t < -t_\theta \text{ e } t_\theta < t \leq T/2 \end{cases} \quad \theta = \frac{2\pi}{T} t_\theta \quad \omega_0 = \frac{2\pi}{T}$$

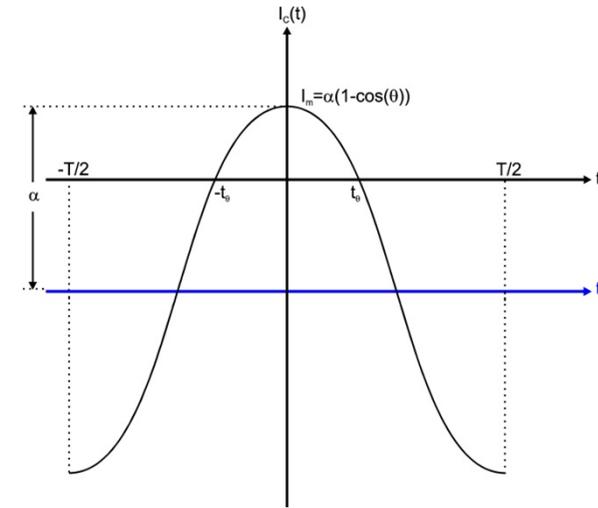


## Série de Fourier de $I_C(t)$

$$I_C(t) = I_0 + \sum_{n=1}^{\infty} [B_n \cos(n\omega_0 t)]$$

$$\left\{ \begin{aligned} I_0 &= \frac{1}{T} \int_{-t_\theta}^{t_\theta} I_C(t) dt = \frac{1}{T} \int_{-t_\theta}^{t_\theta} \alpha (\cos(\omega_0 t) - \cos(\theta)) dt \end{aligned} \right.$$

$$\left\{ \begin{aligned} B_n &= \frac{2}{T} \int_{-t_\theta}^{t_\theta} I_C(t) \cos(n\omega_0 t) dt = \frac{2}{T} \int_{-t_\theta}^{t_\theta} \alpha (\cos(\omega_0 t) - \cos(\theta)) \cos(n\omega_0 t) dt \end{aligned} \right.$$

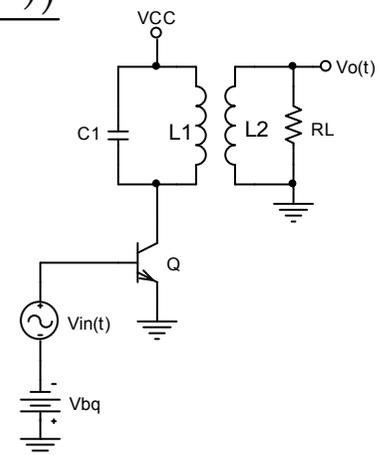


## Tensão de coletor na frequência $\omega_0$

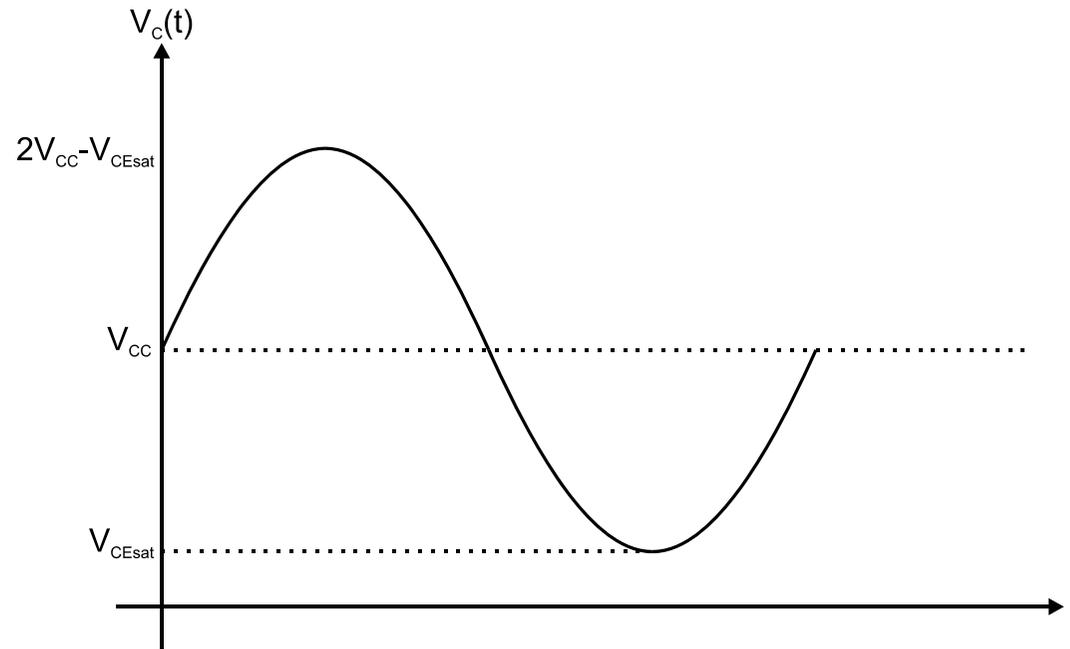
$$V_C(t) = V_{CC} - B_1 |Z(j\omega_0)| \cos(\omega_0 t) \longrightarrow B_1 = \frac{\alpha(\theta - \sin(\theta)\cos(\theta))}{\pi}$$

## Corrente DC no coletor

$$I_0 = \frac{\alpha(\sin(\theta) - \theta \cos(\theta))}{\pi}$$



## Excursão máxima de tensão no coletor



## Potência média fornecida pela fonte de alimentação

$$\overline{P_{V_{CC}}} = I_0 V_{CC} = \frac{\alpha (\sin(\theta) - \theta \cos(\theta)) V_{CC}}{\pi}$$

$$I_0 = \frac{\alpha (\sin(\theta) - \theta \cos(\theta))}{\pi}$$

## Potência média fornecida à carga $R_L$

$$I_C(t) = I_0 + i_C(t) = I_0 + B_1 \cos(\omega_0 t)$$

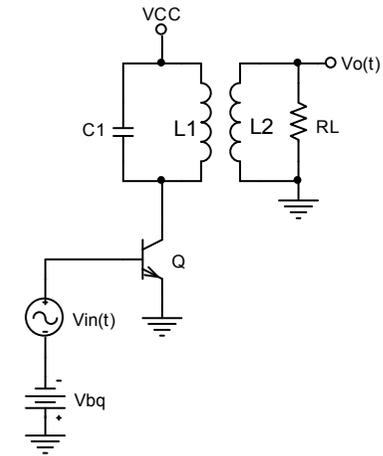
$$B_1 = \frac{\alpha(\theta - \sin(\theta)\cos(\theta))}{\pi}$$

$$\bar{P}_L = \frac{1}{2} R_{Ceq} B_1^2 \longrightarrow R_{Ceq} = \left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2 R_L$$

$$V_C = \frac{N_1}{N_2} V_0 = R_{Ceq} B_1 \longrightarrow R_{Ceq} = \frac{N_1}{N_2} V_0 \frac{1}{B_1}$$

$$\bar{P}_L = \frac{1}{2} \frac{N_1}{N_2} V_0 B_1 = \frac{N_1}{N_2} \frac{\alpha(\theta - \sin(\theta)\cos(\theta)) V_0}{2\pi}$$

$$\bar{P}_{V_{CC}} = I_0 V_{CC} = \frac{\alpha(\sin(\theta) - \theta \cos(\theta)) V_{CC}}{\pi}$$



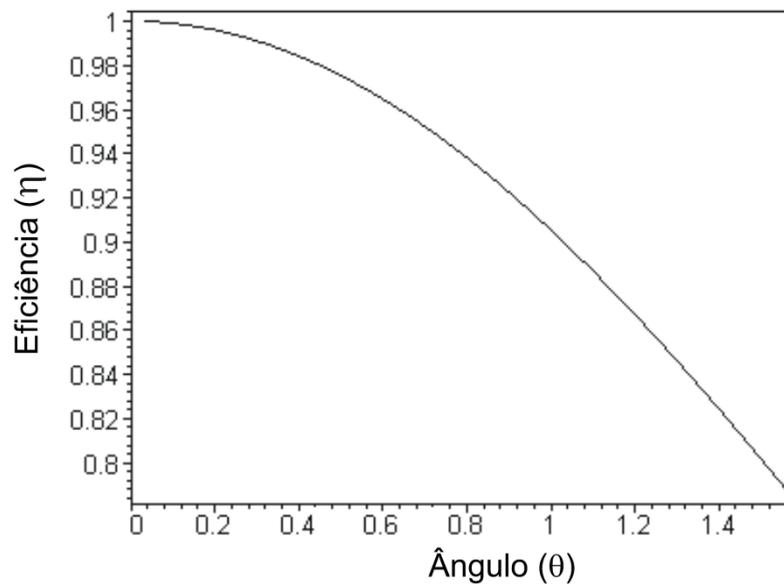
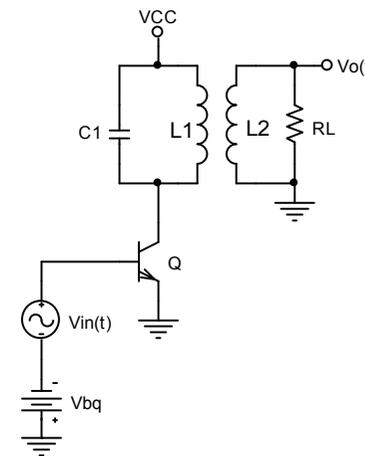
## Eficiência

$$\eta = \frac{\bar{P}_L}{\bar{P}_{V_{CC}}} = \frac{(\theta - \sin(\theta)\cos(\theta)) V_0}{2(\sin(\theta) - \theta \cos(\theta)) V_{CC}} \frac{N_1}{N_2}$$

$$\eta = \frac{\bar{P}_L}{\bar{P}_{V_{CC}}} = \frac{(\theta - \sin(\theta)\cos(\theta))V_0}{2(\sin(\theta) - \theta\cos(\theta))V_{CC}} \frac{N_1}{N_2}$$

$$V_0 = \frac{N_2}{N_1}V_C \longrightarrow V_{C_{\max}} = V_{CC} \longrightarrow V_{0_{\max}} = \frac{N_2}{N_1}V_{CC}$$

$$\eta_{\max} = \frac{\bar{P}_L}{\bar{P}_{V_{CC}}} = \frac{(\theta - \sin(\theta)\cos(\theta))}{2(\sin(\theta) - \theta\cos(\theta))}$$



$$\lim_{\theta \rightarrow 0} \eta_{\max} = 1 = 100\%$$

$$\eta \Big|_{\theta = \frac{\pi}{2}} = 0.785 = 78.5\% \rightarrow \text{classe B}$$

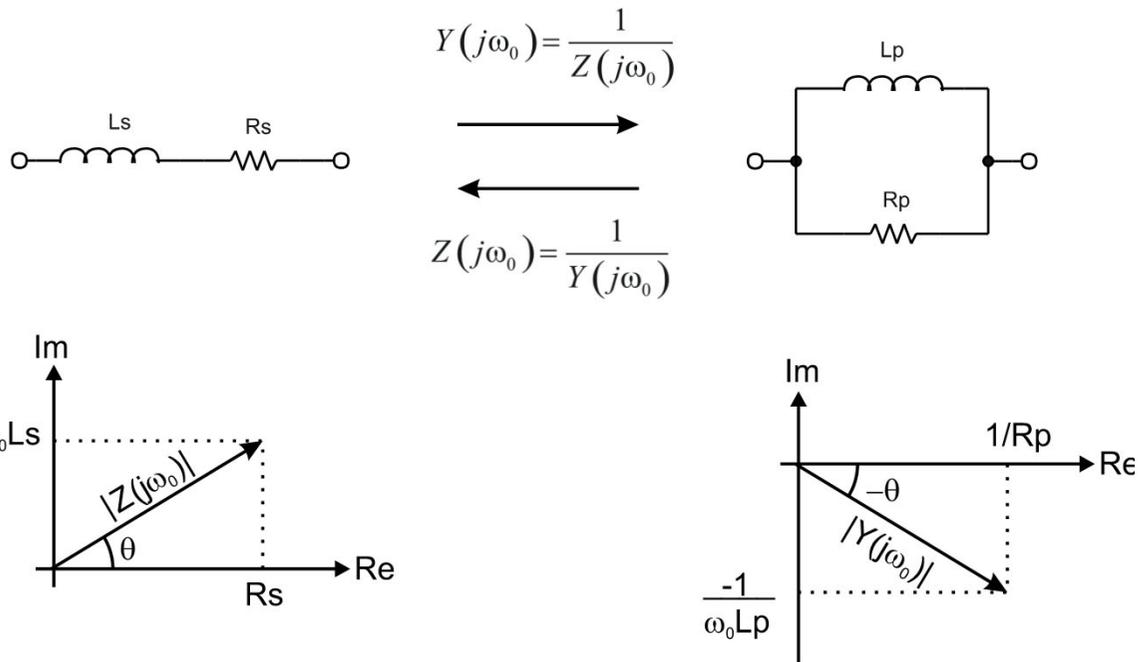
# Redes de Casamento de Impedâncias

Nos amplificadores de potência de RF, normalmente é necessário compatibilizar o nível de impedância da carga com a impedância do coletor, para obtermos a máxima transferência de potência. Por vezes, é necessário simplesmente refletir a resistência da carga para o coletor, com valor mais alto ou mais baixo, dependendo da potência que desejamos produzir. Na faixa de frequências dos MHz, isto pode ser feito com transformadores projetados para aplicações em RF. Entretanto, para frequências na ordem de centenas de MHz, esta tarefa só pode ser realizada com redes de casamento de impedâncias. Estas redes também fornecem a filtragem necessária para eliminação dos harmônicos gerados no estágio classe C.

## Transformações de Impedâncias

Os indutores e capacitores com perdas, em uma determinada frequência  $\omega_0$ , possuem uma representação série e paralela equivalentes. Na passagem de uma representação para a outra, o valor dos componentes é alterado, principalmente do resistor. Esta propriedade é utilizada para modificar o nível de impedância da carga.

## Transformação indutor série-paralelo com resistor



$$|Z(j\omega_0)| = \sqrt{\omega_0^2 L_s^2 + R_s^2} = R_s \sqrt{\frac{\omega_0^2 L_s^2}{R_s^2} + 1} = R_s \sqrt{Q^2 + 1}$$

$$|Y(j\omega_0)| = \sqrt{\frac{1}{\omega_0^2 L_p^2} + \frac{1}{R_p^2}} = \frac{1}{R_p} \sqrt{\frac{R_p^2}{\omega_0^2 L_p^2} + 1} = \frac{1}{R_p} \sqrt{Q^2 + 1}$$

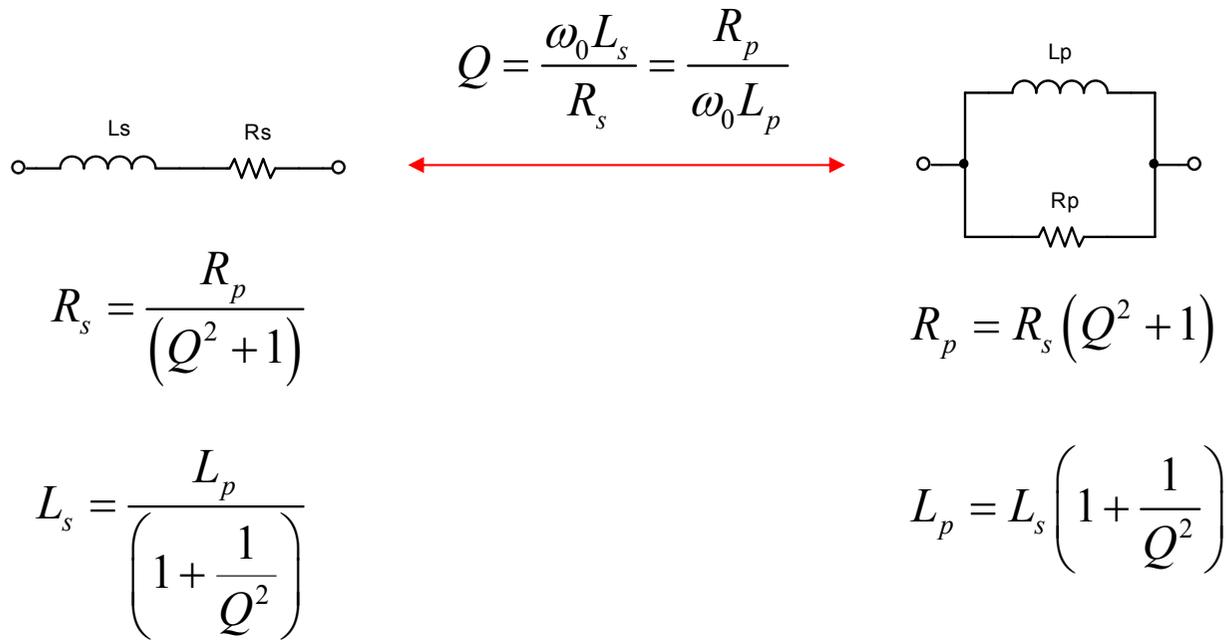
$$R_p = R_s (Q^2 + 1)$$

$$\frac{\omega_0 L_s}{R_s} = Q$$

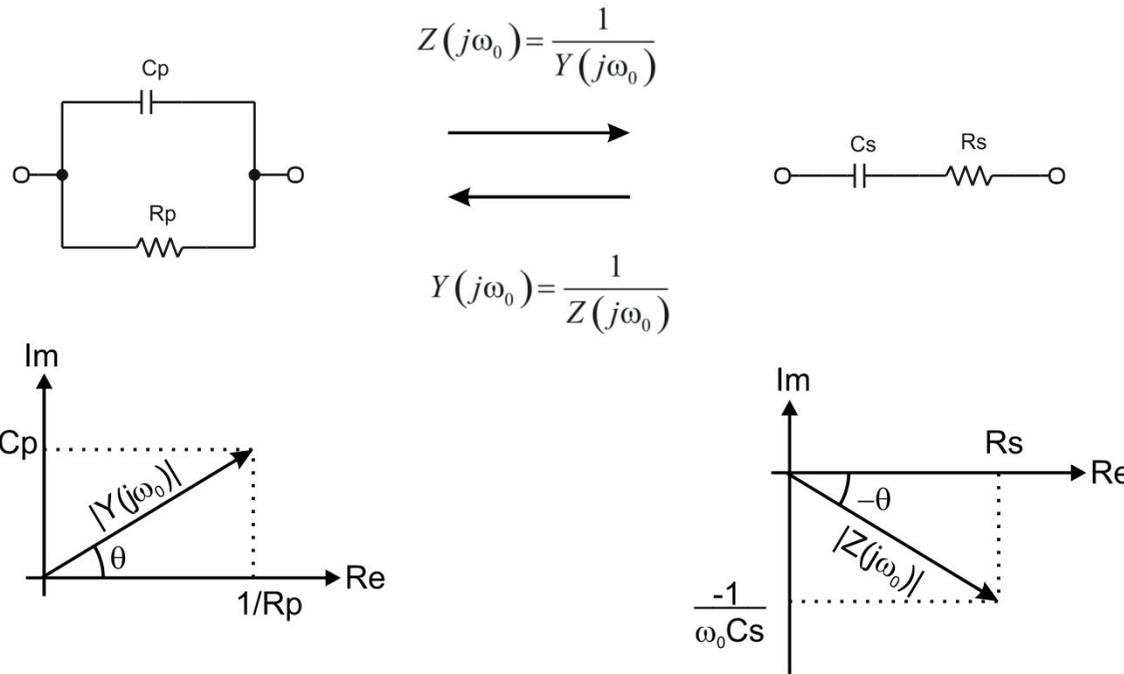
$$\frac{R_p}{\omega_0 L_p} = Q$$

$$R_p = R_s (Q^2 + 1)$$

$$L_p = L_s \left( 1 + \frac{1}{Q^2} \right)$$



## Transformação capacitor paralelo-série com resistor



$$Z(j\omega_0) = \frac{1}{Y(j\omega_0)}$$

$$Y(j\omega_0) = \frac{1}{Z(j\omega_0)}$$

$$|Y(j\omega_0)| = \sqrt{\omega_0^2 C_p^2 + \frac{1}{R_p^2}} = \frac{1}{R_p} \sqrt{\omega_0^2 C_p^2 R_p^2 + 1} = \frac{1}{R_p} \sqrt{Q^2 + 1}$$

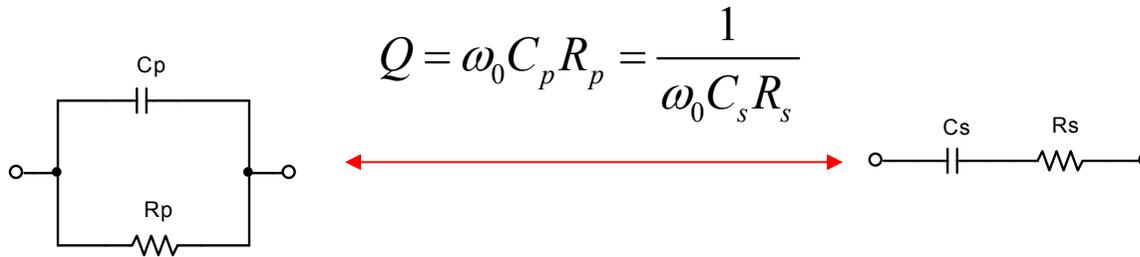
$$|Z(j\omega_0)| = \sqrt{\frac{1}{\omega_0^2 C_s^2} + R_s^2} = R_s \sqrt{\frac{1}{\omega_0^2 C_s^2 R_s^2} + 1} = R_s \sqrt{Q^2 + 1}$$

$$R_s = \frac{R_p}{Q^2 + 1}$$

$$\omega_0 C_p R_p = Q$$

$$\frac{1}{\omega_0 C_s R_s} = Q$$

$$R_s = \frac{R_p}{Q^2 + 1} \longrightarrow C_s = \left(1 + \frac{1}{Q^2}\right) C_p$$



$$R_p = R_s (Q^2 + 1)$$

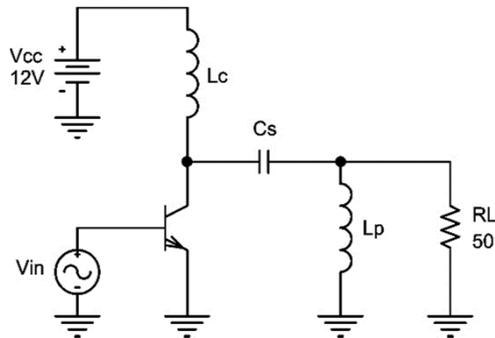
$$R_s = \frac{R_p}{(Q^2 + 1)}$$

$$C_p = \frac{C_s}{\left(1 + \frac{1}{Q^2}\right)}$$

$$C_s = \left(1 + \frac{1}{Q^2}\right) C_p$$

## Exemplo de aplicação

Um amplificador de potência em classe C, operando em 20MHz, fornecendo 5W de potência média a uma antena de 50Ω.



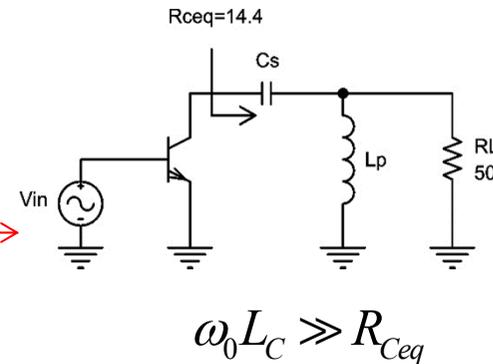
$$\bar{P}_L = 5W$$

$$5 = \frac{V_{CC}^2}{2R_{Ceq}} = \frac{12^2}{2R_{Ceq}}$$

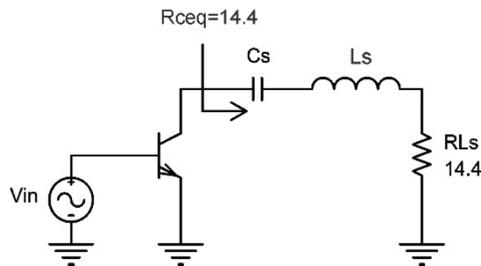
$$R_{Ceq} = 14.4\Omega$$

$$\omega_0 = 2 \cdot \pi \cdot 20 \cdot 10^6 = 125.7M \text{ rd/s}$$

Modelo AC

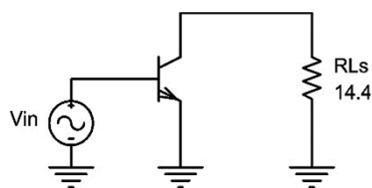


## Transformação paralelo-série



$$R_{Ls} = \frac{R_L}{(Q^2 + 1)} \rightarrow 14.4 = \frac{50}{(Q^2 + 1)} \rightarrow \boxed{Q = 1.57}$$

$$Q = \frac{R_L}{\omega_0 L_p} \rightarrow \boxed{L_p = 253.4nH}$$

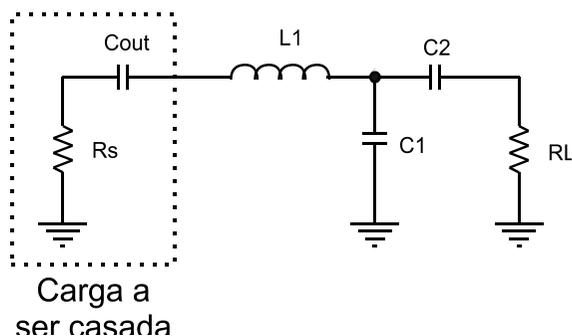


$$L_s = \frac{L_p}{\left(1 + \frac{1}{Q^2}\right)} = \boxed{180.3nH}$$

$$\omega_0^2 = \frac{1}{L_s C_s} \rightarrow \boxed{C_s = 351.2pF}$$

## Rede com T de capacitores e indutor

Esta rede é empregada quando desejamos fazer o casamento de impedância com uma carga representada por um capacitor em série com resistor .



$$X_{L_1} = \omega_0 L_1$$

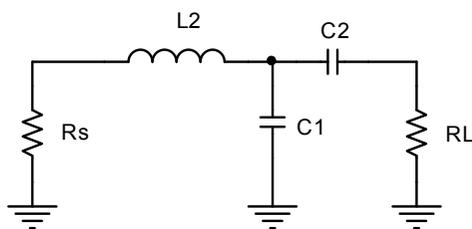
$$X_{C_1} = \frac{1}{\omega_0 C_1}$$

$$X_{C_{out}} = \frac{1}{\omega_0 C_{out}}$$

$$X_{C_2} = \frac{1}{\omega_0 C_2}$$

Parte da reatância de  $L_1$  é usada para cancelar  $C_{out}$  na frequência  $\omega_0$

$$X_{L_2} = X_{L_1} - X_{C_{out}}$$



Definir

$$Q = \frac{\omega_0 L_2}{R_s} = \frac{X_{L_2}}{R_s} \longrightarrow X_{L_2} = QR_s$$

$$X_{L_1} = QR_s + X_{C_{out}}$$

## Aplicando as transformações de impedâncias

$$R_{sp} = (Q^2 + 1)R_s$$

$$L_{2p} = \left(1 + \frac{1}{Q^2}\right)L_2 \rightarrow X_{L_{2p}} = \left(1 + \frac{1}{Q^2}\right)X_{L_2}$$

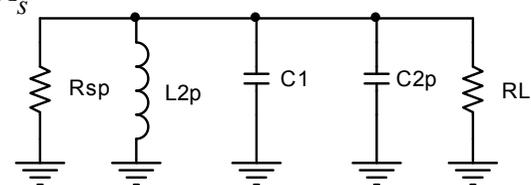
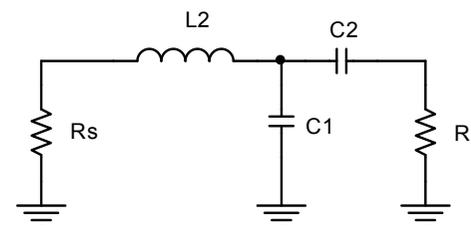
$$X_{L_{2p}} = \left(1 + \frac{1}{Q^2}\right)QR_s$$

$$R_{Lp} = \left(1 + \frac{1}{(\omega_0 C_2 R_L)^2}\right)R_L = \left(1 + \frac{X_{C_2}^2}{R_L^2}\right)R_L$$

$$C_p = \frac{C_s}{\left(1 + \frac{1}{Q_s^2}\right)}$$

Da transformação série-paralelo

$$C_{2p} = \frac{C_2}{1 + (\omega_0 C_2 R_L)^2} \rightarrow \frac{1}{\omega_0 C_{2p}} = \frac{1 + (\omega_0 C_2)^2 R_L^2}{\omega_0 C_2} \rightarrow X_{C_{2p}} = \left(1 + \frac{R_L^2}{X_{C_2}^2}\right)X_{C_2}$$



$$X_{L_2} = QR_s$$

O casamento de impedâncias ocorre quando:

$$R_{sp} = R_{Lp}$$

$$\frac{1}{X_{L_{2p}}} - \frac{1}{X_{C_1}} - \frac{1}{X_{C_{2p}}} = 0$$

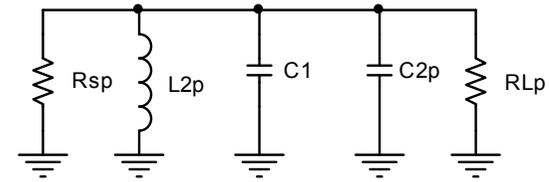
$$R_{sp} = R_{Lp}$$

$$R_{sp} = (Q^2 + 1)R_s \rightarrow R_{Lp} = (Q^2 + 1)R_s$$

$$R_{Lp} = \left(1 + \frac{X_{C_2}^2}{R_L^2}\right)R_L$$

$$X_{C_2} = R_L \sqrt{(Q^2 + 1) \frac{R_s}{R_L} - 1}$$

$$\frac{1}{X_{L_{2p}}} - \frac{1}{X_{C_1}} - \frac{1}{X_{C_{2p}}} = 0$$



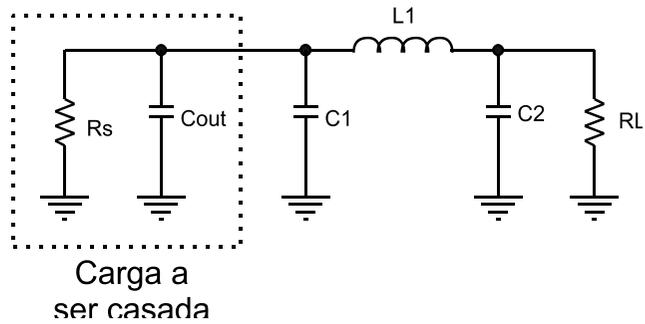
$$X_{C_{2p}} = \left(1 + \frac{R_L^2}{X_{C_2}^2}\right)X_{C_2}$$

$$X_{C_2} = R_L \sqrt{(Q^2 + 1) \frac{R_s}{R_L} - 1}$$

$$X_{C_1} = \frac{R_s(1 + Q^2)}{Q - \sqrt{\frac{R_s}{R_L}(1 + Q^2) - 1}}$$

$$X_{L_{2p}} = \left(1 + \frac{1}{Q^2}\right)QR_s$$

## Rede em $\pi$



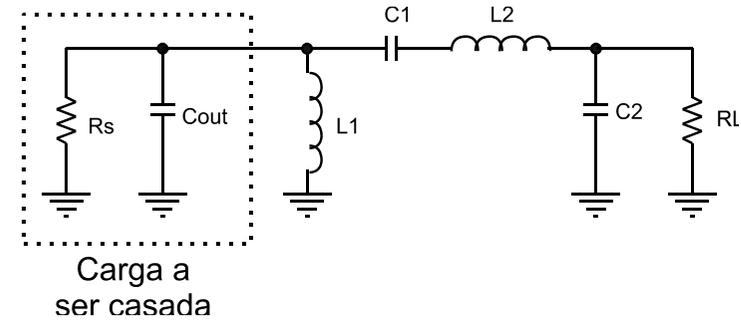
$$Q = \omega_0 R_s (C_{out} + C_1)$$

$$\frac{1}{X_{C_1}} = \frac{Q}{R_s} - \frac{1}{X_{C_{out}}}$$

$$X_{C_2} = R_L \sqrt{\frac{R_s/R_L}{(Q^2 + 1) - R_s/R_L}}$$

$$X_{L_1} = \frac{QR_s + R_s R_L / X_{C_2}}{Q^2 + 1}$$

## Rede em $\pi$ Modificada



$$X_{L_1} = X_{C_{out}}$$

$$Q = \frac{1}{\omega_0 R_s C_1}$$

$$X_{C_1} = QR_s$$

$$X_{C_2} = R_L \sqrt{\frac{R_s}{R_L - R_s}}$$

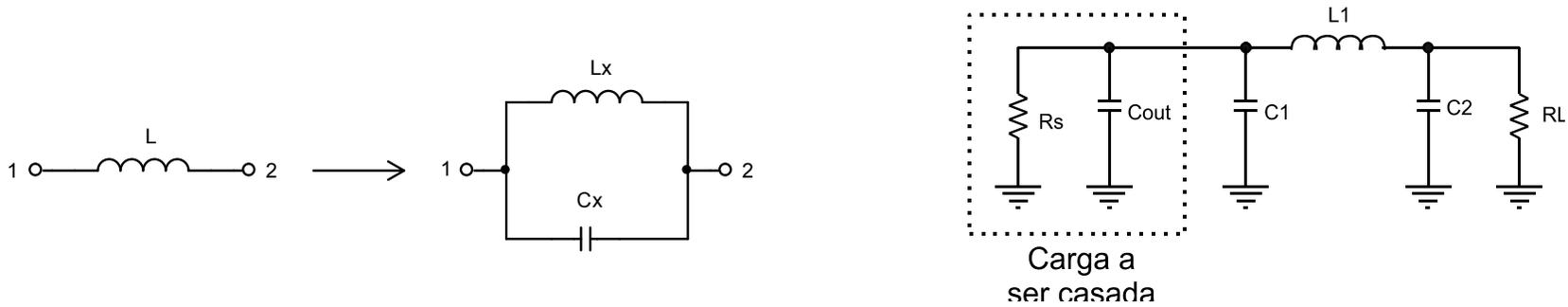
$$X_{L_2} = X_{C_1} + \frac{R_s R_L}{X_{C_2}}$$

## Redes de Casamento com Zeros de Transmissão

Os amplificadores de potência em RF normalmente possuem especificações rígidas com respeito à rejeição de harmônicos. Por exemplo, uma emissora de rádio que opera na frequência de 50MHz, potência de 500W e -30dBc de 2° harmônico, emite 500mW de sinal indesejável na frequência de 100MHz. Este valor é suficiente para interferir ou até mesmo obscurecer uma emissora que opere em 100MHz.

As redes de casamento de impedâncias normalmente são usadas em amplificadores classe C, que geram uma grande quantidade de harmônicos. Embora as redes sejam filtros passa-banda, a atenuação de 2°, 3° ou harmônicos mais altos, em geral não é suficiente para atender às normas legais de radio difusão. Uma forma eficiente e simples de resolver este problema, é a colocação de um ou mais zeros de transmissão, posicionados nas frequências harmônicas que desejamos eliminar.

## Zeros de transmissão com circuito LC paralelo

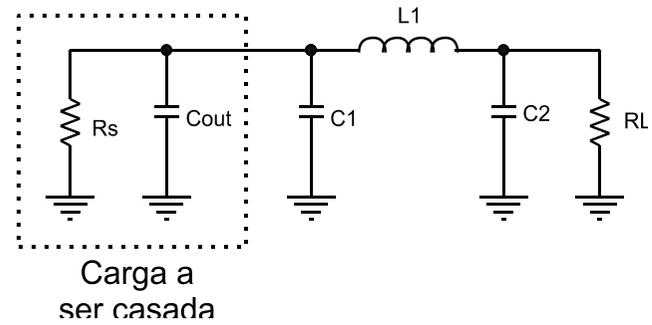
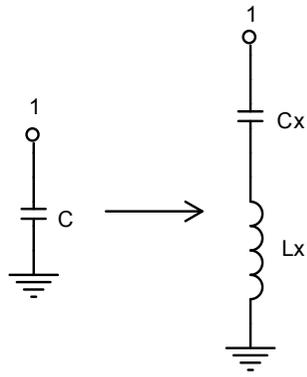


$$j\omega_0 L = \frac{j\omega_0 L_x}{1 - \omega_0^2 L_x C_x}$$

$$(n\omega_0)^2 = \frac{1}{L_x C_x}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} L_x = \left(1 - \frac{1}{n^2}\right)L \\ C_x = \frac{1}{(n^2 - 1)\omega_0^2 L} \end{array} \right.$$

## Zeros de transmissão com circuito LC série



$$j\omega_0 C = \frac{j\omega_0 C_x}{1 - \omega_0^2 L_x C_x}$$

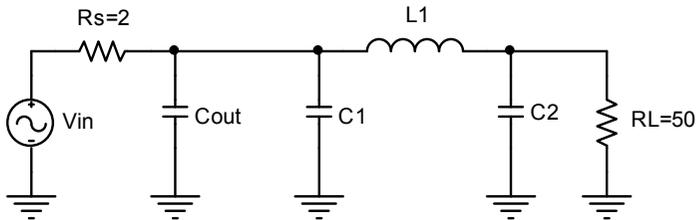
$$(n\omega_0)^2 = \frac{1}{L_x C_x}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} C_x = \left(1 - \frac{1}{n^2}\right) C \\ L_x = \frac{1}{(n^2 - 1)\omega_0^2 C} \end{array} \right.$$

## Exemplo: Casamento de impedâncias de uma antena de 50Ω

Realizar o casamento de impedâncias de uma antena de 50Ω com uma fonte de sinal operando em 100MHz e cuja impedância de saída é um resistor de 2Ω em paralelo com um capacitor de 10pF.

Primeira tentativa:



$$X_{C_2} = 50 \times \sqrt{\frac{2/50}{10^2 + 1 - 2/50}} = 0.995\Omega$$

$$X_{L_1} = \frac{10 \times 2 + 2 \times 50/0.995}{10^2 + 1} = 1.19\Omega$$

$$\omega_0 = 2\pi \times 100 \cdot 10^6 = 628.3 \cdot 10^6 \text{ rd/s}$$

$$X_{C_{out}} = \frac{1}{10 \cdot 10^{-12} \times 628.3 \cdot 10^6} = 159.15\Omega$$

Definindo  $Q = 10$

$$\frac{1}{X_{C_1}} = \frac{10}{2} - \frac{1}{X_{C_{out}}} = \frac{10}{2} - \frac{1}{159.15} = 4.9937 \rightarrow X_{C_1} = 0.2\Omega$$

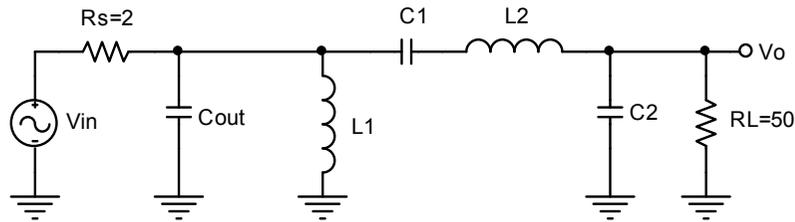
$$X_{C_1} = \frac{1}{\omega_0 C_1} = 0.2 \rightarrow \boxed{C_1 = 7.96nF}$$

$$X_{C_2} = \frac{1}{\omega_0 C_2} = 0.995 \rightarrow \boxed{C_2 = 1.6nF}$$

$$X_{L_1} = \omega_0 L_1 = 1.19 \rightarrow \boxed{L_1 = 1.89nH}$$

↓  
Componente inviável

## Segunda tentativa



$$X_{C_{out}} = \frac{1}{10 \cdot 10^{-12} \times 628.3 \cdot 10^6} = 159.15 \Omega$$

$$X_{L_1} = X_{C_{out}} = 159.15 \Omega$$

Definindo  $Q = 10$

$$X_{C_1} = 10 \times 2 = 20 \Omega$$

$$X_{C_2} = 50 \times \sqrt{\frac{2}{50-2}} = 10.2 \Omega$$

$$X_{L_2} = 20 + \frac{2 \times 50}{10.2} = 29.8 \Omega$$

$$X_{L_1} = X_{C_{out}}$$

$$X_{C_1} = QR_s$$

$$X_{C_2} = R_L \sqrt{\frac{R_s}{R_L - R_s}}$$

$$X_{L_2} = X_{C_1} + \frac{R_s R_L}{X_{C_2}}$$

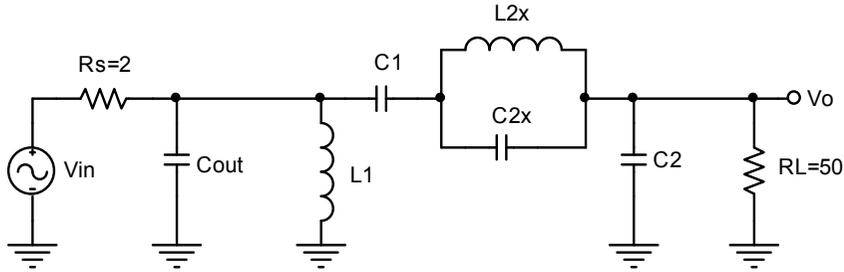
$$X_{L_1} = \omega_0 L_1 = 159.15 \rightarrow \boxed{L_1 = 253.3 \text{ nH}}$$

$$X_{C_1} = \frac{1}{\omega_0 C_1} = 20 \Omega \rightarrow \boxed{C_1 = 79.6 \text{ pF}}$$

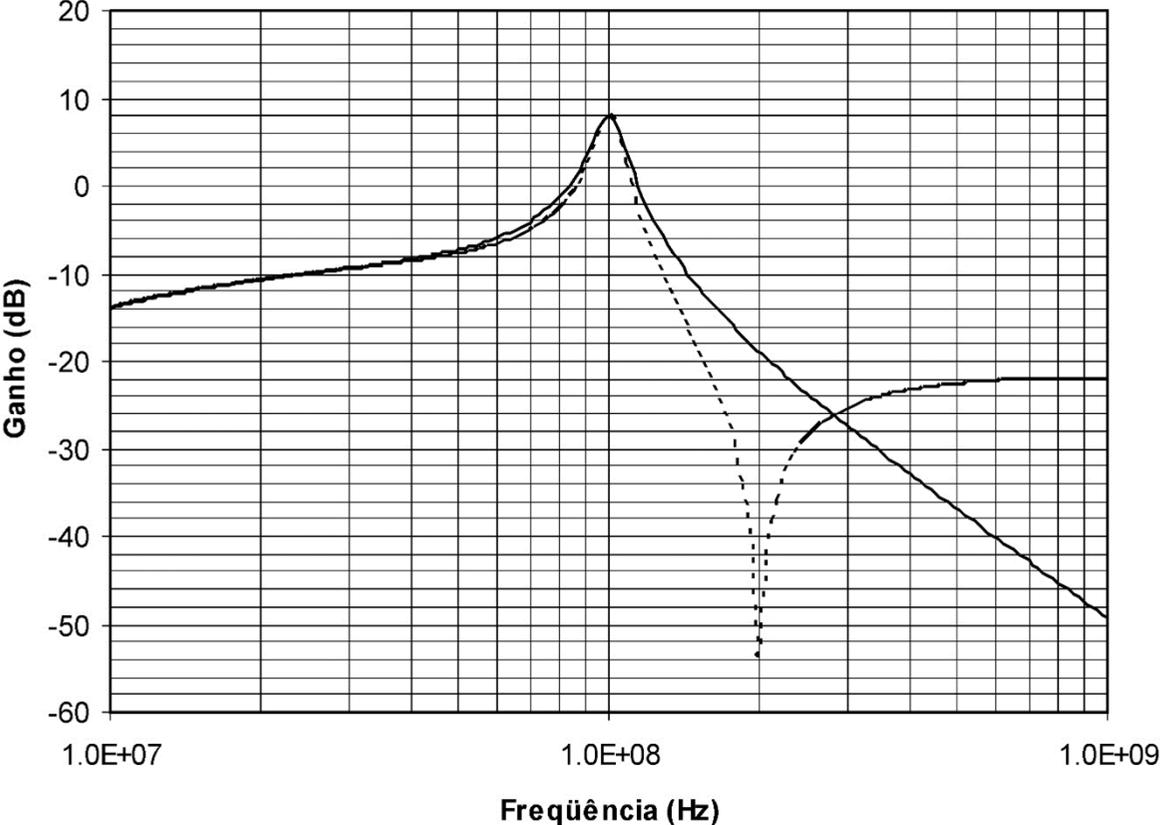
$$X_{C_2} = \frac{1}{\omega_0 C_2} = 10.2 \Omega \rightarrow \boxed{C_2 = 156.0 \text{ pF}}$$

$$X_{L_2} = \omega_0 L_2 = 29.8 \rightarrow \boxed{L_2 = 47.42 \text{ nH}}$$

# Cancelamento do segundo harmônico

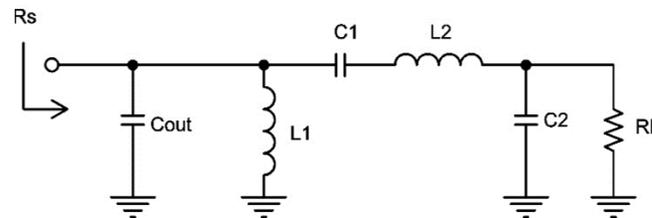
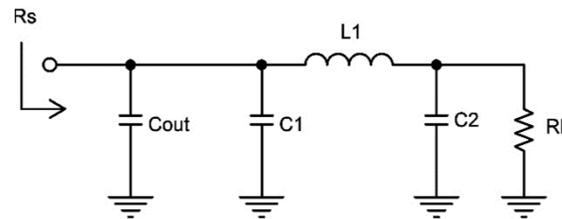
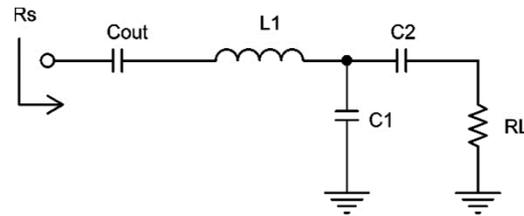


$$\begin{cases} L_{2x} = \left(1 - \frac{1}{2^2}\right) L_2 \rightarrow L_{2x} = 35.57 nH \\ C_{2x} = \frac{1}{(2^2 - 1) \omega_0^2 L_2} \rightarrow C_{2x} = 17.8 pF \end{cases}$$



## Redes de transformação de impedâncias

Em muitas situações, não existe a carga  $R_S$ , mas a fonte de sinal precisa que a carga  $R_L$  seja convertida para o valor  $R_S$ . As redes usadas para esta tarefa são as mesmas redes de casamento de impedâncias apresentadas.



## Indutores e capacitores



Capacitor variável, trimmer.



Indutor de núcleo de ar e fio rígido.

Fórmula empírica para o cálculo do indutor

$$L = \frac{0.394r^2N^2}{9r + 10h}$$

L - é a indutância em  $\mu\text{H}$ .

r - é o raio da bobina em cm.

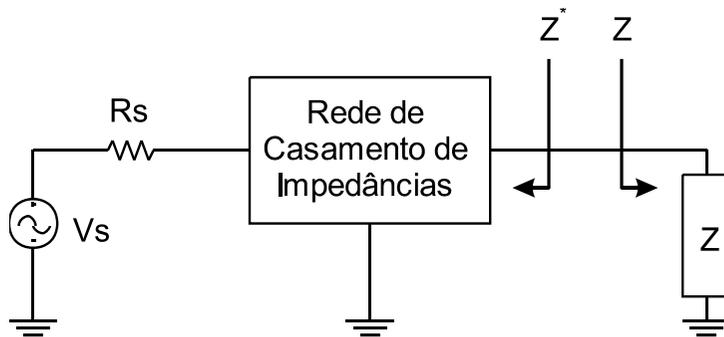
N - é o número de espiras.

h - é o comprimento da bobina em cm.

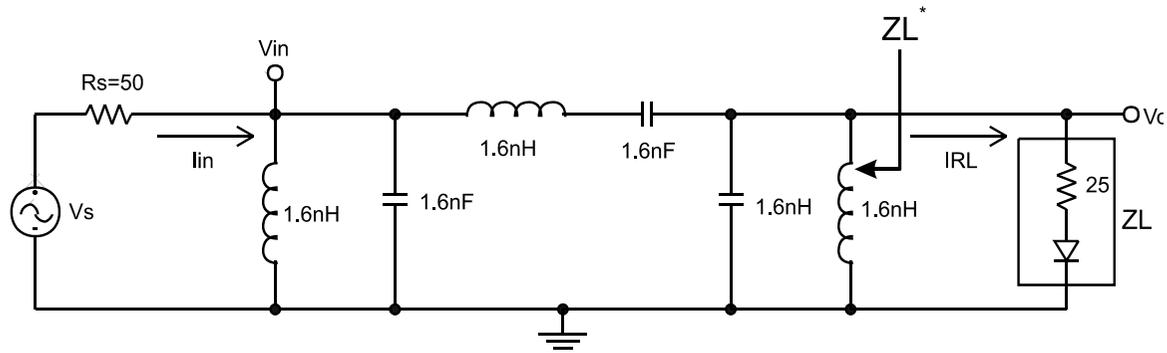
## Impedância para grandes sinais

Quando um dispositivo não linear é submetido a uma fonte de tensão ou corrente senoidal, a forma de onda da corrente ou tensão não é senoidal, tornando a definição de impedância sem sentido. Mas se observarmos os sinais na frequência fundamental  $\omega_0$ , excluindo os harmônicos, podemos definir a  $Z(j\omega_0)$  ou  $Y(j\omega_0)$ . Entretanto, o módulo e a fase serão dependentes da amplitude do sinal.

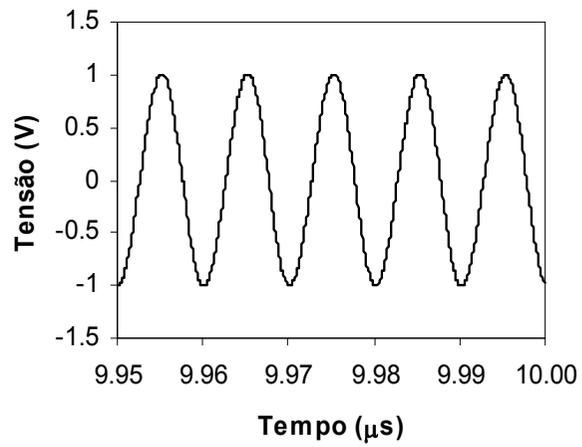
### Forma prática para determinar a impedância para grandes sinais



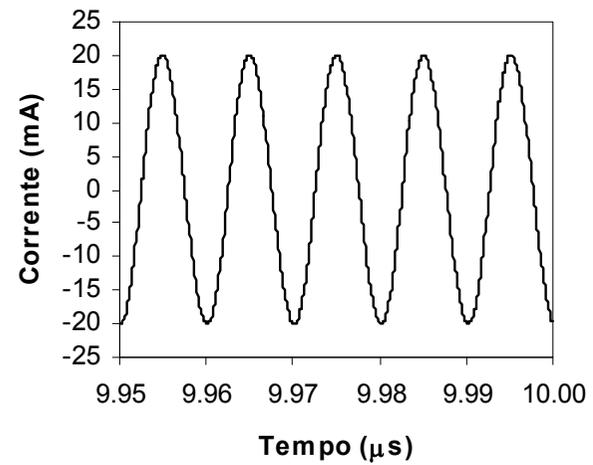
## Exemplo



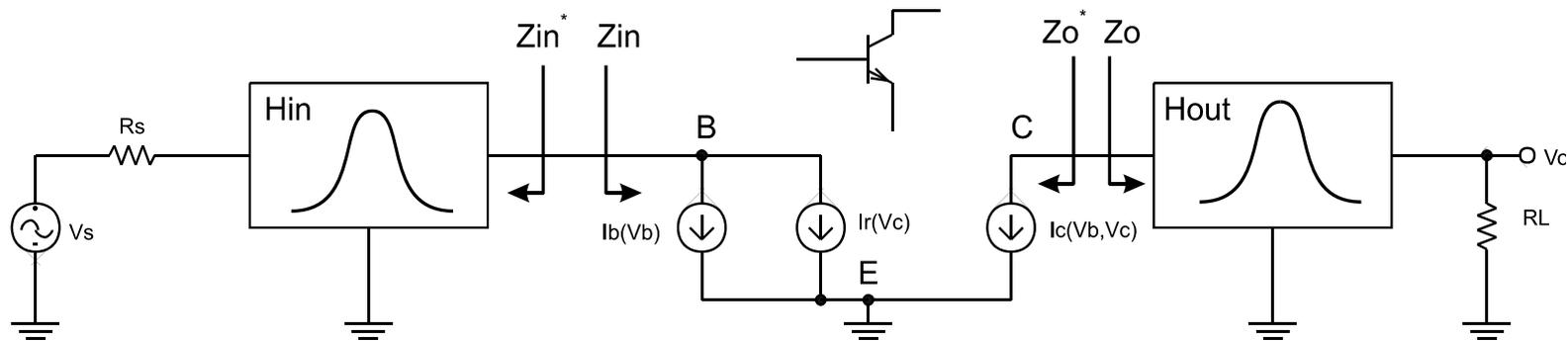
100MHz



100MHz



## Aplicação em transistores



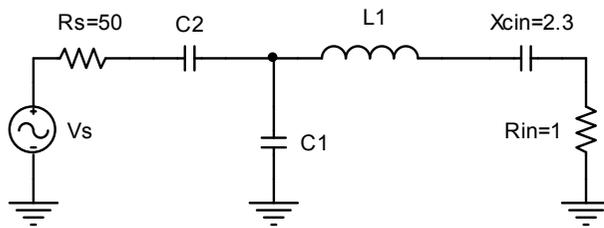
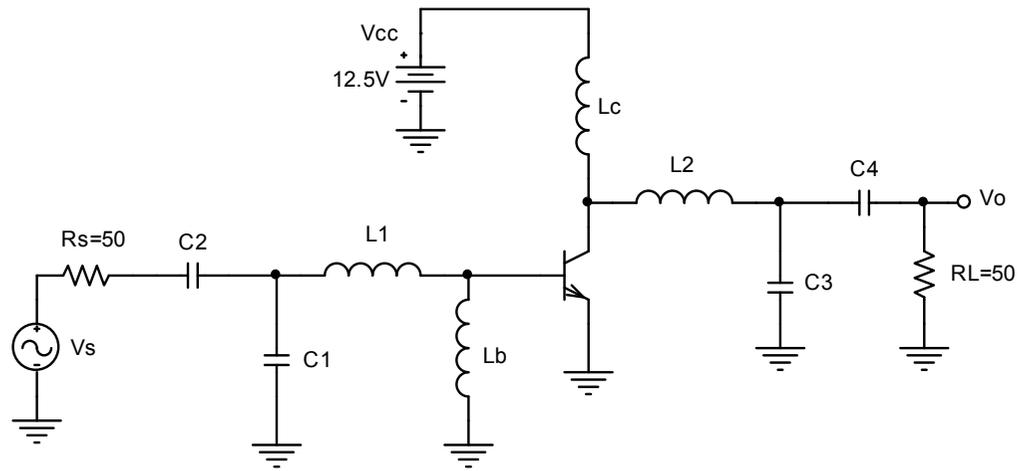
Obs:

A impedância  $Z_o^*$  é uma abstração. Na verdade, ela representa o conjugado da impedância que o transistor necessita no coletor para desenvolver uma certa potência de saída. Somente a parte capacitiva de  $Z_o^*$  tem sentido físico.

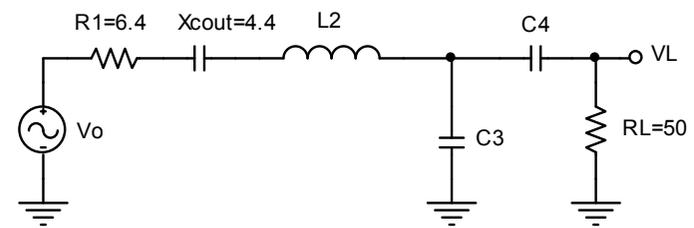
## Exemplo de projeto de um amplificador classe C

Considere um amplificador em classe C com 15W de potência de saída, operando na frequência central de 40MHz. A resistência interna da fonte de sinal (gerador) e a antena (carga) são iguais  $50\Omega$ . O transistor usado é o MRF233, cujas especificações são:

- Potência máxima de saída igual a 15W;
- Ganho de potência igual a 10dB;
- Tensão ótima de coletor igual a 12.5V;
- Impedância de entrada para grandes sinais, na frequência de 40MHz, igual a  $Z_{in}(j\omega_0)=1-j2.3$ ;
- Impedância de saída para grandes sinais, na frequência de 40MHz, igual a  $Z_o^*(j\omega_0)=6.4-j4.4$ .

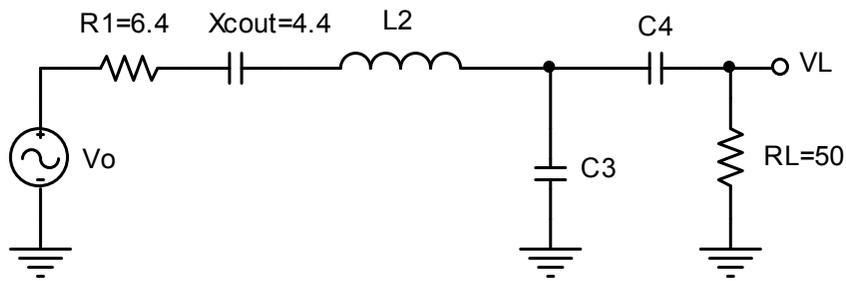


Rede de entrada



Rede de saída

## Rede de saída



$$X_{L_2} = QR_1 + X_{Cout}$$

$$X_{C_3} = \frac{R_1(1+Q^2)}{Q - \sqrt{\frac{R_1}{R_L}(1+Q^2)} - 1}$$

$$X_{C_4} = R_L \sqrt{\left(Q^2 + 1\right) \frac{R_1}{R_L} - 1}$$

## Rede de saída

$$Z_o^*(j\omega_0) = 6.4 - j4.40$$

Definindo  $Q = 10$

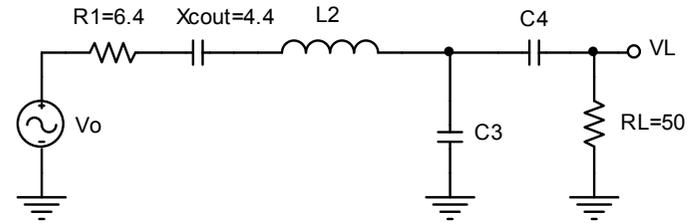
$$\omega_0 = 2\pi \times 40 \cdot 10^6 = 251.33 \cdot 10^6 \text{ rd/s}$$

$$X_{C_{out}} = 4.4\Omega$$

$$X_{L_2} = QR_1 + X_{C_{out}} = 10 \times 6.4 + 4.4 = 68.4\Omega$$

$$X_{C_3} = \frac{R_1(1+Q^2)}{Q - \sqrt{\frac{R_1}{R_L}(1+Q^2)} - 1} = \frac{6.4 \times (1+10^2)}{10 - \sqrt{\frac{6.4}{50}(1+10^2)} - 1} = 98.687\Omega$$

$$X_{C_4} = R_L \sqrt{(Q^2 + 1) \frac{R_1}{R_L} - 1} = 50 \cdot \sqrt{(1+10^2) \frac{6.4}{50} - 1} = 172.5\Omega$$

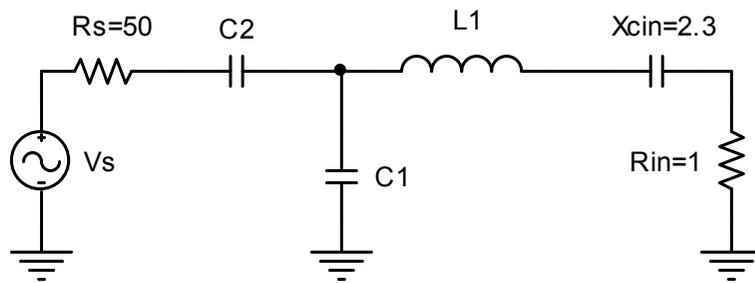


$$L_2 = \frac{X_{L_2}}{\omega_0} = \frac{68.4}{251.32 \cdot 10^6} \rightarrow \boxed{L_2 = 272.15 \text{ nH}}$$

$$C_3 = \frac{1/X_{C_3}}{\omega_0} = \frac{1/98.687}{251.32 \cdot 10^6} \rightarrow \boxed{C_3 = 40.3 \text{ pF}}$$

$$C_4 = \frac{1/X_{C_4}}{\omega_0} = \frac{1/172.5}{251.32 \cdot 10^6} \rightarrow \boxed{C_4 = 23.1 \text{ pF}}$$

## Rede de entrada



$$X_{L_1} = QR_{in} + X_{Cin}$$

$$X_{C_1} = \frac{R_{in}(1+Q^2)}{Q - \sqrt{\frac{R_{in}}{R_s}(1+Q^2)} - 1}$$

$$X_{C_2} = R_s \sqrt{(Q^2 + 1) \frac{R_{in}}{R_s} - 1}$$

## Rede de entrada

$$Z_{in}(j\omega_0) = 1.0 - j2.30$$

Definindo  $Q = 20$

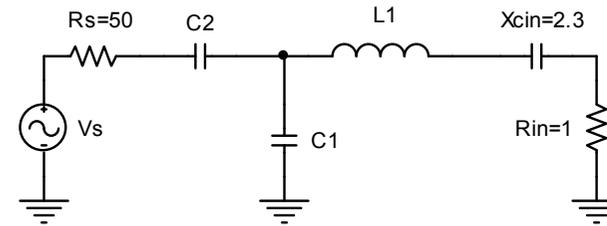
$$X_{C_{in}} = 2.3\Omega$$

$$X_{L_1} = QR_{in} + X_{C_{in}} = 20 \times 1 + 2.3 = 22.3\Omega$$

$$X_{C_2} = R_s \sqrt{\frac{R_{in}(1+Q^2)}{R_s} - 1}$$

$$X_{C_2} = 50 \cdot \sqrt{\frac{1 \times (1 + 20^2)}{50} - 1} = 132.5\Omega$$

$$X_{C_1} = \frac{R_{in}(1+Q^2)}{Q - \sqrt{\frac{R_{in}(1+Q^2)}{R_s} - 1}} = \frac{1 \cdot (1 + 20^2)}{20 - \sqrt{\frac{1 \times (1 + 20^2)}{50} - 1}} = 23.1\Omega$$

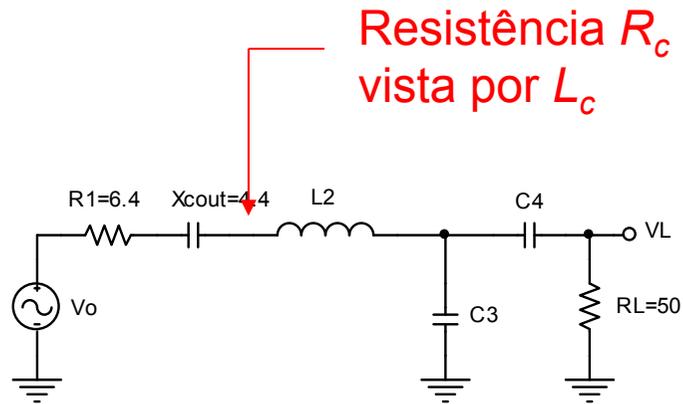


$$L_1 = \frac{X_{L_1}}{\omega_0} = \frac{22.3}{251.32 \cdot 10^6} \rightarrow \boxed{L_1 = 88.73 nH}$$

$$C_2 = \frac{1/X_{C_2}}{\omega_0} = \frac{1/132.5}{251.32 \cdot 10^6} \rightarrow \boxed{C_2 = 30.0 pF}$$

$$C_1 = \frac{1/X_{C_1}}{\omega_0} = \frac{1/23.1}{251.32 \cdot 10^6} \rightarrow \boxed{C_1 = 172.2 pF}$$

## Cálculo do indutor $L_c$

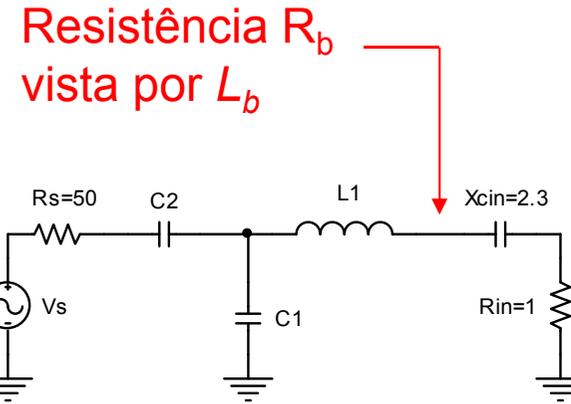


$$R_c = Z_o^*(j\omega_0) // Z_o(j\omega_0)$$

$$R_c = \frac{1}{\frac{1}{6.4 - j4.4} + \frac{1}{6.4 + j4.4}} = 4.7\Omega$$

$$\omega_0 L_c \gg 4.7 \rightarrow L_c \gg 18.7nH \rightarrow \boxed{L_c = 1\mu H}$$

## Cálculo do indutor $L_b$



$$R_b = Z_{in}^*(j\omega_0) // Z_{in}(j\omega_0)$$

$$R_b = \frac{1}{\frac{1}{1 - j2.3} + \frac{1}{1 + j2.3}} = 3.1\Omega$$

$$\omega_0 L_b \gg 3.1 \rightarrow L_b \gg 12.3nH \rightarrow \boxed{L_b = 1\mu H}$$

Quando a impedância de saída para grandes sinais não é dada, é possível estimá-la. Conhecendo a máxima excursão de sinal no coletor, a capacitância parasita e a potência média de saída, podemos calcular a resistência equivalente no coletor.

$$\bar{P}_L = 15W$$

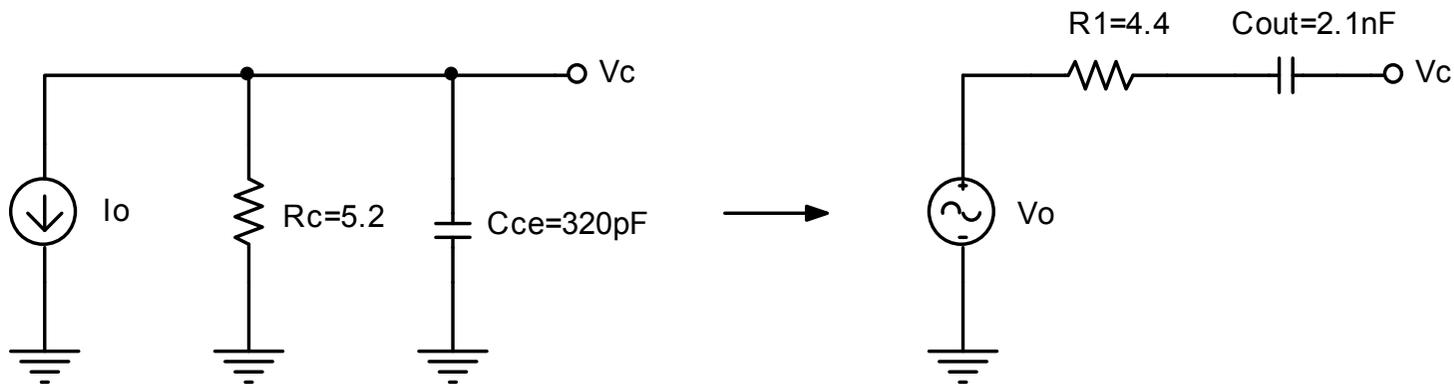
$$\bar{P}_L = \frac{(V_{CC} - V_{CEsat})^2}{2R_{Ceq}}$$

$$15 = \frac{12.5^2}{2R_{Ceq}} \rightarrow \boxed{R_{Ceq} = 5.2\Omega}$$

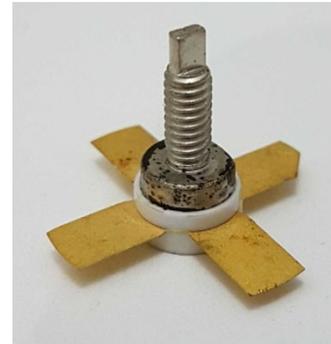
A capacitância de saída  $C_{ce}$  do MRF233 é 320pF. Fazendo a transformação  $R_C$  em paralelo com  $C_{ce}$  para  $R_1$  em série com  $C_{out}$ :

$$Z_0^*(j\omega_0) = 4.4 - j1.9$$

$$Z_0^*(j\omega_0) = 6.4 - j4.4 \rightarrow \text{real}$$

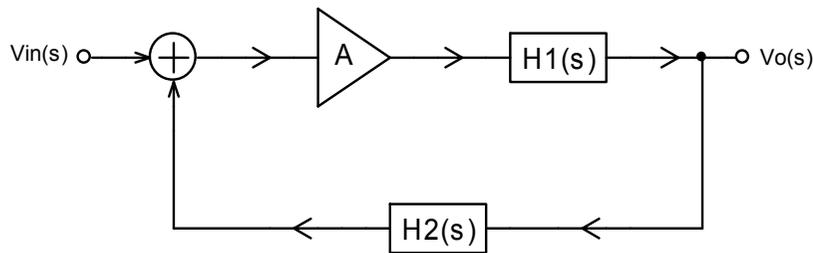


Transformação série-paralelo



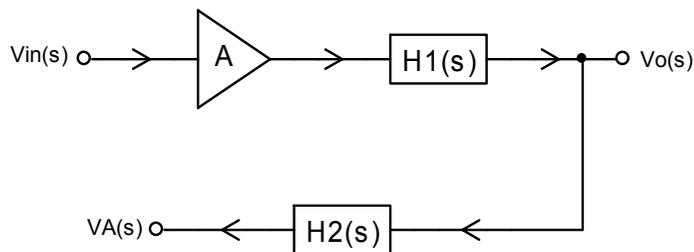
# Osciladores Senoidais

O oscilador é um amplificador realimentado, cuja malha de realimentação produz polos no semiplano lateral direito (SPLD).



$$\frac{V_o(s)}{V_{in}(s)} = H(s) = \frac{AH_1(s)}{1 - AH_1(s)H_2(s)}$$

$$1 - AH_1(s)H_2(s) = 0$$



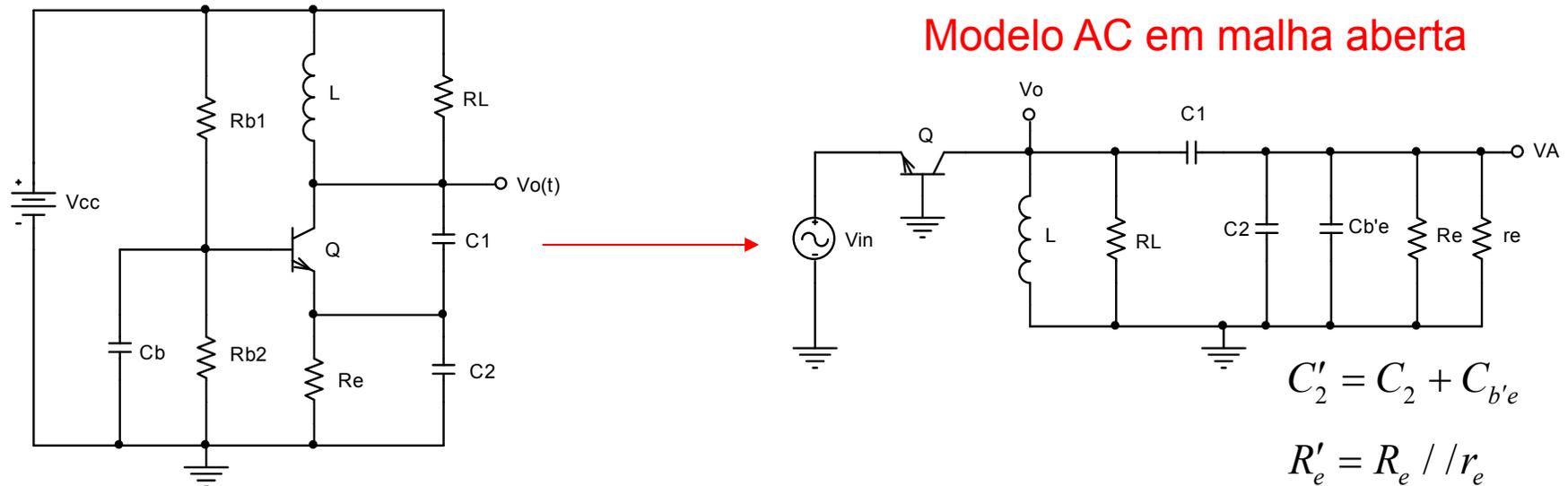
## Cr terio de *Barkhausen*

$$\begin{cases} A_L(j\omega) = AH_1(j\omega)H_2(j\omega) \\ \text{Re}[A_L(j\omega_o)] = 1 \\ \text{Im}[A_L(j\omega_o)] = 0 \end{cases}$$

## Condi o Suficiente

$$\begin{cases} A_L(j\omega) = AH_1(j\omega)H_2(j\omega) \\ \text{Re}[A_L(j\omega_o)] \geq 1 \\ \text{Im}[A_L(j\omega_o)] = 0 \end{cases}$$

# Osciladores Colpitts em Base Comum



$$H(s) = \frac{V_A(s)}{V_{in}(s)} = \frac{gmC_1R_LR'_eLs^2}{C_1C'_2LR'_e s^3 + L(R'_e(C_1 + C'_2) + C_1R_L)s^2 + (R'_eR_L(C_1 + C'_2) + L)s + R_L}$$

$$H_1(s) = \lim_{R_L \rightarrow \infty} H(s) = \frac{gmC_1R'_eLs^2}{C_1C'_2LR'_e s^3 + LC_1s^2 + R'_e(C_1 + C'_2)s + 1}$$

$$H_2(s) = \lim_{R'_e \rightarrow \infty} H(s) = \frac{gmC_1R_Ls}{C_1C'_2LR_Ls^2 + L(C_1 + C'_2)s + R_L(C_1 + C'_2)}$$

$$H_1(j\omega) = \frac{-gmC_1R'_eL\omega^2}{(1 - LC_1\omega^2) + j(R'_e(C_1 + C'_2)\omega - C_1C'_2LR'_e\omega^3)}$$

$$H_2(j\omega) = \frac{jgmC_1R_LL\omega}{(R_L(C_1 + C'_2) - C_1C'_2LR_L\omega^2) + jL(C_1 + C'_2)\omega}$$

Condição de fase

$$\angle H_1(j\omega_0) = 0$$

$$\angle H_2(j\omega_0) = 0$$

$$j(R'_e(C_1 + C'_2)\omega_0 - C_1C'_2LR'_e\omega_0^3) = 0$$

$$R_L(C_1 + C'_2) - C_1C'_2LR_L\omega_0^2 = 0$$

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{L \frac{C_1C'_2}{C_1 + C'_2}}} = \frac{1}{\sqrt{L \frac{C_1(C_2 + C_{b'e})}{C_1 + C_2 + C_{b'e}}}}$$

$$H_1(j\omega) = \frac{-gmC_1R'_eL\omega^2}{(1 - LC_1\omega^2) + j(R'_e(C_1 + C'_2)\omega - C_1C'_2LR'_e\omega^3)}$$

$$H_2(j\omega) = \frac{jgmC_1R_LL\omega}{(R_L(C_1 + C'_2) - C_1C'_2LR_L\omega^2) + jL(C_1 + C'_2)\omega}$$

Condição de ganho

$$H_1(j\omega_0) = gmR'_e \left( 1 + \frac{C'_2}{C_1} \right)$$

$$H_2(j\omega_0) = \frac{gmR_L}{\left( 1 + \frac{C'_2}{C_1} \right)}$$

$$|H_1(j\omega_0)| \geq 1$$

$$|H_2(j\omega_0)| \geq 1$$

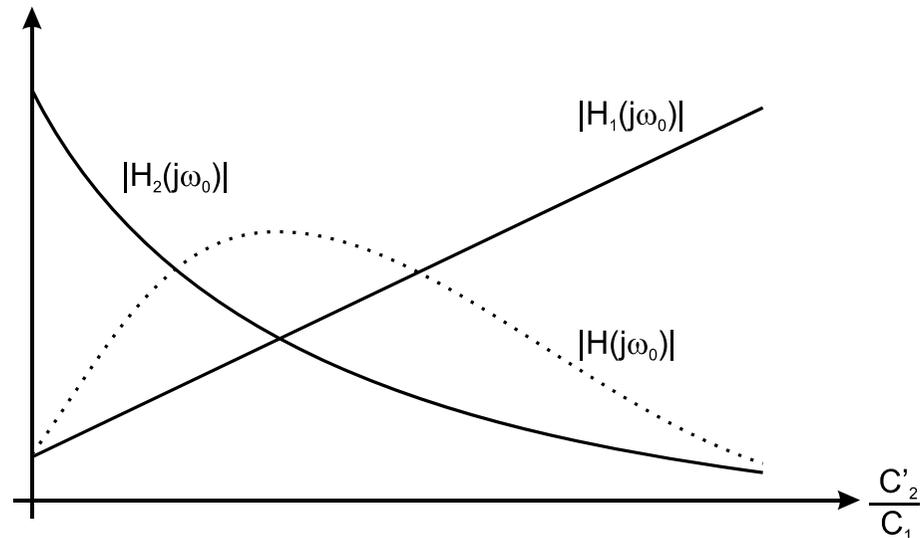
$$\frac{C'_2}{C_1} \geq \frac{1 - gmR'_e}{gmR'_e}$$

$$\frac{C'_2}{C_1} \leq gmR_L - 1$$

$$\frac{1 - gmR'_e}{gmR'_e} \leq \frac{C'_2}{C_1} \leq gmR_L - 1$$

$$H_1(j\omega_0) = gmR'_e \left( 1 + \frac{C'_2}{C_1} \right)$$

$$H_2(j\omega_0) = \frac{gmR_L}{\left( 1 + \frac{C'_2}{C_1} \right)}$$

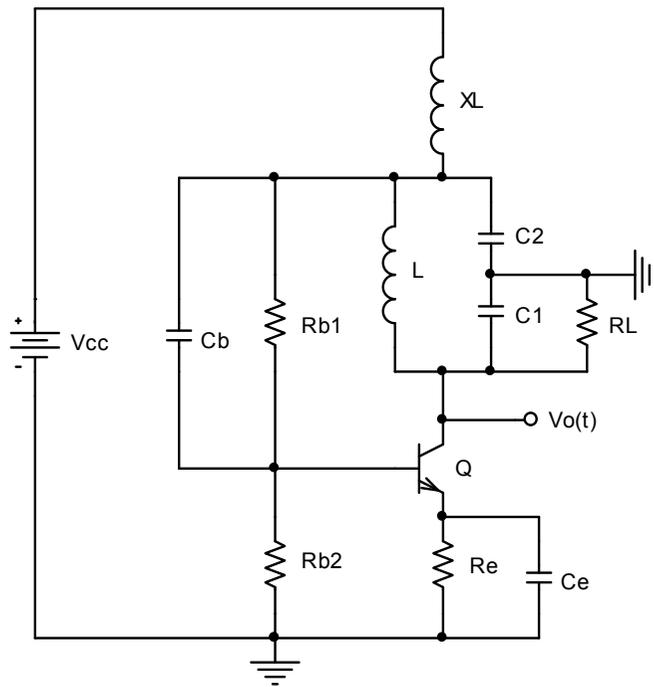


Condição quase ótima de máximo ganho

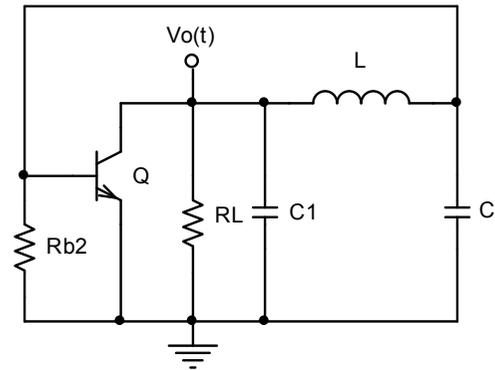
$$H_1(j\omega_0) = H_2(j\omega_0)$$

$$gmR'_e \left( 1 + \frac{C'_2}{C_1} \right) = \frac{gmR_L}{\left( 1 + \frac{C'_2}{C_1} \right)} \longrightarrow \frac{C'_2}{C_1} = \sqrt{\frac{R_L}{R'_e}} - 1 \equiv \frac{C_2 + C_{b'e}}{C_1} = \sqrt{\frac{R_L}{r_e // R_e}} - 1$$

# Oscilador Colpitts em Emissor Comum



Modelo AC



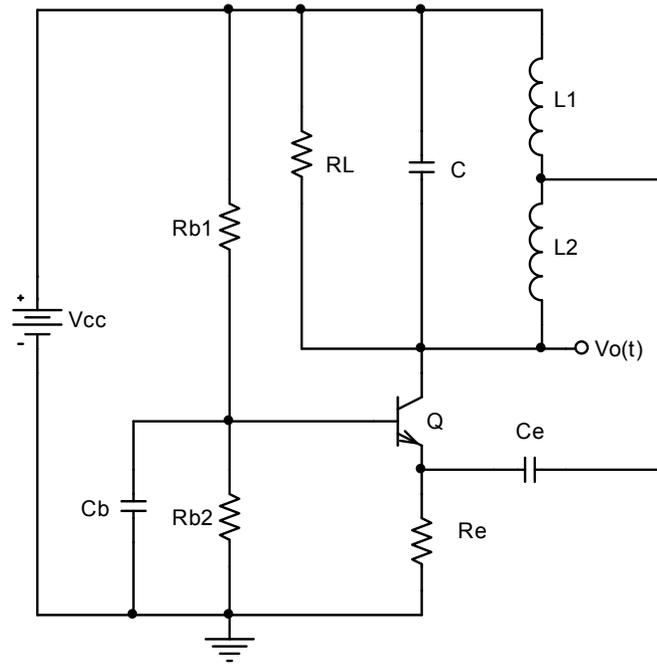
$$\omega_0 \cong \frac{1}{\sqrt{L \frac{(C_2 + C_{b'e})C_1}{C_2 + C_{b'e} + C_1}}}$$

$$\frac{1}{gm(R_b // r_\pi)} \leq \frac{C_2 + C_{b'e}}{C_1} \leq gmR_L$$

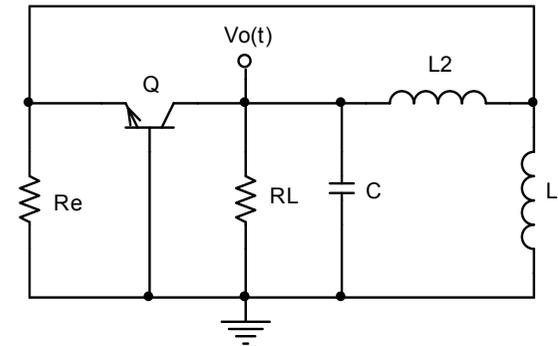
Condição quase ótima de máximo ganho

$$\frac{C_2 + C_{b'e}}{C_1} = \sqrt{\frac{R_L}{R_{b2} // r_\pi}}$$

# Oscilador Hartley em Base Comum



Modelo AC



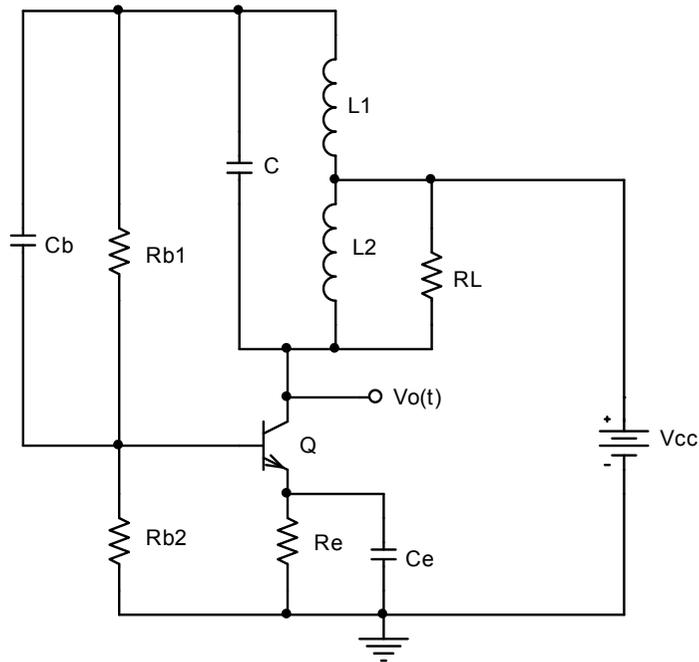
$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{(L_1 + L_2)C}}$$

$$\frac{1}{gm(R_e // r_e)} - 1 \leq \frac{L_2}{L_1} \leq gmR_L - 1$$

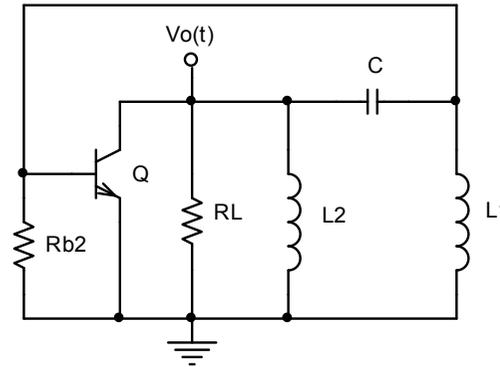
Condição quase ótima de máximo ganho

$$\frac{L_2}{L_1} = \sqrt{\frac{R_L}{R_e // r_e}} - 1$$

# Oscilador Hartley em Emissor Comum



Modelo AC



Condição quase ótima de máximo ganho

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{(L_1 + L_2)C}}$$

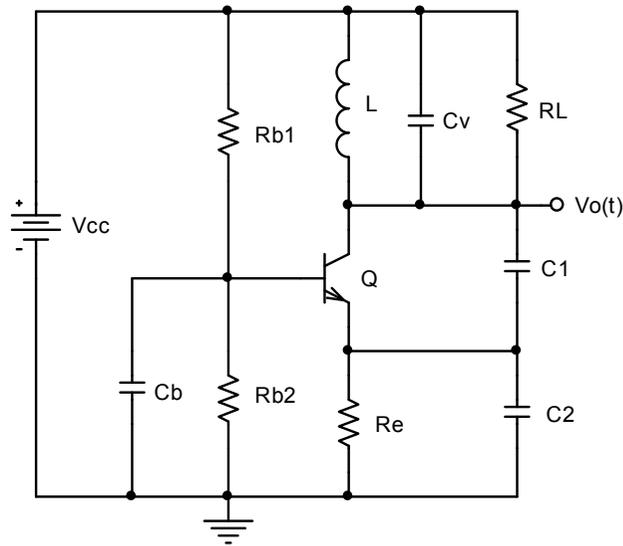
$$\frac{1}{gm(R_{b2} // r_\pi)} \leq \frac{L_2}{L_1} \leq gmR_L$$

$$\frac{L_2}{L_1} = \sqrt{\frac{R_L}{R_{b2} // r_\pi}}$$

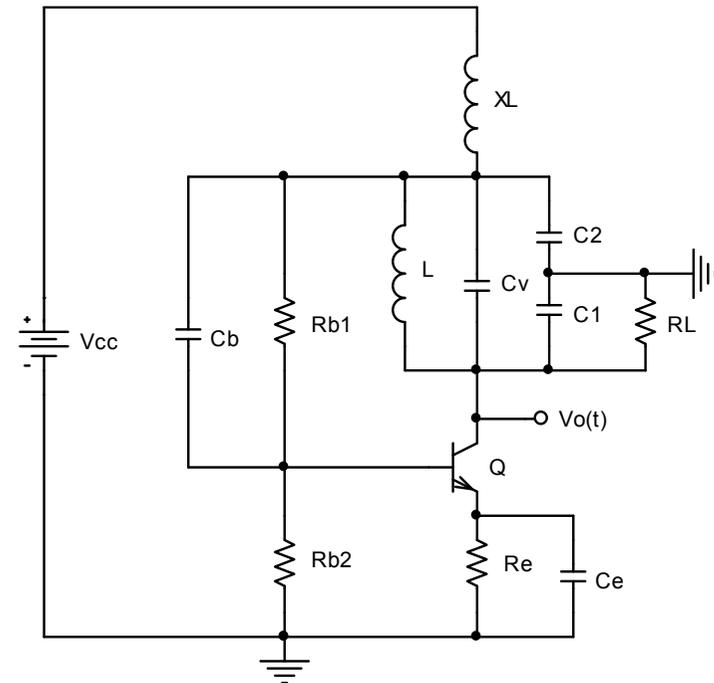
## Ajuste da frequência de oscilação

A frequência de oscilação do oscilador *Colpitts* pode ser ajustada utilizando um indutor variável  $L$  ou adicionando um capacitor  $C_V$  em paralelo com o indutor.

### Base Comum



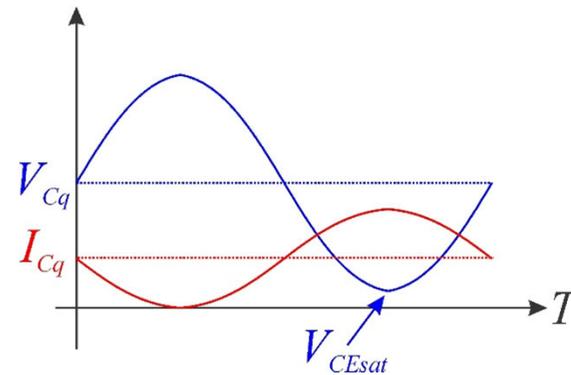
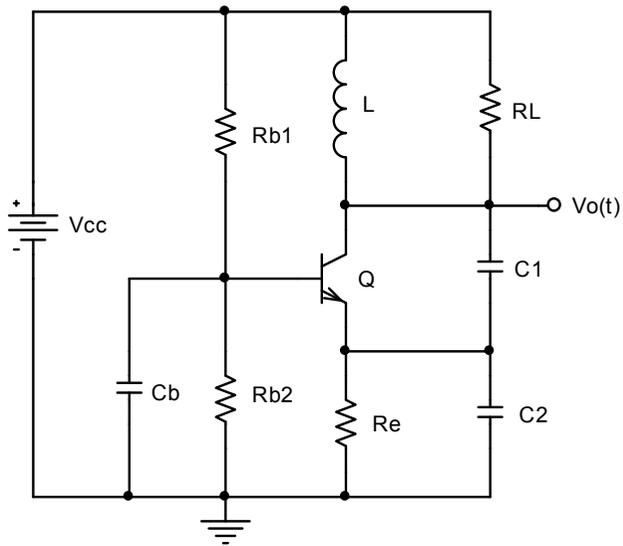
### Emissor Comum



$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{L \left( C_V + \frac{C_1 C_2'}{C_1 + C_2'} \right)}} = \frac{1}{\sqrt{L \left( C_V + \frac{C_1 (C_2 + C_{b'e})}{C_1 + C_2 + C_{b'e}} \right)}}$$

## Exemplo de Projeto – Oscilador Colpitts

- Frequência de oscilação 400kHz.
- Resistência de carga  $R_L=10k\Omega$ .
- Indutância  $L=100\mu H$ .
- Tensão de alimentação  $V_{CC}=10V$ .
- Tensão de polarização de emissor  $V_{Eeq}=1V$ .
- Excursão de tensão no coletor igual a 10V.
- $\beta=500$ ,  $C_{b'e}=0$  (desprezível) e  $V_{BEq}=0.7V$ .



## Polarização

$$I_{Cq} = \frac{V_m}{R_L} = \frac{10}{10 \cdot 10^3} = 1mA$$

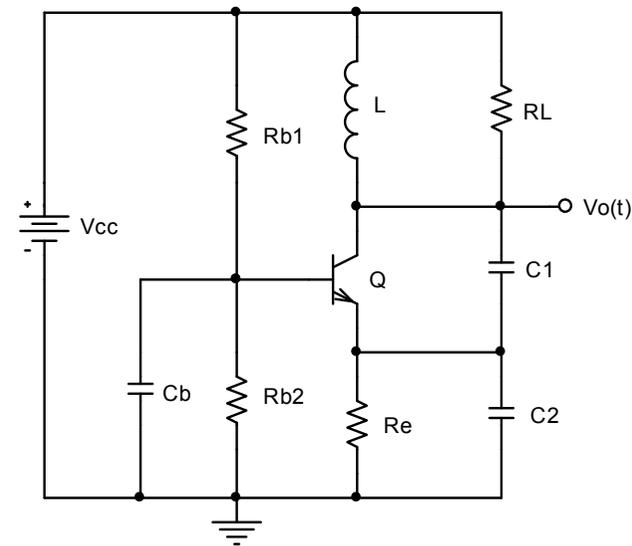
$$V_{Eq} = 1 \rightarrow R_e I_{Cq} = 1 \rightarrow R_e \cdot 1 \cdot 10^{-3} = 1 \rightarrow \boxed{R_e = 1k\Omega}$$

$$V_{Bq} = 1 + 0.7 = 1.7V$$

$$V_{R_{b2}} = 1.7V$$

$$V_{R_{b1}} = 10 - 1.7 = 8.3V$$

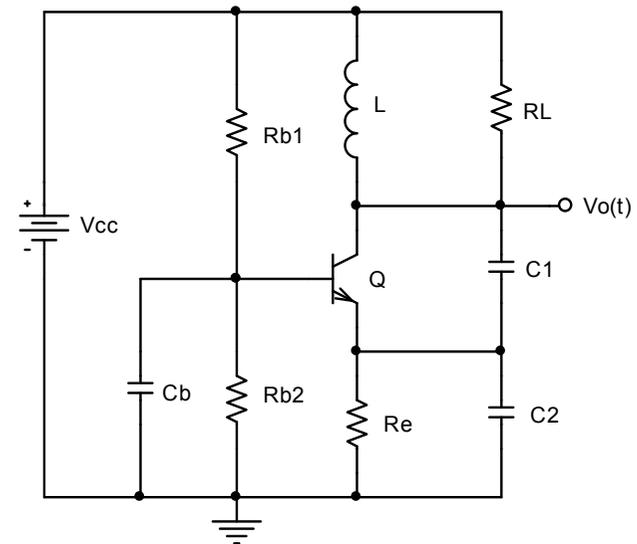
$$I_{Bq} = \frac{1 \cdot 10^{-3}}{\beta} = \frac{1 \cdot 10^{-3}}{500} = 2\mu A$$



$$R_{b2} = \frac{V_{R_{b2}}}{I_{R_{b2}}} = \frac{1.7}{200 \cdot 10^{-6}} \rightarrow \boxed{R_{b2} = 8.5k\Omega}$$

$$R_{b1} = \frac{V_{R_{b1}}}{I_{R_{b1}}} = \frac{8.3}{200 \cdot 10^{-6}} \rightarrow \boxed{R_{b1} = 41.5k\Omega}$$

$$r_{\pi} \cong \frac{V_T}{I_{Bq}} = \frac{0.026}{2 \cdot 10^{-6}} = 13k\Omega$$

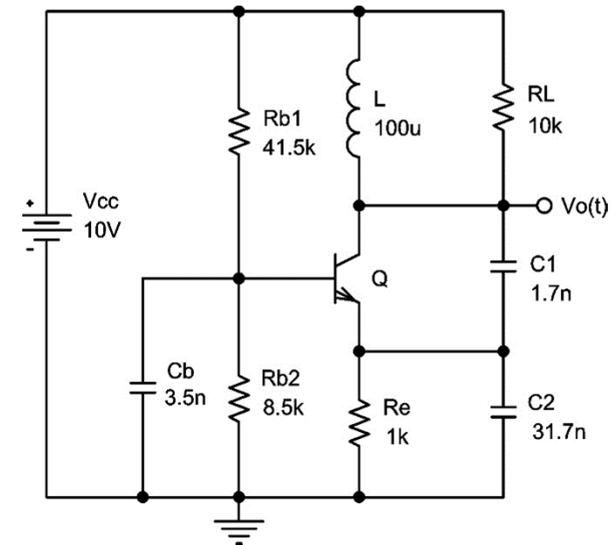


$$C_b = \frac{1}{2\pi \cdot 10 \cdot 10^3 \cdot R_{b1} // R_{b2} // r_\pi} = \frac{1}{2\pi \cdot 10 \cdot 10^3 \cdot 41.5 \cdot 10^3 // 8.5 \cdot 10^3 // 13 \cdot 10^3} \rightarrow \boxed{C_b = 3.5nF}$$

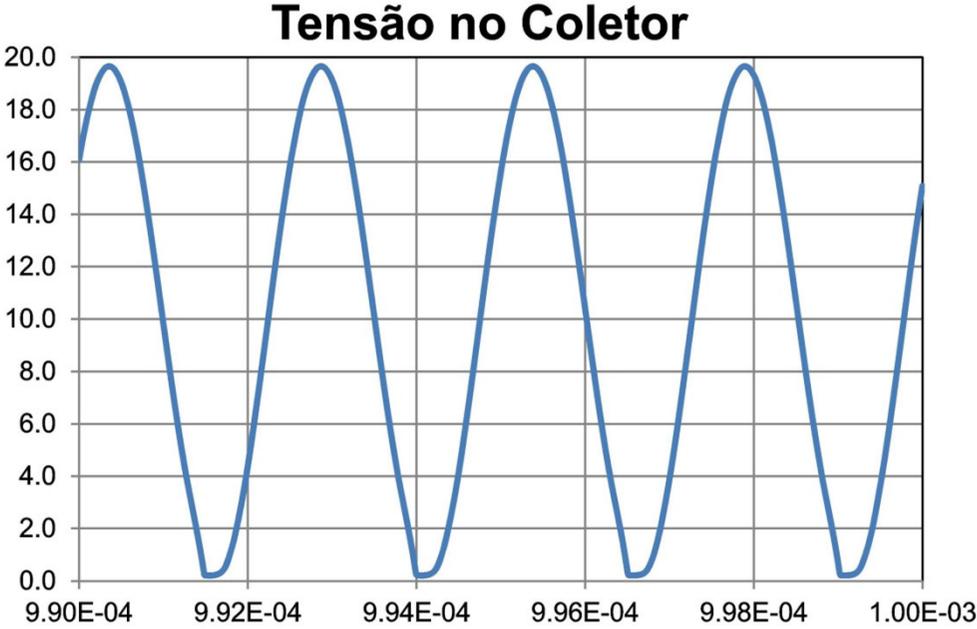
$$\omega_0^2 = \frac{1}{L \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}} \rightarrow (2\pi \cdot 400 \cdot 10^3)^2 = \frac{1}{100 \cdot 10^{-6} \cdot \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}} \rightarrow \frac{C_1 + C_2}{C_1 C_2} = 631.65 \cdot 10^6$$

$$\frac{C_2}{C_1} = \sqrt{\frac{R_L}{R_e // r_e}} - 1 = \sqrt{\frac{10 \cdot 10^3}{1 \cdot 10^3 // \left(\frac{V_T}{I_{Cq}}\right)}} - 1 = \sqrt{\frac{10 \cdot 10^3}{1 \cdot 10^3 // \left(\frac{0.026}{1 \cdot 10^{-3}}\right)}} - 1 \rightarrow \frac{C_2}{C_1} = 19$$

$$\begin{cases} \frac{C_1 + C_2}{C_1 C_2} = 631.65 \cdot 10^6 \\ \frac{C_2}{C_1} = 19 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} C_1 = 1.7nF \\ C_2 = 31.7nF \end{cases}$$



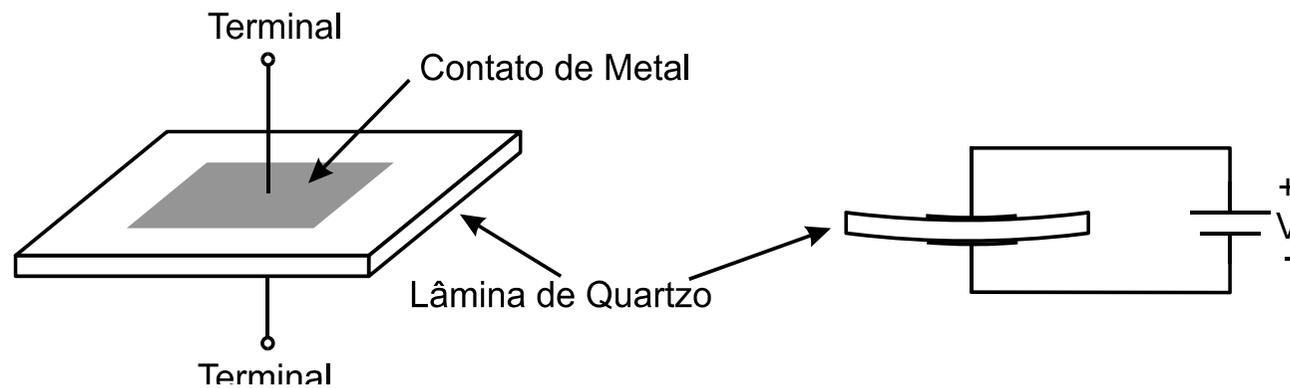
Resultado de simulação da tensão no coletor



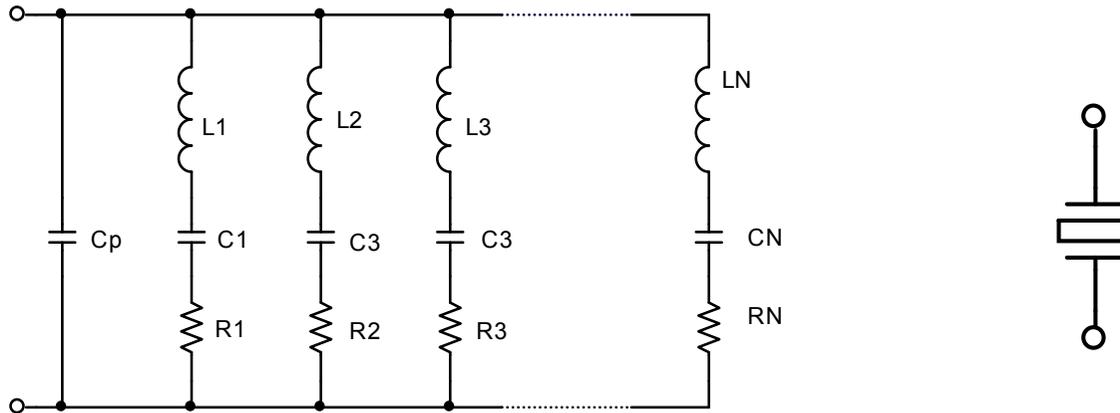
## Osciladores a Cristal

Osciladores a cristal são empregados quando é necessário altíssima estabilidade de frequência.

### Cristal de Quartzo – Efeito Piezelétrico



## Modelo Elétrico do Cristal



Múltiplos circuitos RLC série com frequências de ressonância harmônicas.

Desprezando as resistências, a impedância é dada por:

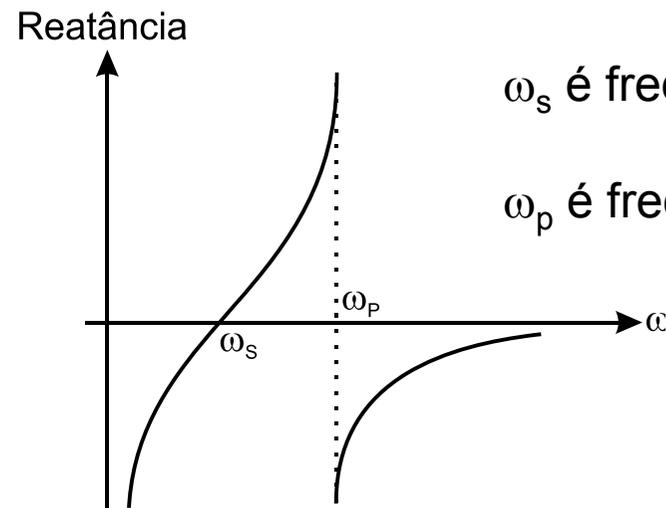
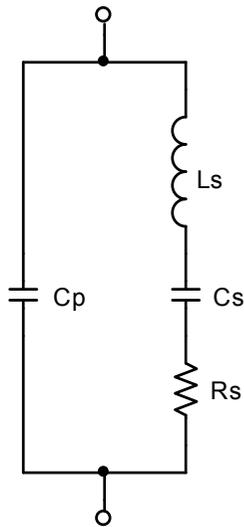
$$Z(s) = \frac{s^2 L_S C_S + 1}{s^3 L_S C_S C_P + s(C_S + C_P)} \rightarrow Z(j\omega) = -j \frac{1}{\omega C_P} \left( \frac{\omega^2 - \omega_S^2}{\omega^2 - \omega_P^2} \right)$$

$\omega_P = \sqrt{\frac{C_S + C_P}{L_S C_S C_P}}$

$\omega_S = \frac{1}{\sqrt{L_S C_S}}$

## Modelo Elétrico do Cristal no Modo Fundamental

Os cristais são normalmente usados no modo fundamental, onde a frequência de oscilação está entre  $\omega_s$  e  $\omega_p$ . Isto porque nos outros modos a perda é muito elevada e condição de ganho dificilmente é alcançada.



$\omega_s$  é frequência de ressonância série

$\omega_p$  é frequência de ressonância paralelo

$$Z(j\omega) = -j \frac{1}{\omega C_p} \left( \frac{\omega^2 - \omega_s^2}{\omega^2 - \omega_p^2} \right)$$

## Exemplo de Cristal Verdadeiro

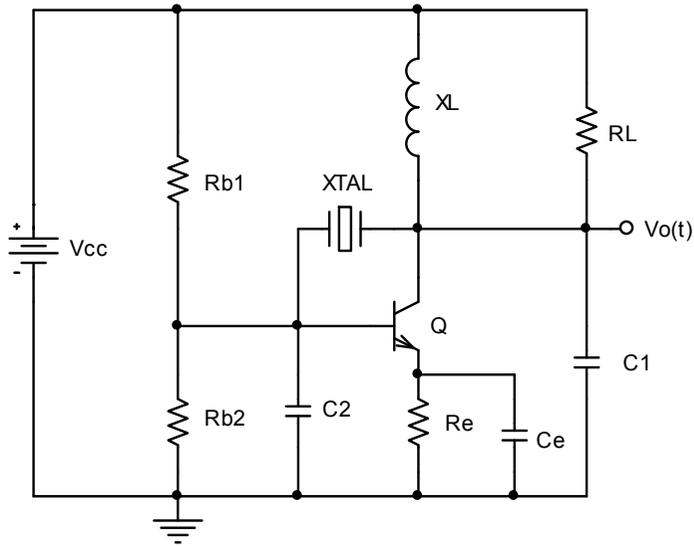
Considere um cristal oscilador com  $C_p=4\text{pF}$ ,  $C_s=0.04\text{pF}$ ,  
 $L_s=250\text{mH}$  e  $R_s=125\Omega$

$$\omega_s = \frac{1}{\sqrt{L_s C_s}} = \frac{1}{\sqrt{250 \cdot 10^{-3} \cdot 0.04 \cdot 10^{-12}}} = \begin{cases} 1 \cdot 10^7 \text{ rd/s} \\ 1.5915494 \text{ MHz} \end{cases}$$

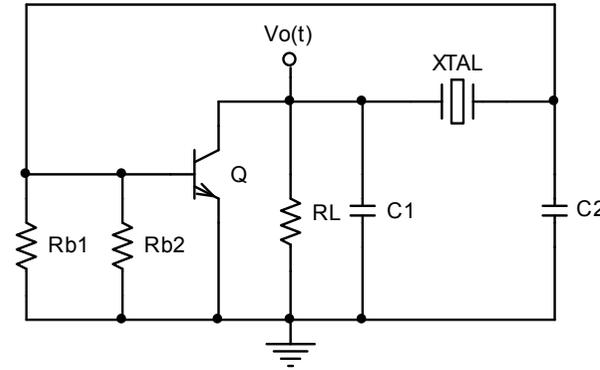
$$\omega_p = \sqrt{\frac{C_s + C_p}{L_s C_s C_p}} = \sqrt{\frac{0.04 \cdot 10^{-12} + 4 \cdot 10^{-12}}{250 \cdot 10^{-3} \cdot 0.04 \cdot 10^{-12} \cdot 4 \cdot 10^{-12}}} = \begin{cases} 1.0049876 \cdot 10^7 \text{ rd/s} \\ 1.5994874 \text{ MHz} \end{cases}$$

$$Q = \frac{\omega_s L_s}{R_s} = \frac{1 \cdot 10^7 \cdot 250 \cdot 10^{-3}}{125} \rightarrow \boxed{Q = 20000}$$

# Oscilador Colpitts a Cristal



## Modelo AC em Emissor Comum



$$\omega_0 = \sqrt{\frac{C_S + C_P + \frac{C_1 C_2'}{C_1 + C_2'}}{L_S C_S \left( C_P + \frac{C_1 C_2'}{C_1 + C_2'} \right)}} = \frac{\sqrt{1 + \frac{C_S}{C_P + \frac{C_1 C_2'}{C_1 + C_2'}}}}{\sqrt{L_S C_S}}$$

$$C_S \ll C_P + \frac{C_1 C_2'}{C_1 + C_2'}$$

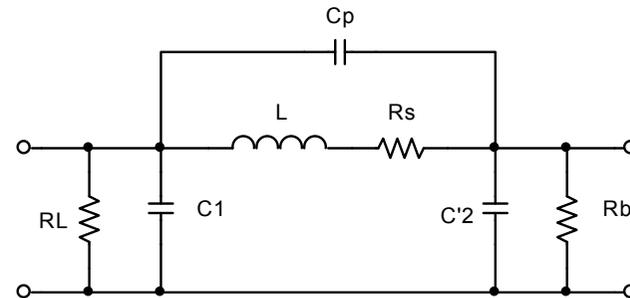
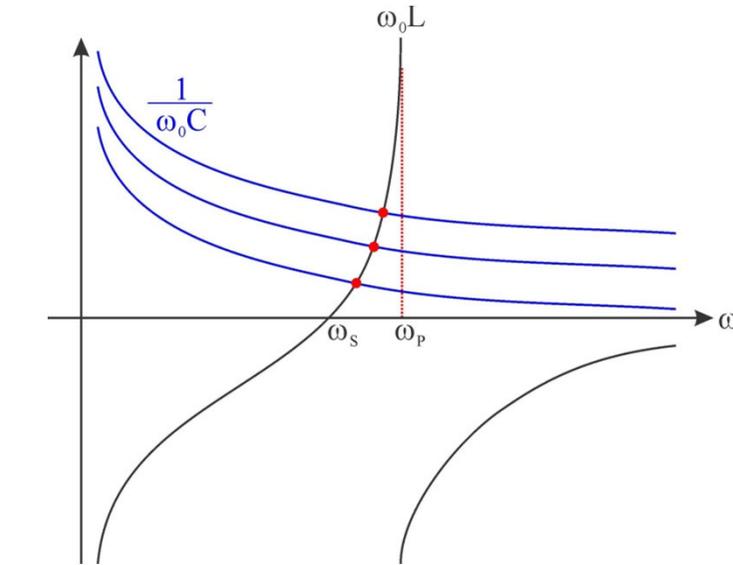
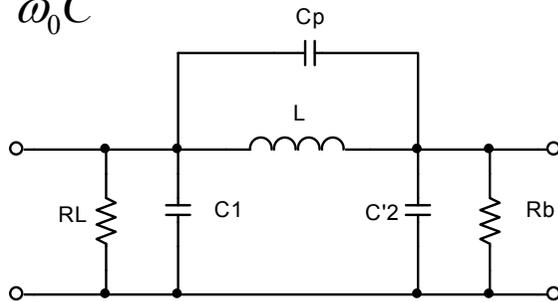
$$\omega_0 \cong \omega_S$$

## Equações de Projeto

O cristal assume qualquer valor de reatância indutiva no intervalo de frequências  $\omega_S \leq \omega \leq \omega_P$ .

$$\omega_0^2 = \frac{1}{LC}$$

$$\omega_0 L = \frac{1}{\omega_0 C}$$



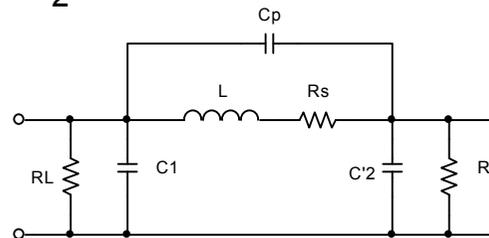
Razão de capacitores para o ganho de malha próximo do máximo

$$\longrightarrow \frac{C'_2}{C_1} = \sqrt{\frac{R_L}{R_b}}$$

$\longrightarrow R_s$  tem que poder ser desprezado

Para podermos desprezar o resistor  $R_S$ , devemos fazer o fator qualidade de  $L$  muito maior que de  $C_1$  e  $C_2$ .

$$\frac{\omega_0 L}{R_S} \gg \omega_0 C_1 R_L \quad \frac{\omega_0 L}{R_S} \gg \omega_0 C_2' R_b$$



De forma equivalente

$$\frac{\omega_0 L}{R_S} \gg \omega_0 (C_1 R_L + C_2' R_b)$$

$$R_b = R_{b1} // R_{b2} // r_\pi$$

$$C_2' = C_2 + C_{b'e}$$

$$\frac{\omega_0^2 L}{R_S} \gg \omega_0^2 (C_1 R_L + C_2' R_b)$$

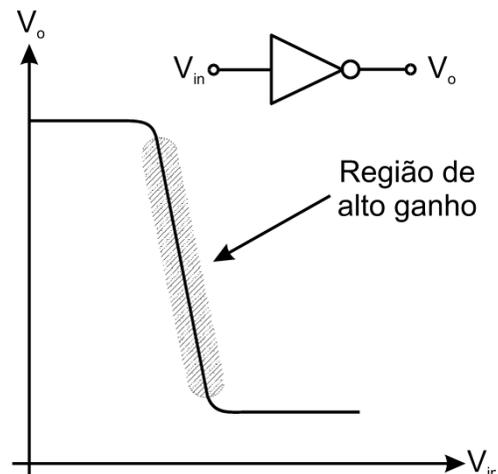
$$\frac{1}{R_S \left( C_P + \frac{C_1 C_2'}{C_1 + C_2'} \right)} \gg \omega_0^2 (C_1 R_L + C_2' R_b)$$

$$\frac{C_2'}{C_1} = \sqrt{\frac{R_L}{R_b}}$$

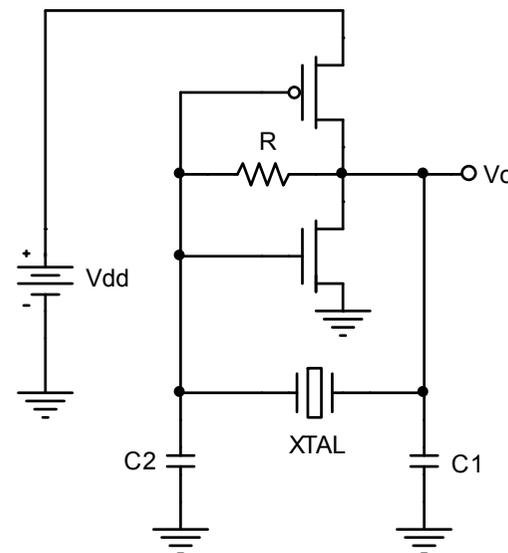
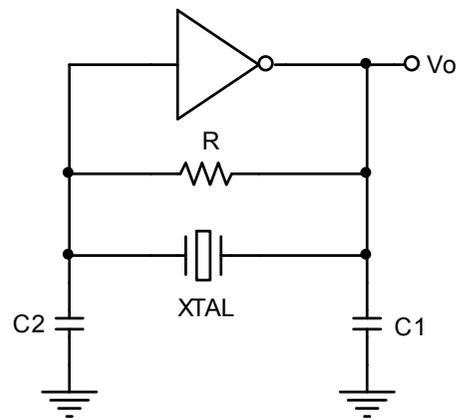
$$\omega_0^2 = \frac{1}{L \left( C_P + \frac{C_1 C_2'}{C_1 + C_2'} \right)}$$

$$C_1 \gg \frac{\sqrt{\omega_0^2 C_P^2 R_S R_L + 2\omega_0^2 C_P^2 R_S \sqrt{R_L R_b} + \omega_0^2 C_P^2 R_S R_b + 4}}{2\omega_0 \sqrt{R_L R_S}}$$

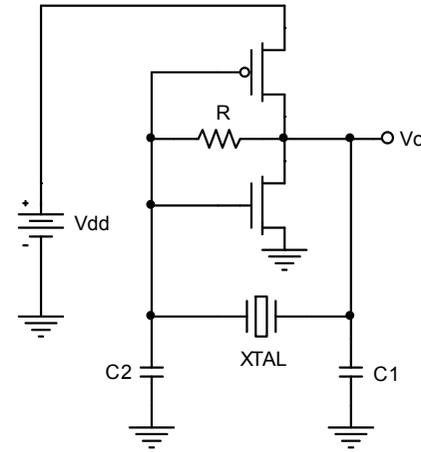
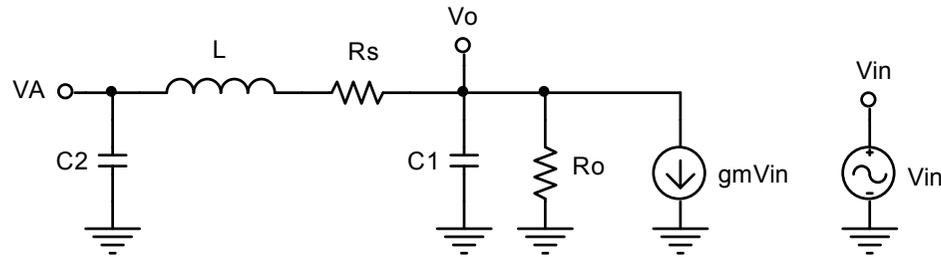
# Oscilador Pierce com Porta Lógica



O objetivo é utilizar a porta inversora na região proibida, onde funciona como amplificador de ganho negativo muito elevado.



## Equações de Projeto



$$\left\{ \begin{array}{l} H_1(s) = \frac{V_A(s)}{V_{in}(s)} \rightarrow R_0 = \infty \\ H_2(s) = \frac{V_o(s)}{V_{in}(s)} \rightarrow R_S = 0 \end{array} \right. \rightarrow \omega_0^2 = \frac{C_1 + C_2}{LC_1C_2} \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} H_1(j\omega_0) = \frac{Lgm}{R_S(C_1 + C_2)} \geq 1 \\ H_2(j\omega_0) = \frac{R_0gmC_1}{C_2} \geq 1 \end{array} \right.$$

$$H_1(j\omega_0) = H_2(j\omega_0) \rightarrow \boxed{C_1 = \frac{1}{\omega_0 \sqrt{R_o R_S}}}$$

$$\frac{LC_1C_2}{(C_1 + C_2)R_S C_1 C_2} \frac{gm}{\omega_0^2 R_S C_1 C_2} \geq 1 \rightarrow \frac{gm}{\omega_0^2 R_S C_1 C_2} \geq 1 \rightarrow \frac{gm}{R_S C_1 C_2} \geq \omega_0^2 \rightarrow \boxed{C_2 \leq \frac{gm}{\omega_0} \sqrt{\frac{R_o}{R_S}}}$$

# Modulação de Amplitude (AM)

## Sinal AM com Portadora

$$v(t) = A[1 + mf(t)]\cos(\omega_0 t)$$

$m \rightarrow$  Índice de Modulação,  $0 \leq m \leq 1$

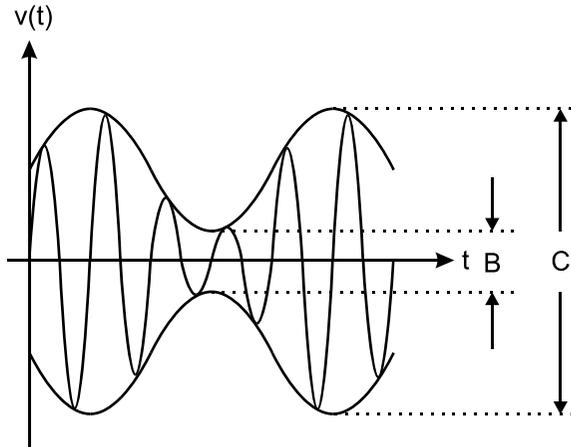
$f(t) \rightarrow$  Sinal Modulador,  $0 \leq |f(t)| \leq 1$  e valor médio igual a zero

$\cos(\omega_0 t) \rightarrow$  Portadora

Faixa de AM (Ondas Médias) - 530kHz a 1700kHz

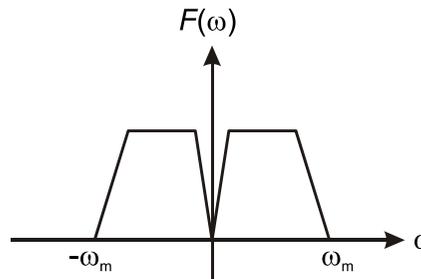
Faixa de Onda Curta - 3MHz a 30MHz

## Sinal AM com Portadora no Tempo



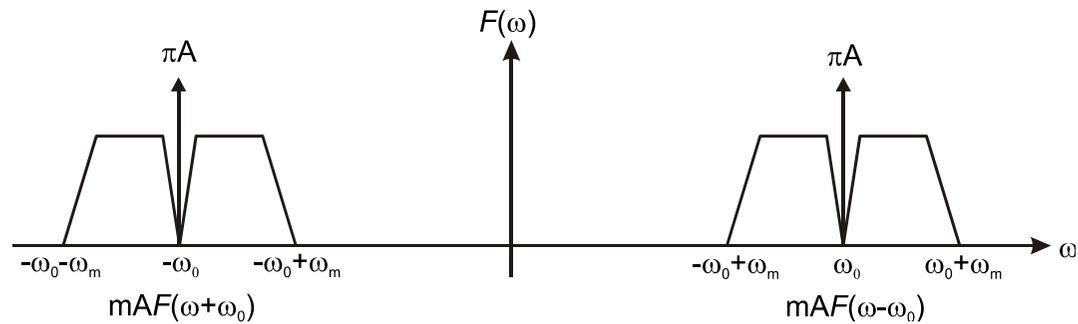
$$m = \frac{C - B}{C + B}$$

Espectro de Frequências

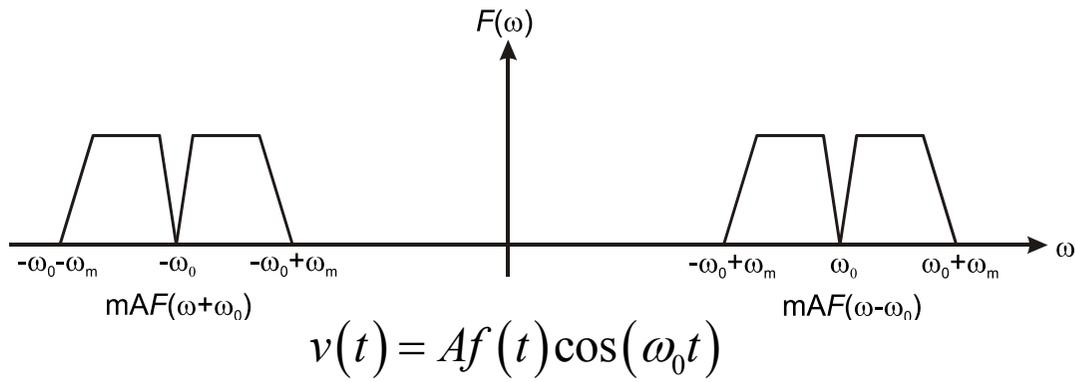


$$v(t) = A[1 + mf(t)]\cos(\omega_0 t)$$

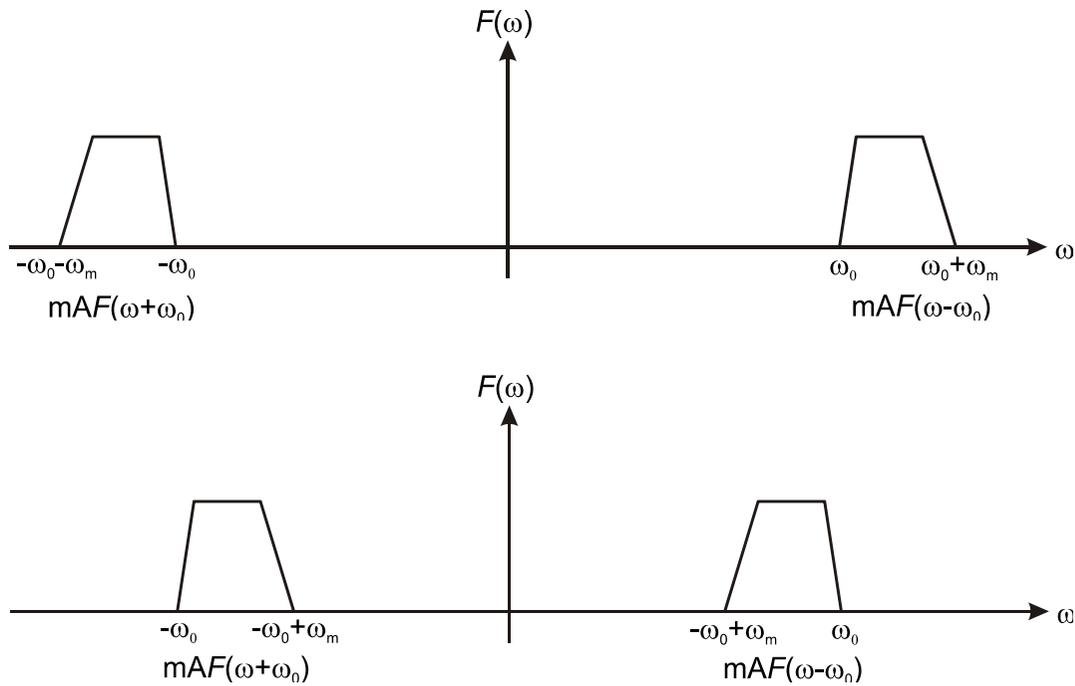
AM DSB



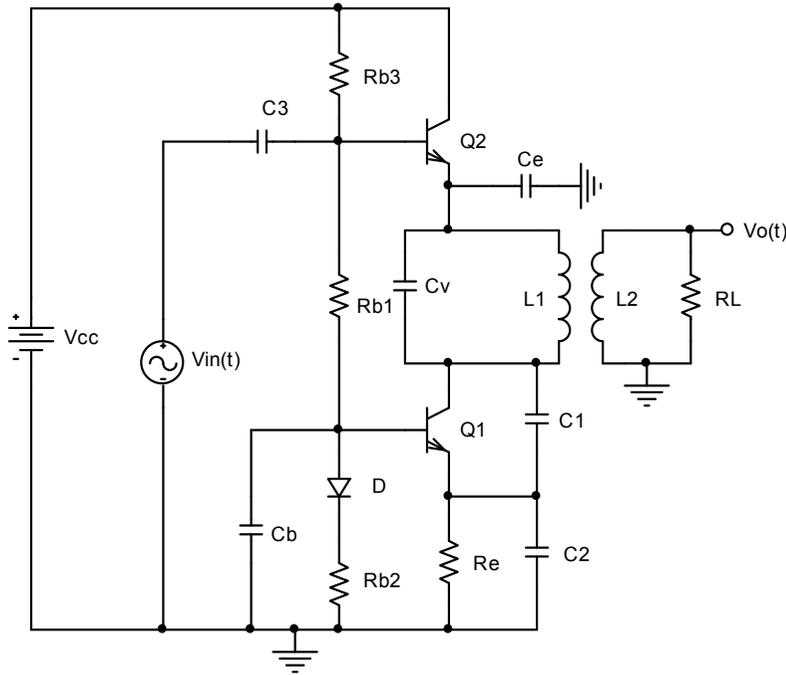
## Sinal AM sem Portadora – AM-SC



## Sinal AM Single-Side Band



# Circuito Modulador AM de Alto Nível

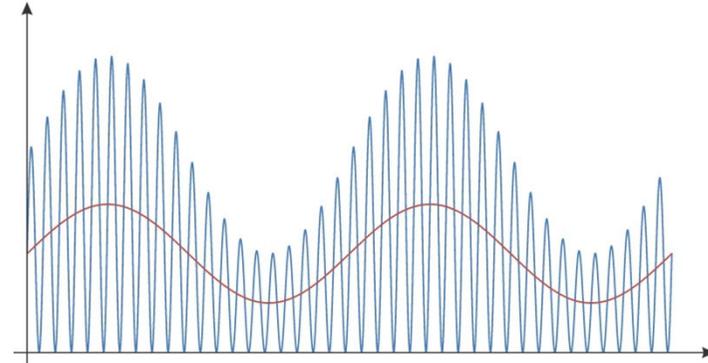


Sinal de Entrada

$$v_{in}(t) = V_m \sin(\omega_m t)$$

Sinal no Emissor de Q<sub>2</sub>

$$v_{e2}(t) = \frac{V_{CC}}{2} + V_m \sin(\omega_m t)$$

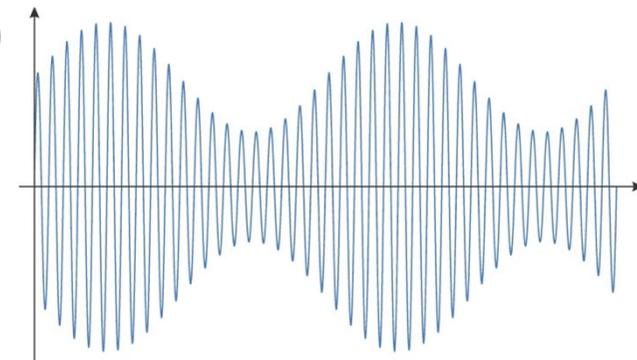


Sinal no Coletor de Q<sub>1</sub>

$$v_{C1}(t) = \frac{V_{CC}}{2} + V_m \sin(\omega_m t) + \left( \frac{V_{CC}}{2} + V_m \sin(\omega_m t) \right) \cos(\omega_0 t)$$

Diferença de Potencial em L<sub>1</sub>

$$v_{L1}(t) = v_{C1}(t) - v_{e2}(t) = \left( \frac{V_{CC}}{2} + V_m \sin(\omega_m t) \right) \cos(\omega_0 t)$$



Tensão de Saída  $v_o(t)$

$$v_o(t) = \frac{N_2}{N_1} \left( \frac{V_{CC}}{2} + V_m \sin(\omega_m t) \right) \cos(\omega_0 t) = \frac{N_2}{N_1} \frac{V_{CC}}{2} \left( 1 + \frac{2V_m}{V_{CC}} \sin(\omega_m t) \right) \cos(\omega_0 t)$$

$$A = \frac{N_2}{N_1} \frac{V_{CC}}{2}$$

$$m = \frac{2V_m}{V_{CC}}$$

*A excursão de sinal máxima e simétrica é alcançada quando a variação de tensão no coletor de  $Q_1$  dividida pela variação de corrente é igual à carga AC vista pelo coletor.*

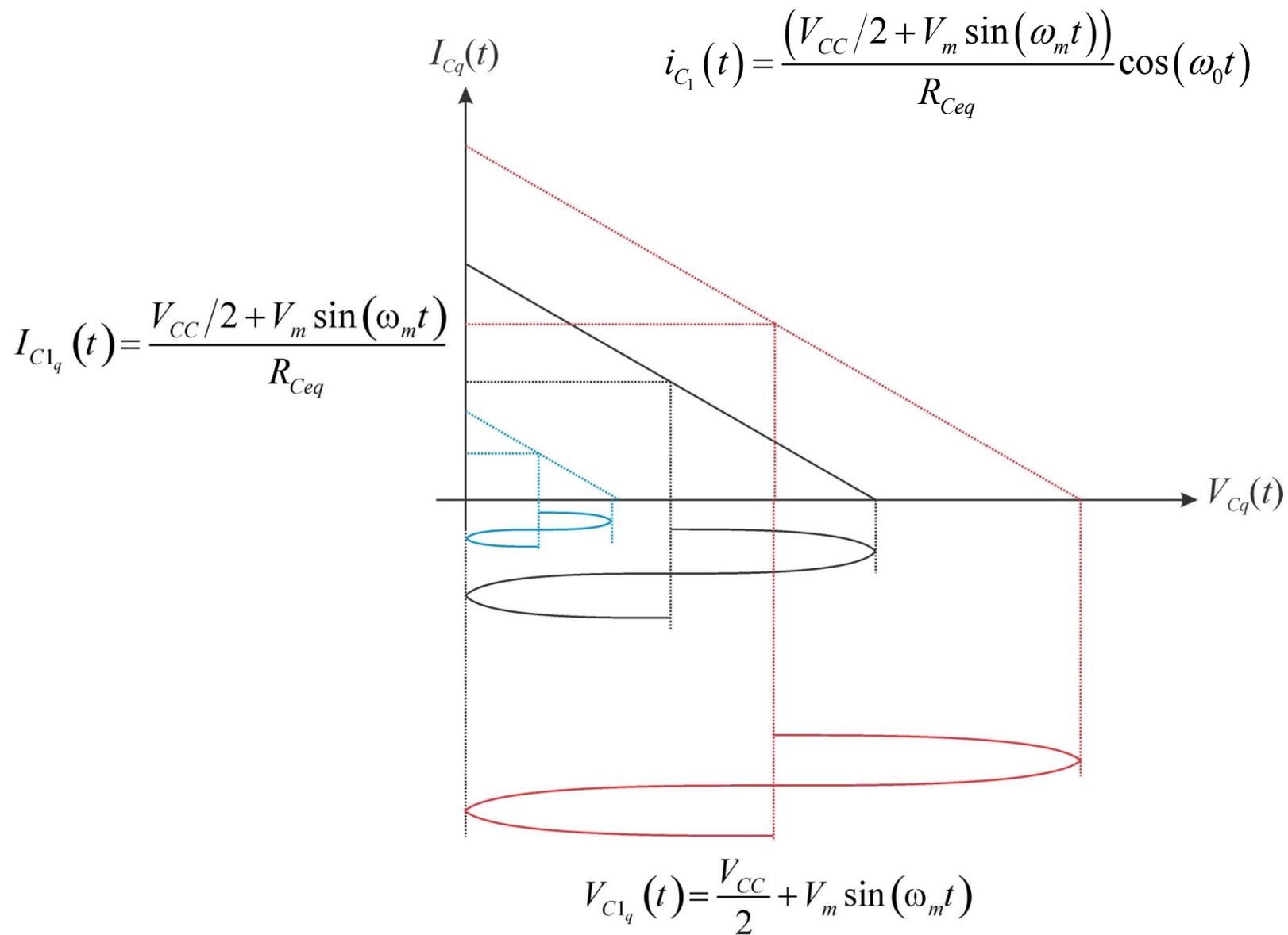
Carga AC no Coletor de  $Q_1$

$$R_{Ceq} = \frac{N_1^2}{N_2^2} R_L$$

$$v_{L_1}(t) = \left( \frac{V_{CC}}{2} + V_m \sin(\omega_m t) \right) \cos(\omega_0 t)$$

$$i_{C_1}(t) = \frac{v_{L_1}(t)}{R_{Ceq}} = \frac{(V_{CC}/2 + V_m \sin(\omega_m t)) \cos(\omega_0 t)}{R_{Ceq}} \longrightarrow \text{Corrente AC no coletor de } Q_1$$

## Polarização Dinâmica

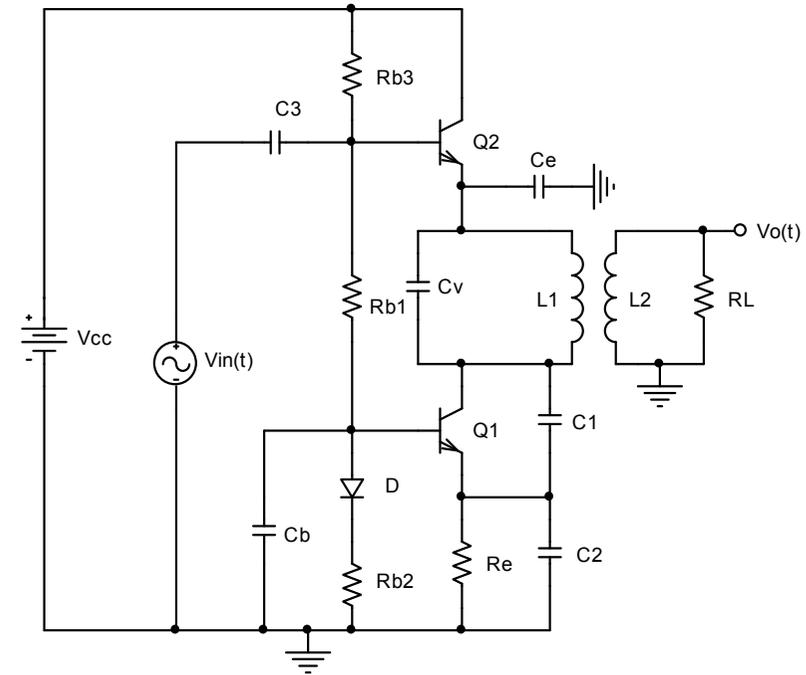


$$V_{C1_q}(t) = \frac{V_{CC}}{2} + v_{in}(t)$$

$$i_{C1}(t) = \frac{v_{L1}(t)}{R_{Ceq}} = \frac{(V_{CC}/2 + v_{in}(t))}{R_{Ceq}} \cos(\omega_0 t)$$

$$I_{C1_q}(t) = \frac{V_{CC}}{2R_{Ceq}} + \frac{v_{in}(t)}{R_{Ceq}}$$

$$V_{E1_q}(t) = R_E I_{C1_q}(t) = \frac{R_E}{R_{Ceq}} \left( \frac{V_{CC}}{2} + v_{in}(t) \right)$$



Quando  $v_{in}(t)=0$

$$V_{C1_q} = \frac{V_{CC}}{2}$$

$$I_{C1_q} = \frac{V_{CC}}{2R_{Ceq}}$$

$$V_{E1_q} = \frac{R_E}{R_{Ceq}} \frac{V_{CC}}{2} \rightarrow R_E = 2R_{Ceq} \frac{V_{E1_q}}{V_{CC}} \rightarrow V_{E1_q} \text{ definido a priori}$$

A tensão AC e DC de polarização no emissor de  $Q_1$  variam na mesma proporção.

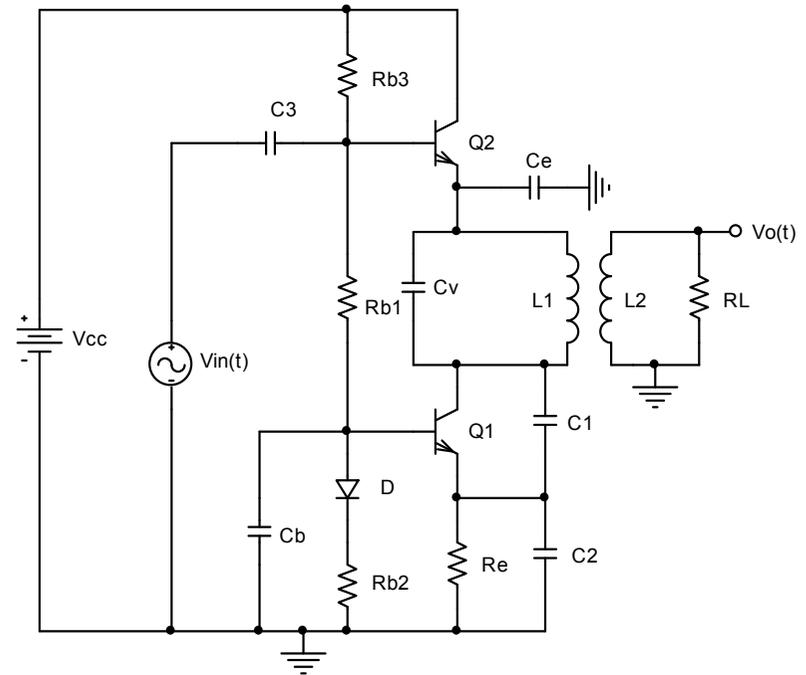
$$V_{BEq1} = V_{BEq2} = V_d = V_{BEq}$$

$$V_{b2}(t) = v_{in}(t) + \frac{V_{CC}}{2} + V_{BEq}$$

$$V_{b2q} = \frac{V_{CC}}{2} + V_{BEq}$$

$$V_{b1}(t) = \left( v_{in}(t) + \frac{V_{CC}}{2} \right) \frac{R_{b2}}{R_{b1} + R_{b2}} + V_{BEq}$$

$$V_{b1q} = \frac{R_{b2}}{R_{b1} + R_{b2}} \frac{V_{CC}}{2} + V_{BEq} = V_{Eq} + V_{BEq}$$



Definida a corrente de polarização  $I_{Rq}$  nos resistores  $R_{b3}$ ,  $R_{b2}$  e  $R_{b1}$ , de forma que seja muito maior do que  $I_{Bq1}$  e  $I_{Bq2}$ , temos:

$$R_{b2} = \frac{V_{Eq}}{I_{Rq}}$$

$$R_{b1} = \frac{V_{CC}/2 - V_{Eq}}{I_{Rq}}$$

$$R_{b3} = \frac{V_{CC} - (V_{CC}/2 + V_{BEq})}{I_{Rq}}$$

## Dimensionamento dos Capacitores

Os capacitores são dimensionados em função da frequência de corte e a resistência vista.

$$v_{in}(t) = V_m \sin(\omega_m t)$$

- Capacitor  $C_b$

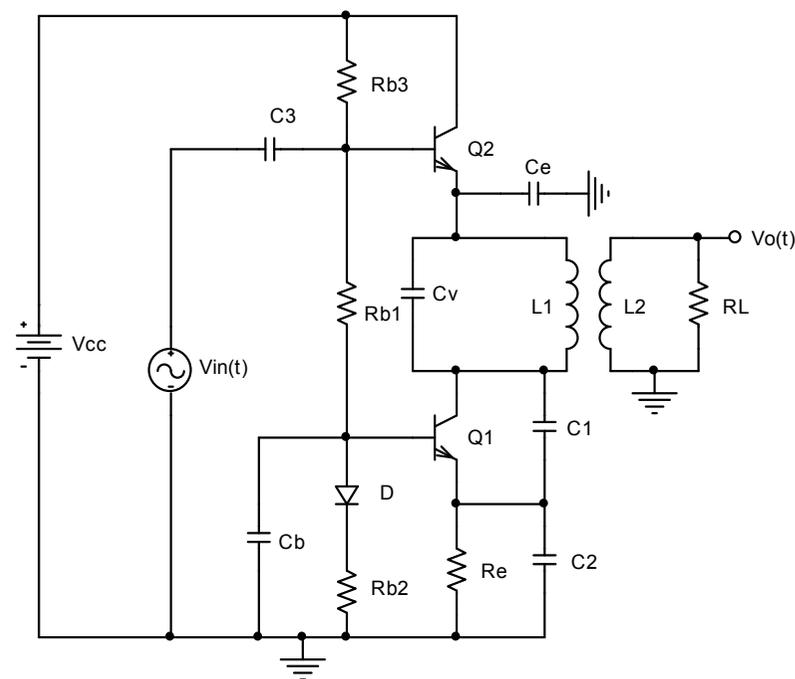
O capacitor  $C_b$  não deve afetar o sinal modulador, mas deve aterrar a base de  $Q_1$  na frequência de oscilação.

A resistência vista por  $C_b$  é:

$$R_{Cb} = R_{b1} // R_{b2} // (r_{\pi 1} + (\beta_1 + 1)R_e)$$

$$C_b = \frac{1}{\omega_{Cb} R_{Cb}}$$

$$\omega_{Cb} = \omega_m$$



- Capacitor  $C_3$

O capacitor  $C_3$  deve deixar passar totalmente o sinal modulador.  
A resistência vista por  $C_3$  é:

$$R_{C3} = \frac{1}{\frac{1}{R_{b3}} + \frac{1}{R_{b1} + R_{b2} // (r_{\pi1} + (\beta_1 + 1)R_e)} + \frac{1}{\frac{R_e}{R_{b2}}(R_{b1} + R_{b2})(\beta_2 + 1)}}$$

$$C_3 = \frac{1}{\omega_{C3} R_{C3}}$$

$\omega_{C3}$  = frequência de corte inferior para o sinal modulador

- Capacitor  $C_e$

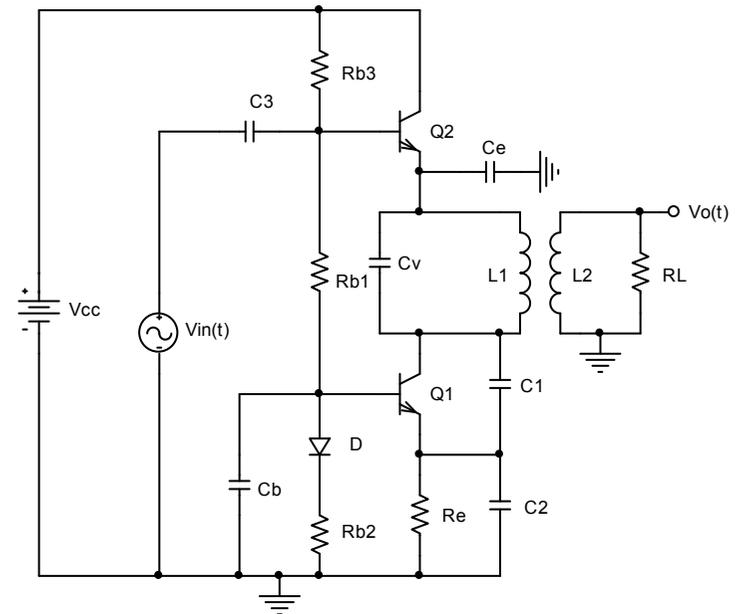
O capacitor  $C_e$  não deve afetar o sinal modulador, mas deve aterrar a base de  $Q_1$  na frequência de oscilação.

A resistência vista por  $C_e$  é:

$$R_{Ce} = r_{e2} = \frac{r_{\pi2}}{\beta_2 + 1} \quad C_e = \frac{1}{\omega_{Ce} \frac{r_{\pi2}}{\beta_2 + 1}} = \frac{1}{\omega_{Ce} \frac{\beta_2 V_T}{(\beta_2 + 1) I_{Cq1}}}$$

$$\omega_{Ce} = \omega_m$$

$$C_e \cong \frac{I_{Cq1}}{\omega_{Ce} V_T}$$



## Limitações no valor de $C_e$

O transistor Q2 deve operar sempre em classe A. Portanto, a corrente  $I_{E2q}(t)$  deve ser sempre maior que zero, ou seja:

$$v_{in}(t) = V_m \sin(\omega_m t)$$

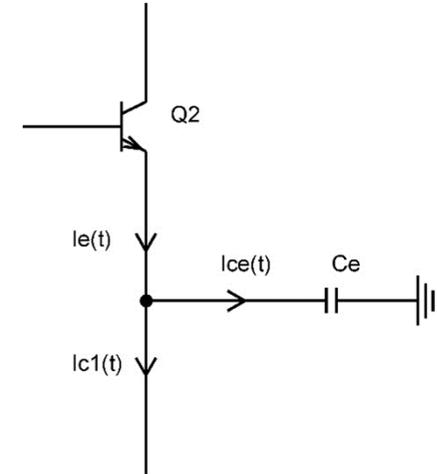
$$I_{E2q}(t) = I_{C1q}(t) + I_{C_e}(t) \geq 0$$

$$I_{C1q}(t) = \frac{\frac{V_{CC}}{2} + V_m \sin(\omega t)}{R_{Ceq}}$$

$$I_{C_e}(t) = C_e \frac{dv_{C_e}(t)}{dt} = C_e \frac{dv_{in}(t)}{dt} = \omega C_e V_m \cos(\omega t)$$

$$I_{E2q}(t) = \frac{\frac{V_{CC}}{2} + V_m \sin(\omega t)}{R_{Ceq}} + \omega C_e V_m \cos(\omega t) \geq 0$$

$$C_e \leq \frac{\sqrt{V_{CC}^2 - 4V_m^2}}{2\omega_m V_m R_{Ceq}} \rightarrow C_e \leq \frac{I_{Cq1} \sqrt{1 - 4(V_m/V_{CC})^2}}{\omega_m V_m}$$



$$C_e \leq \frac{I_{Cq1} \sqrt{1 - 4(V_m/V_{CC})^2}}{\omega_m V_m}$$

$$m = 2 \frac{V_m}{V_{CC}}$$

$$C_e \leq \frac{I_{Cq1} \sqrt{1 - m^2}}{\omega_m V_m}$$

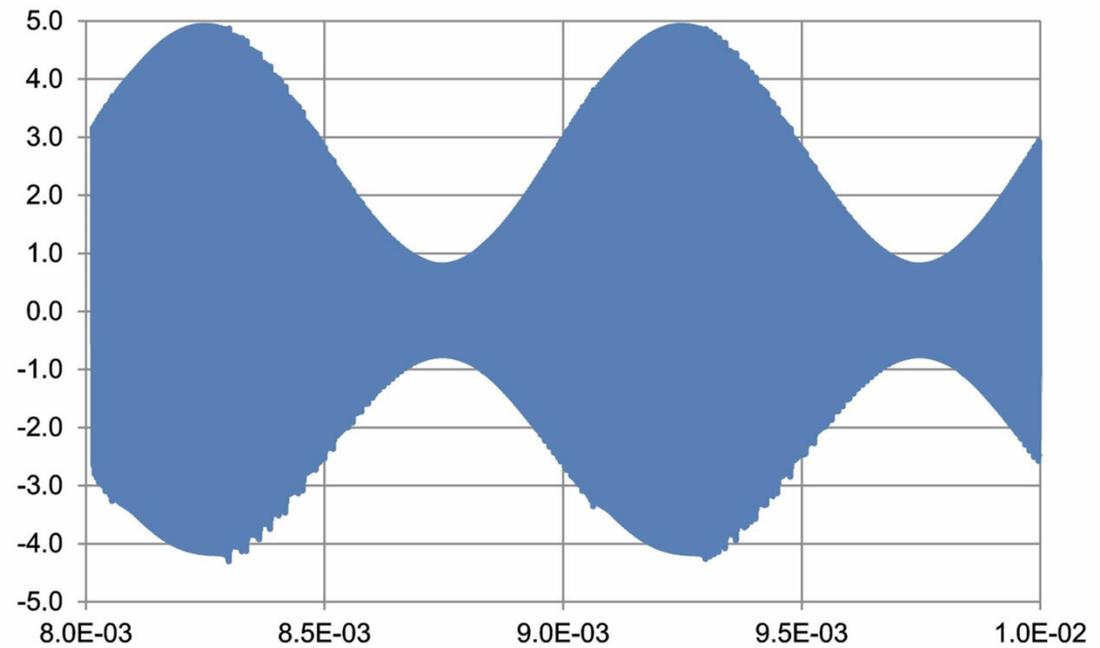
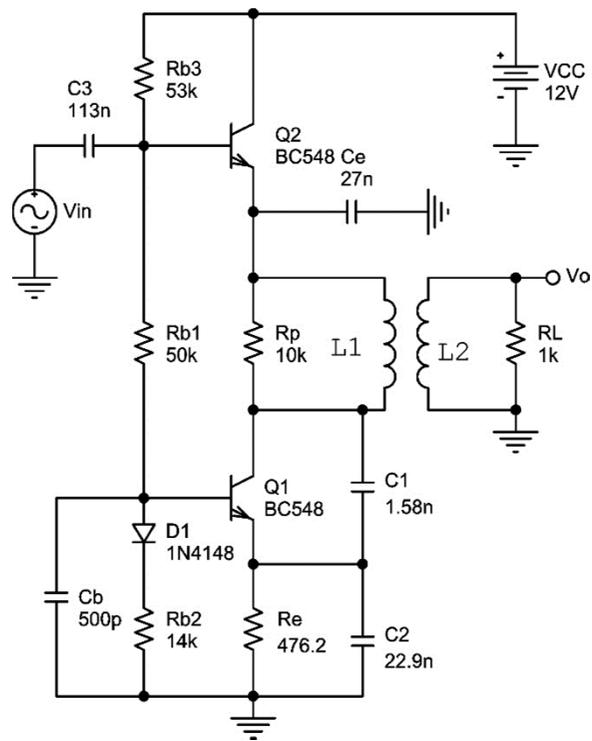
$$m \leq \sqrt{1 - \frac{\omega_m^2 C_e^2 V_m^2}{I_{Cq1}^2}}$$

## Resultado de Simulação

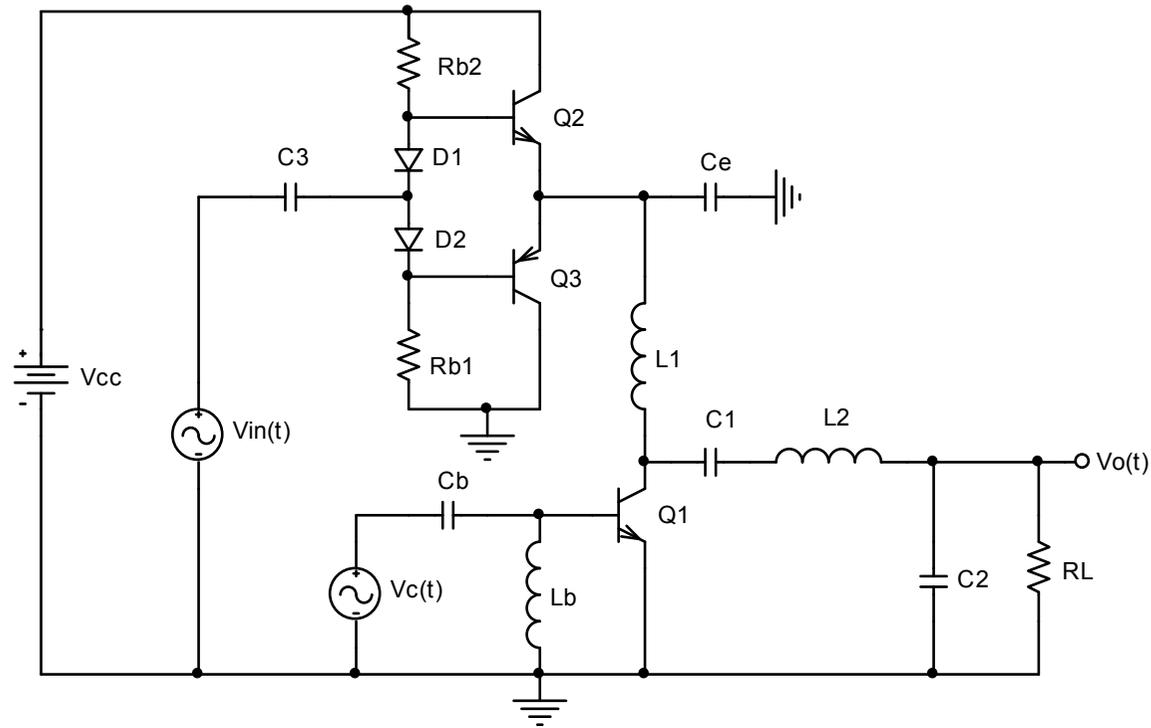
$$f_0 \cong 400\text{kHz}$$

$$f_m = 1\text{kHz}$$

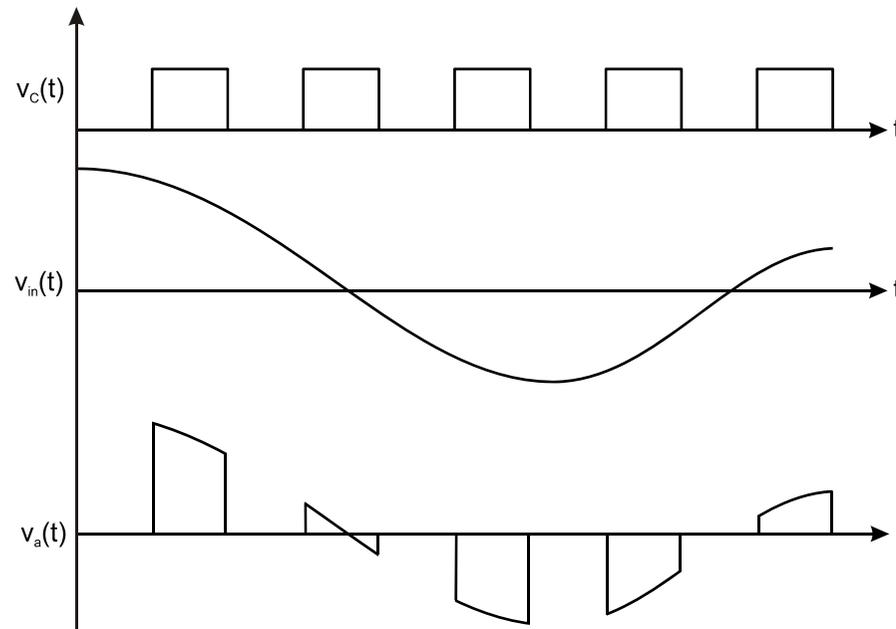
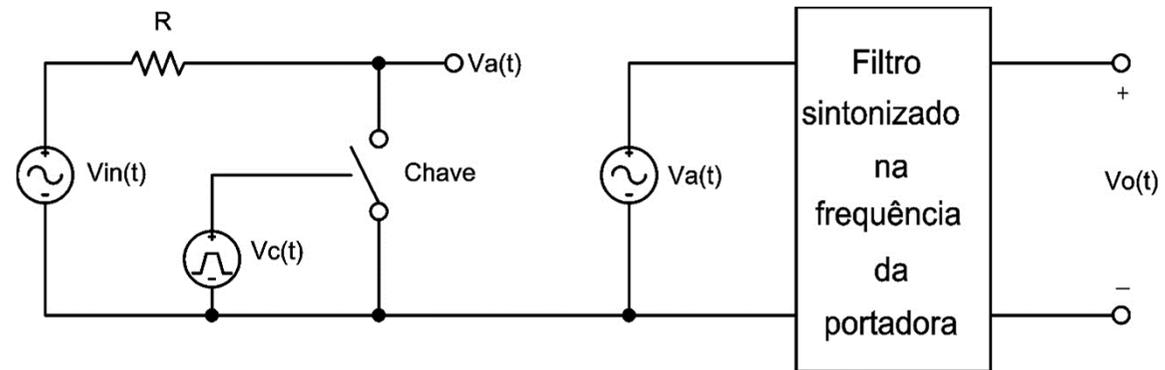
$$V_m = 4\text{V}$$



# Circuito Modulador AM de Alto Nível com Amplificador Classe C

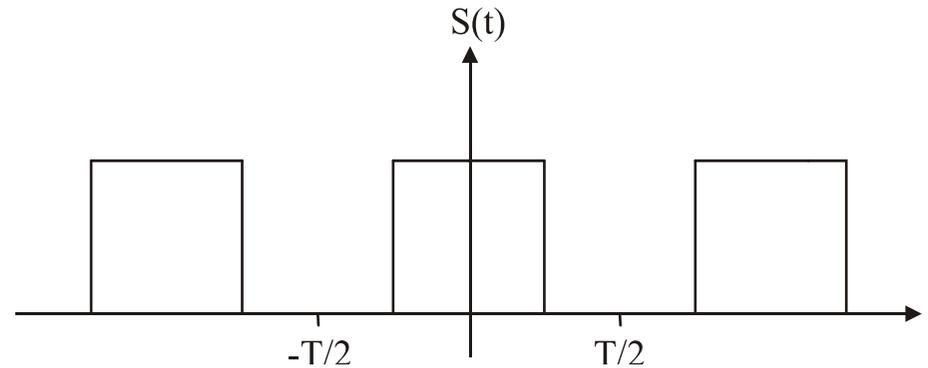


# Modulador Chopper



## Modelo Matemático

$$v_a(t) = v_{in}(t)S(t) \quad S(t) \text{ é a função amostragem} \quad S(t) = \begin{cases} 0, & \text{para } v_c(t) = 0 \\ 1, & \text{para } v_c(t) = V_c \end{cases}$$



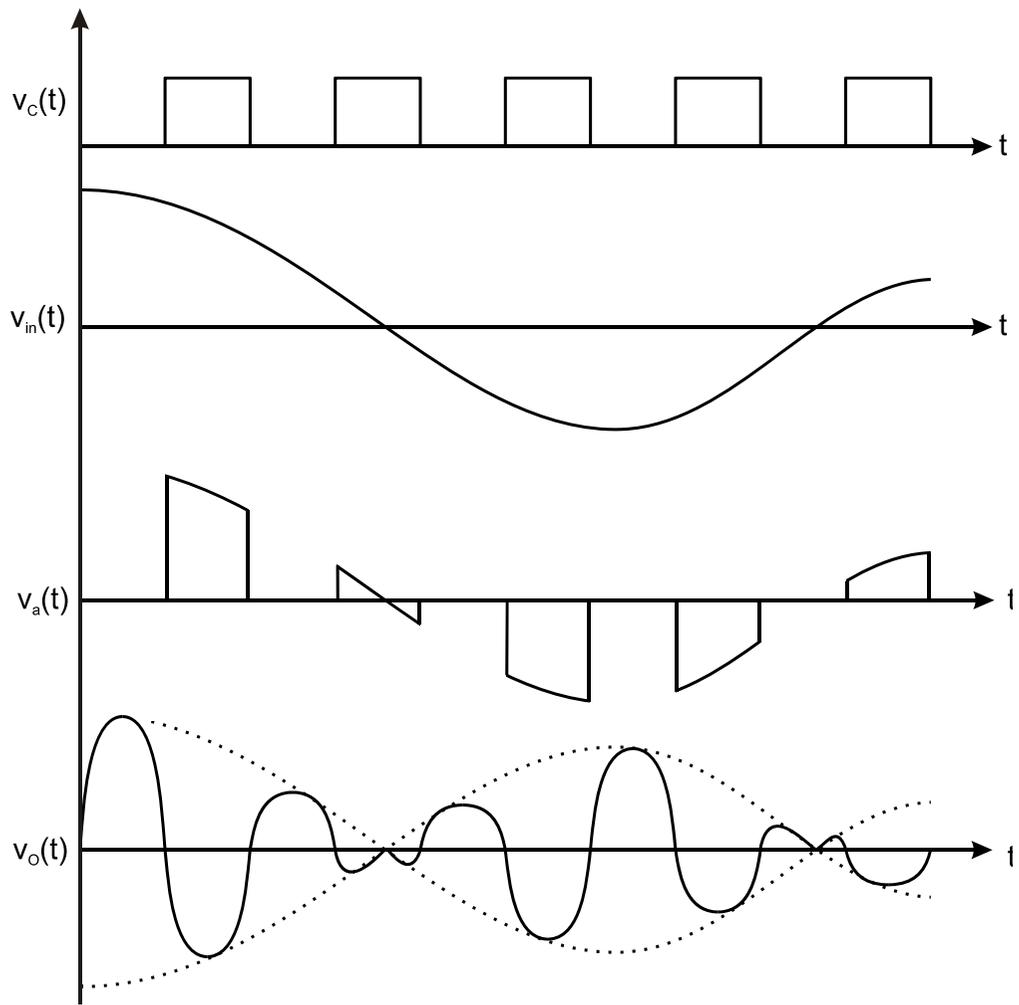
Considerando  $S(t)$  par, sua série de Fourier é:

$$S(t) = \frac{1}{2} + \frac{2}{\pi} \sum_{n=0}^{\infty} \left[ \frac{(-1)^n}{(2n+1)} \cos((2n+1)\omega_0 t) \right]$$

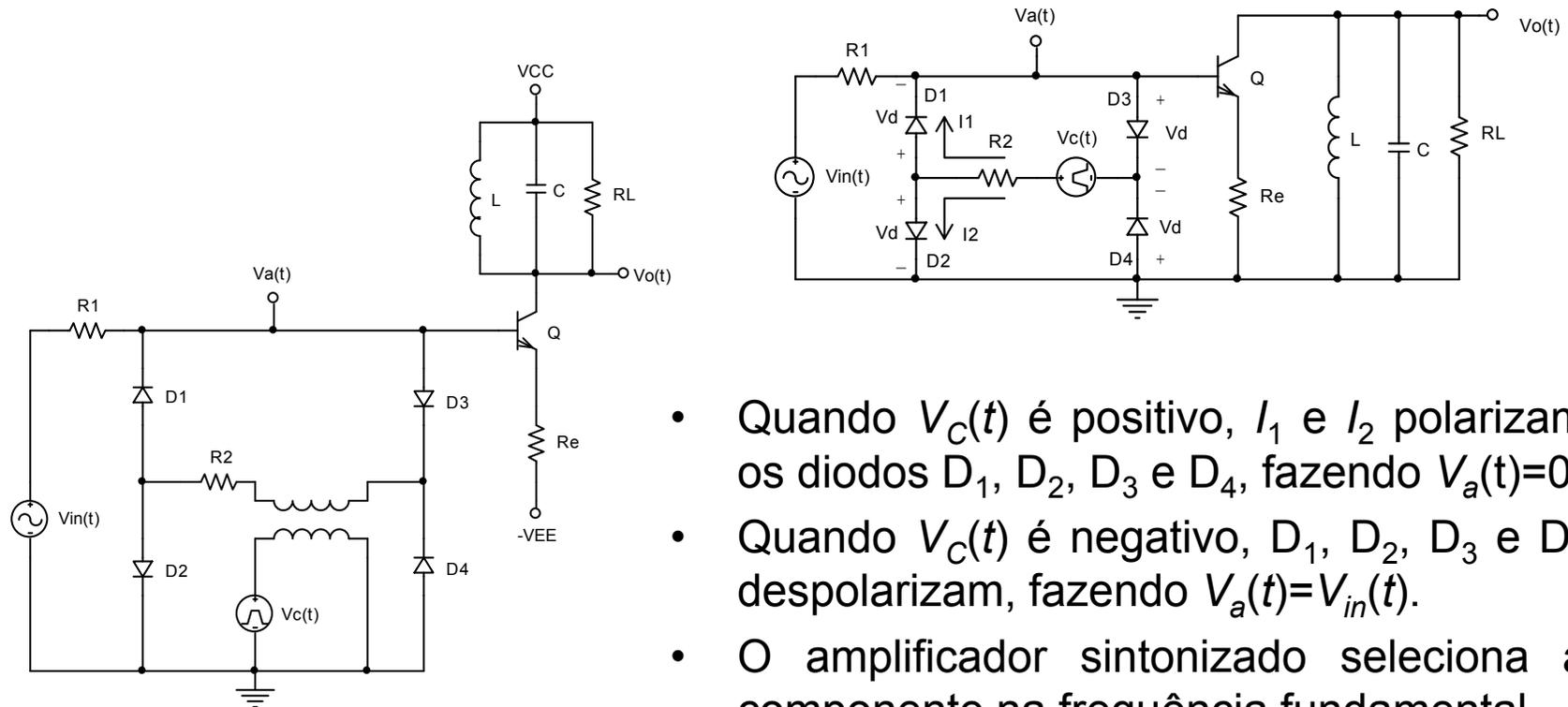
$$v_a(t) = \frac{v_{in}(t)}{2} + \frac{2}{\pi} \sum_{n=0}^{\infty} \left[ \frac{(-1)^n}{(2n+1)} v_{in}(t) \cos((2n+1)\omega_0 t) \right]$$

Após a filtragem:

$$v_0(t) = \frac{2A}{\pi} v_{in}(t) \cos(\omega_0 t)$$



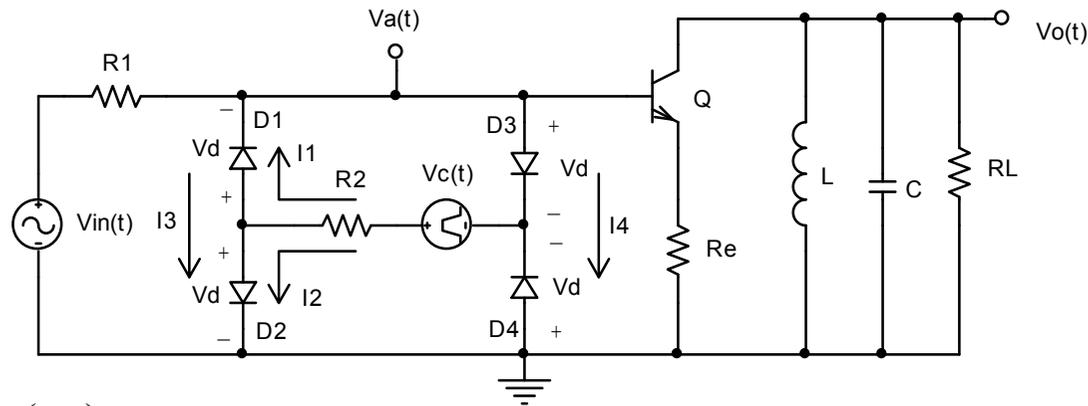
## Exemplo de Circuito



- Quando  $V_c(t)$  é positivo,  $I_1$  e  $I_2$  polarizam os diodos  $D_1$ ,  $D_2$ ,  $D_3$  e  $D_4$ , fazendo  $V_a(t)=0$ .
- Quando  $V_c(t)$  é negativo,  $D_1$ ,  $D_2$ ,  $D_3$  e  $D_4$  despolarizam, fazendo  $V_a(t)=V_{in}(t)$ .
- O amplificador sintonizado seleciona a componente na frequência fundamental.

## Limites de Operação

A chave analógica funciona adequadamente quando todos os diodos estão conduzindo ou cortados simultaneamente.



$$v_{in}(t) = V_m \sin(\omega t)$$

$$v_C(t) = V_C \cos(\omega_0 t)$$

Limite de operação

Valores máximos para as correntes

$$I_1 = I_2 = I_x$$

$$I_x = \frac{V_C - 2V_d}{2R_2}$$

$$I_x - I_y \geq 0$$

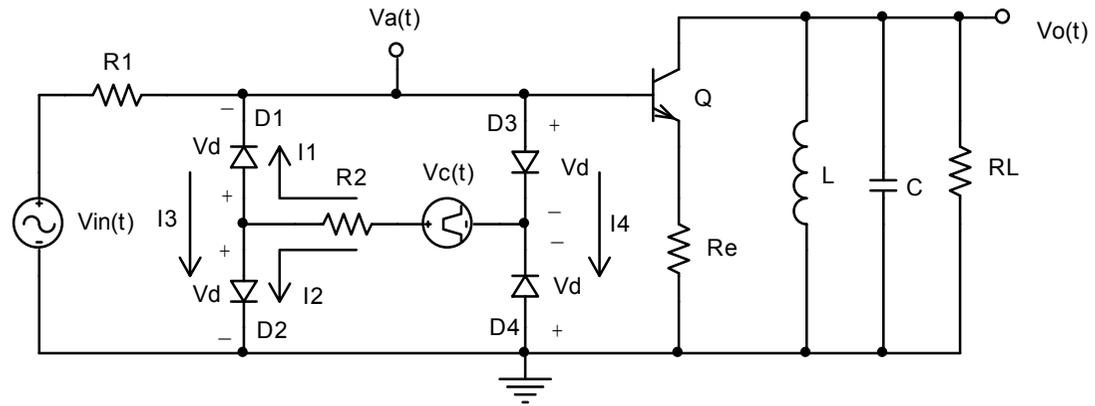
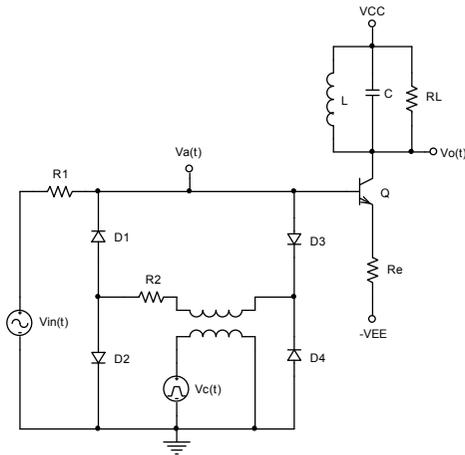
$$I_3 = I_4 = I_y$$

$$I_y = \frac{V_m}{2R_1}$$

$$V_m \leq \frac{R_1}{R_2} (V_C - 2V_d)$$

$$|v_{in}(t)| \leq \frac{R_1}{R_2} (V_C - 2V_d)$$

## Seletividade, Ganho e Sinal de Saída



Frequência de sintonia  $\omega_0$   $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$

Seletividade  $Q_C = \frac{R_L}{\omega_0 L}$

Ganho na frequência de sintonia  $\omega_0$   $|H(j\omega_0)| = \frac{\beta R_L}{(R_1 + r_\pi + (\beta + 1)R_e)}$

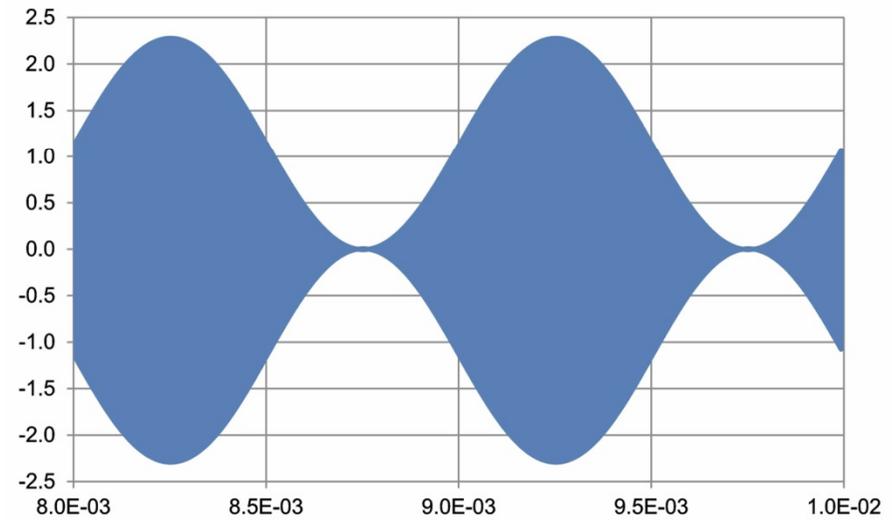
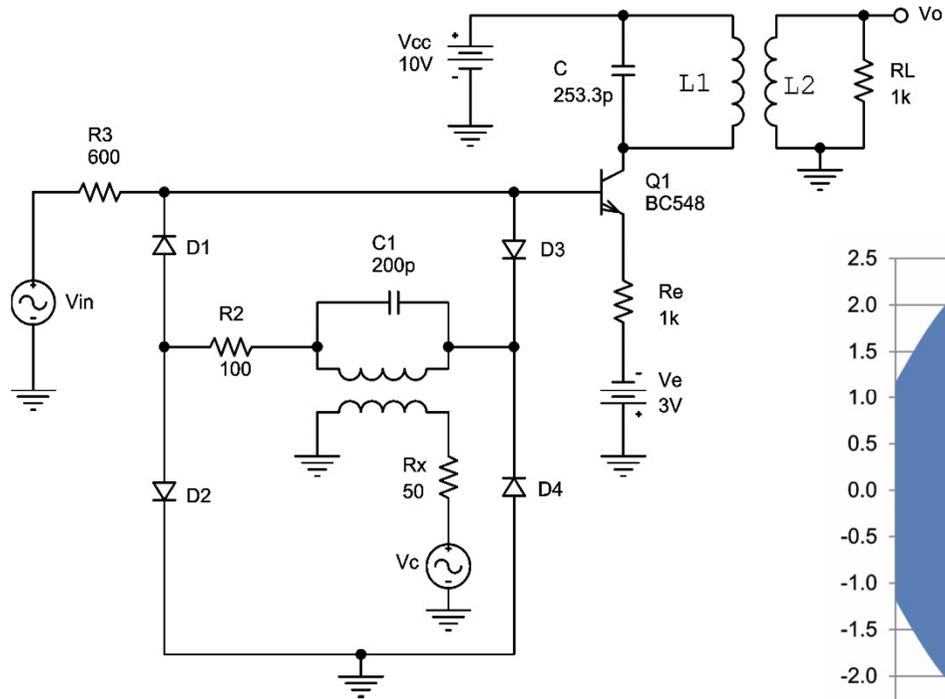
Sinal de saída no tempo  $v_o(t) = \frac{2|H(j\omega_0)|}{\pi} v_{in}(t) \cos(\omega_0 t)$

## Resultado de Simulação

$$f_0 = 1\text{MHz}$$

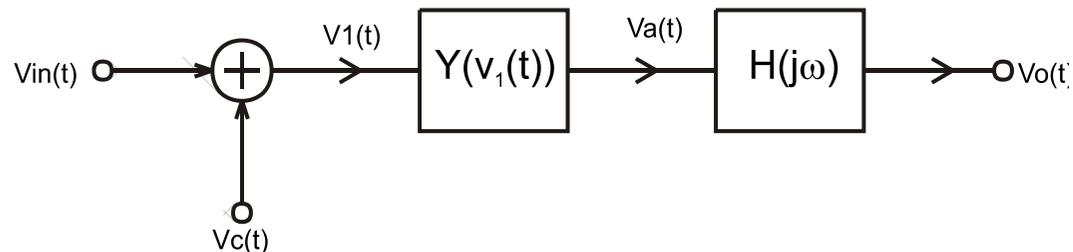
$$f_m = 1\text{kHz}$$

$$V_m = 1\text{V}$$



## Modulador por Dispositivo não Linear

Dispositivos não lineares podem ser usados para realizar multiplicação



$$v_c(t) = V_C \cos(\omega_0 t)$$

$$v_{in}(t) = V_m \sin(\omega t)$$

$$Y[v_{in}(t) + v_c(t)]$$

Expansão de  $Y(V_1(t))$  em série de potências

$$v_a(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \left[ a_n (v_{in}(t) + v_c(t))^n \right]$$

$$v_a(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \left[ a_n (v_{in}(t) + V_C \cos(\omega_0 t))^n \right]$$

Após filtrar o sinal  $V_a(t)$ , obtemos os termos agrupados em  $\cos(\omega_0 t)$

$$v_o(t) = V_C |H(j\omega_0)| \left[ a_1 \cos(\omega_0 t) + 2a_2 v_{in}(t) \cos(\omega_0 t) + \sum_{n=3}^{\infty} \left[ g_n(v_{in}(t)) \cos(\omega_0 t) \right] \right]$$

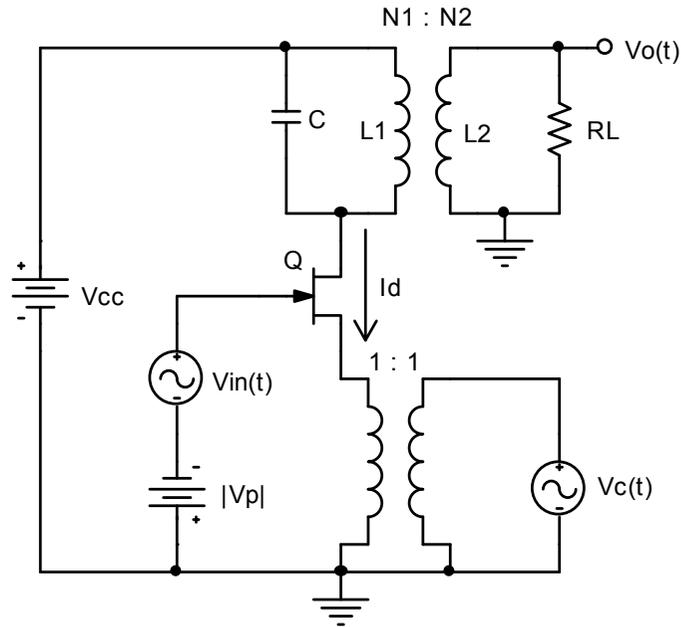
$$v_o(t) = a_1 V_C |H(j\omega_0)| \left[ 1 + \frac{2a_2}{a_1} v_{in}(t) \right] \cos(\omega_0 t) + V_C |H(j\omega_0)| \sum_{n=3}^{\infty} \left[ g_n(v_{in}(t)) \right] \cos(\omega_0 t)$$

**Distorção Harmônica**

Desprezando a distorção harmônica

$$v_o(t) \cong a_1 V_C |H(j\omega_0)| \left[ 1 + \frac{2a_2}{a_1} v_{in}(t) \right] \cos(\omega_0 t)$$

## Implementação com JFET



$$v_C(t) = V_C \cos(\omega_0 t)$$

$$I_d = \frac{2I_{DSS}V_C}{V_P^2} v_{in}(t) \cos(\omega_0 t)$$

$$v_d(t) = -\frac{2I_{DSS}V_C R_L}{V_P^2} \left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2 v_{in}(t) \cos(\omega_0 t) \longrightarrow v_o(t) = \frac{2I_{DSS}V_C R_L}{V_P^2} \left(\frac{N_1}{N_2}\right) v_{in}(t) \cos(\omega_0 t)$$

$$I_d = I_{DSS} \left( 1 + \frac{V_{gs}}{|V_P|} \right)^2$$

$$V_{gs} = v_{in}(t) - |V_P| - v_C(t)$$

$$I_d = I_{DSS} \left( \frac{v_{in}(t) - v_C(t)}{|V_P|} \right)^2$$

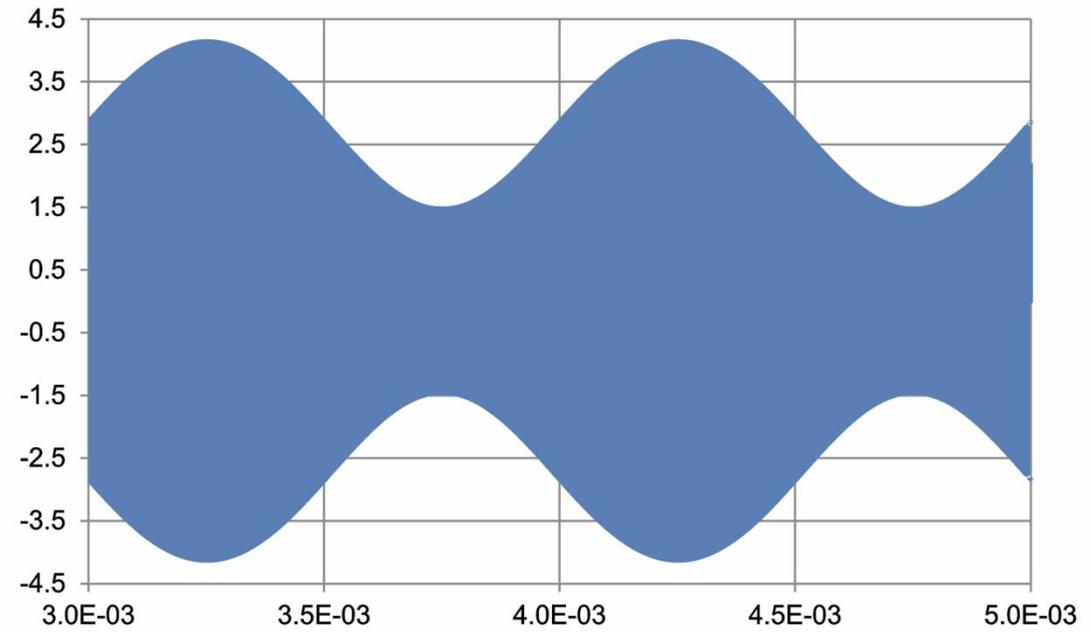
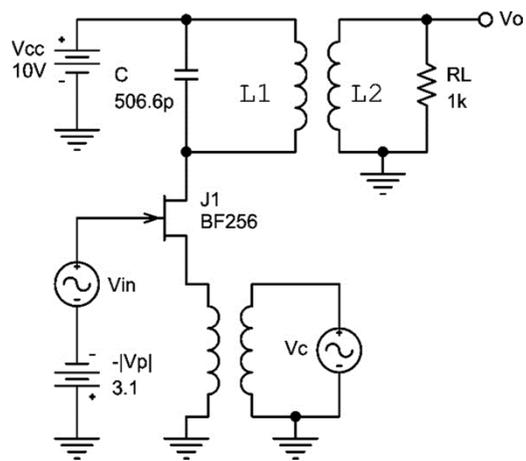
$$I_d = I_{DSS} \left( \frac{v_{in}(t)^2 - 2v_{in}(t)v_C(t) + v_C(t)^2}{V_P^2} \right)$$

## Resultado de Simulação

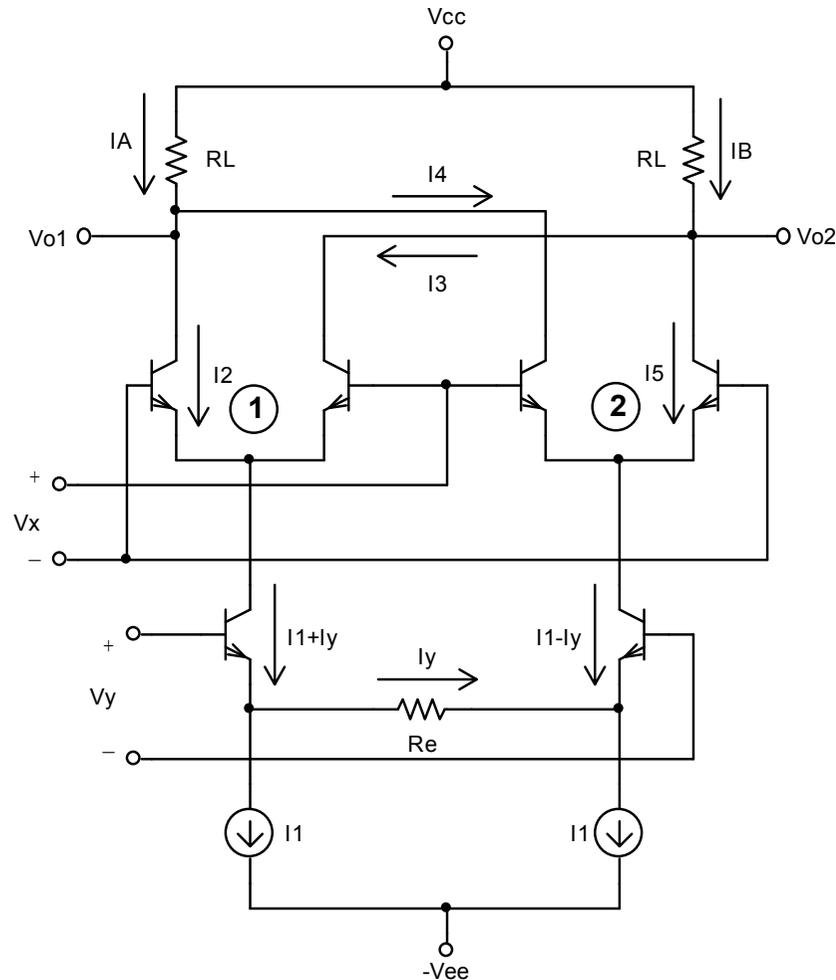
$$f_0 = 1\text{MHz}$$

$$f_m = 1\text{kHz}$$

$$V_m = 1\text{V}$$

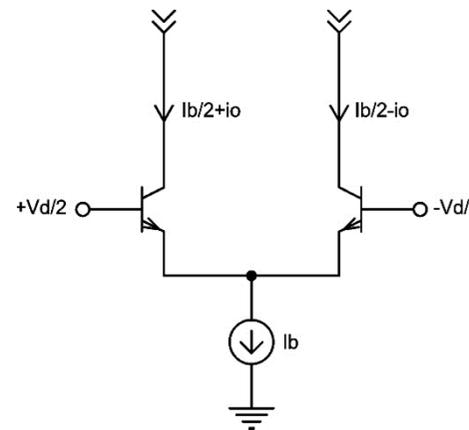


# Multiplicador Analógico – Célula de Gilbert



A célula de Gilbert é um multiplicador de quatro quadrantes, que tem aplicações em circuitos moduladores, demoduladores síncronos e circuitos de processamento analógico de sinais.

## Amplificador Diferencial



$$i_o = g_{m_d} v_d$$

$$g_{m_d} = \frac{I_B}{4V_T}$$

$$i_o = \frac{I_B}{4V_T} v_d$$



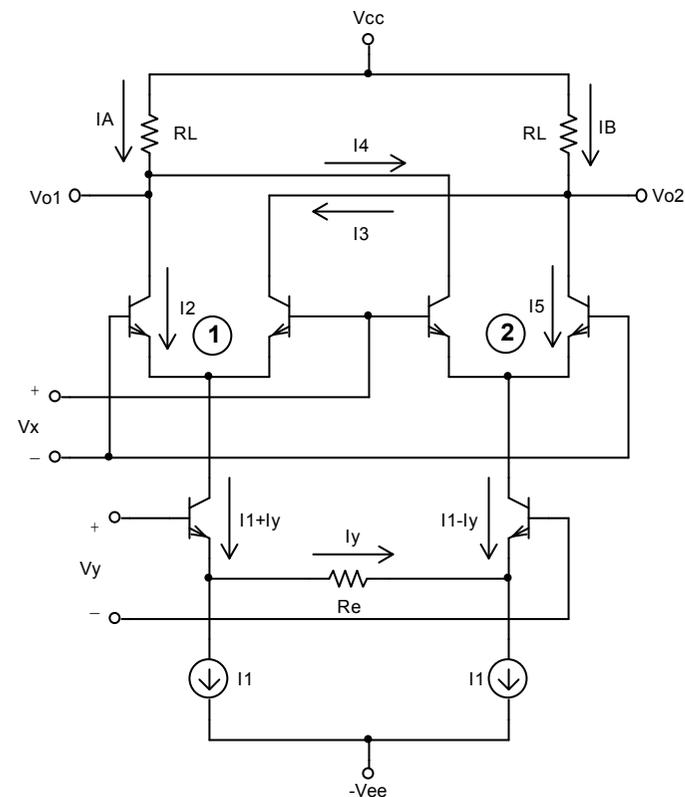
$$\begin{cases} I_A = I_1 + (gm_2 - gm_1)V_x \\ I_B = I_1 + (gm_1 - gm_2)V_x \end{cases} \rightarrow \begin{cases} gm_1 = \frac{I_1 + I_y}{4V_T} \\ gm_2 = \frac{I_1 - I_y}{4V_T} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} I_A = I_1 - \frac{V_x I_y}{2V_T} \\ I_B = I_1 + \frac{V_x I_y}{2V_T} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} I_A = I_1 - \frac{V_x V_y}{2R_e V_T} \\ I_B = I_1 + \frac{V_x V_y}{2R_e V_T} \end{cases}$$

$$\begin{cases} V_{01} = V_{CC} - R_L I_A = V_{CC} - R_L I_1 + \frac{R_L}{2R_e V_T} V_x V_y \\ V_{02} = V_{CC} - R_L I_B = V_{CC} - R_L I_1 - \frac{R_L}{2R_e V_T} V_x V_y \end{cases}$$

$$V_{01} - V_{02} = \frac{R_L}{R_e V_T} V_x V_y$$

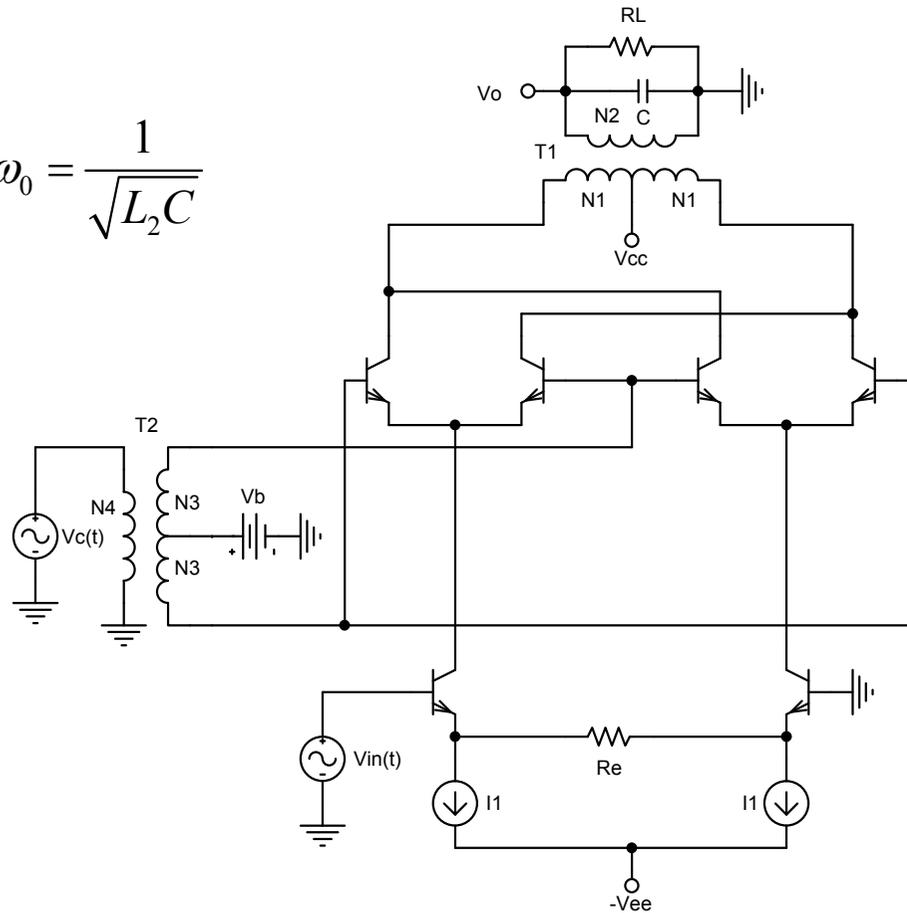
O limite de operação linear é determinado pela máxima tensão diferencial, ou seja:

$$\max |V_x| = 77mV$$



# Exemplo de Modulador

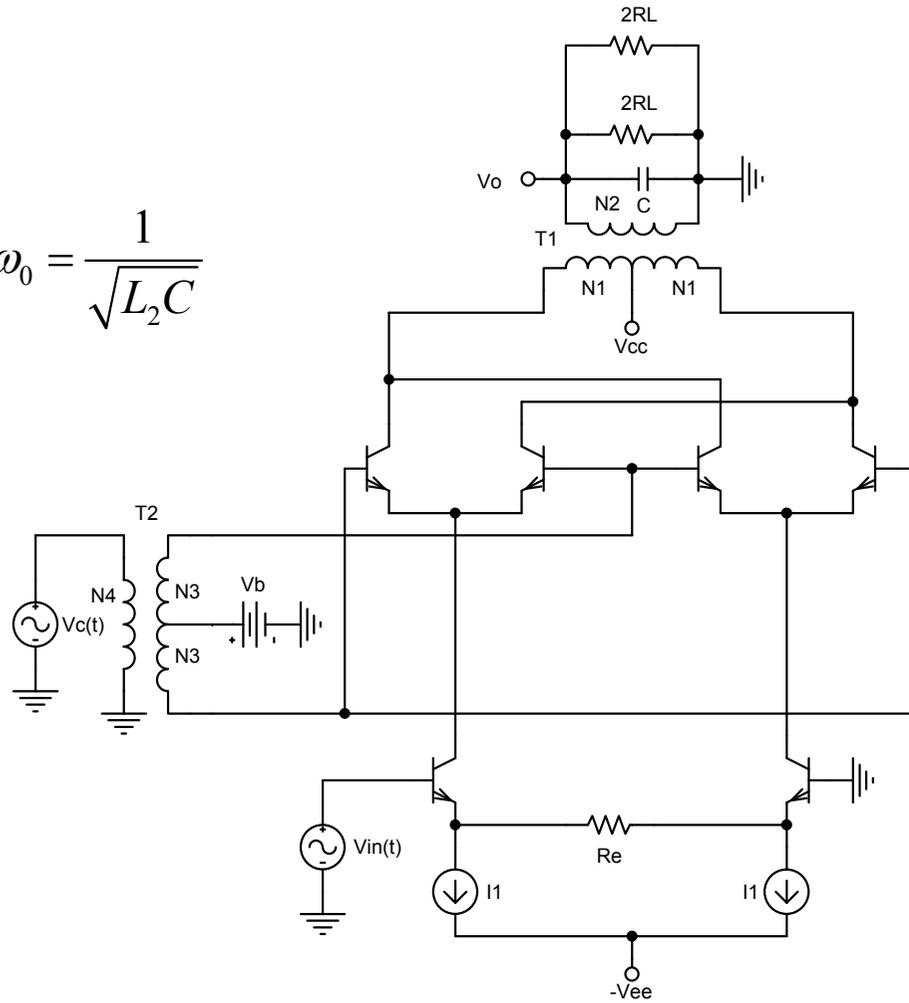
$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{L_2 C}}$$



$$V_x = \frac{2N_3}{N_4} v_c(t)$$

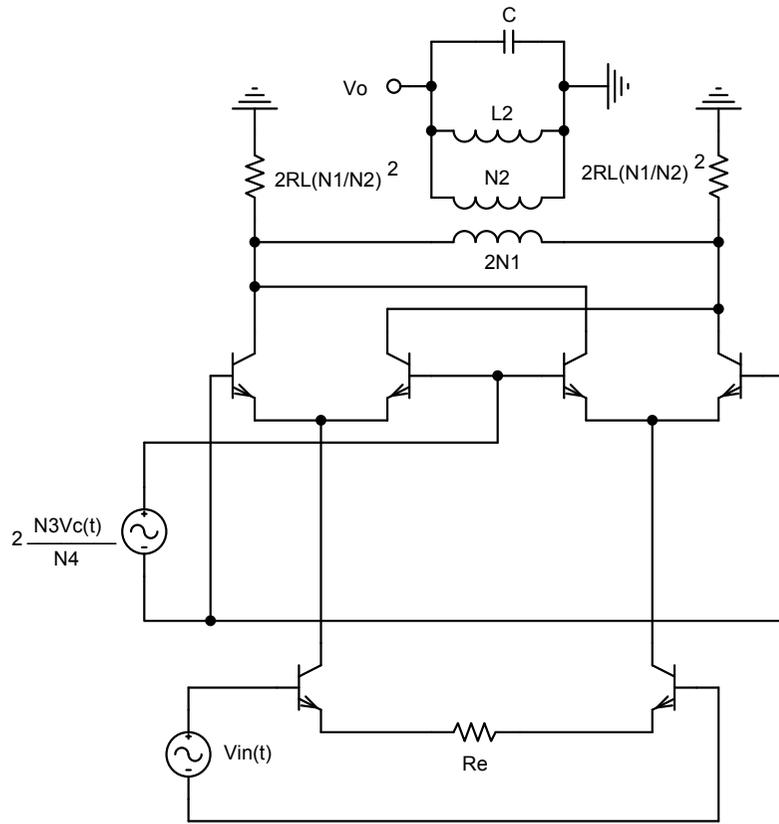
$$V_y = v_{in}(t)$$

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{L_2 C}}$$



$$V_x = \frac{2N_3}{N_4} v_c(t)$$

$$V_y = v_{in}(t)$$



$$V_{0_1} - V_{0_2} = \frac{1}{R_e V_T} 2R_L \frac{N_1^2}{N_2^2} V_x V_y$$

$$V_x = \frac{2N_3}{N_4} v_C(t)$$

$$V_y = v_{in}(t)$$

$$V_{0_1} - V_{0_2} = 4 \frac{N_3}{N_4} \frac{N_1^2}{N_2^2} \frac{R_L}{R_e V_T} v_{in}(t) v_C(t)$$

$$v_0(t) = 2 \frac{N_3}{N_4} \frac{N_1}{N_2} \frac{R_L}{R_e V_T} v_{in}(t) v_C(t)$$

$$v_C(t) = V_C \cos(\omega_0 t)$$

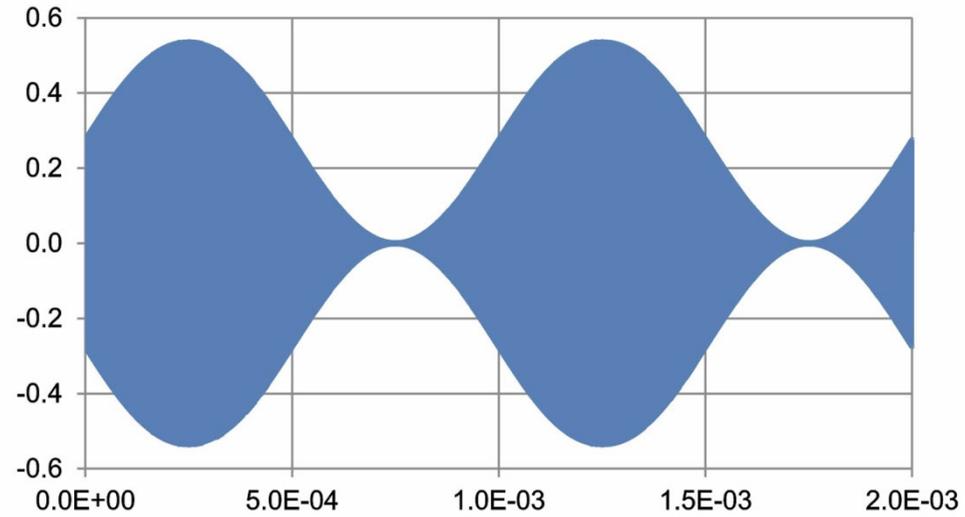
$$v_0(t) = 2 \frac{N_3}{N_4} \frac{N_1}{N_2} \frac{V_C R_L}{R_e V_T} v_{in}(t) \cos(\omega_0 t)$$

$$v_{in}(t) = V_m (1 + mf(t))$$

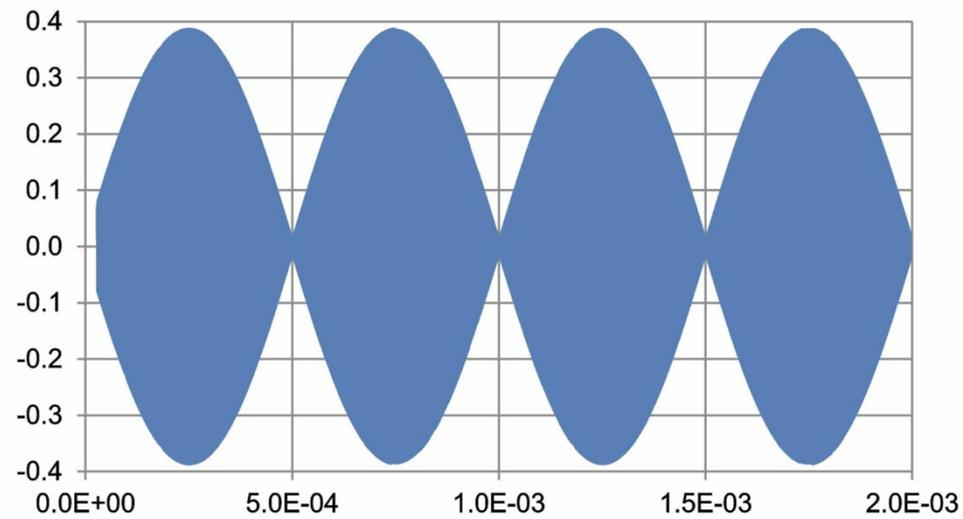
$$v_0(t) = 2 \frac{N_3}{N_4} \frac{N_1}{N_2} \frac{R_L V_C V_m}{R_e V_T} (1 + mf(t)) \cos(\omega_0 t)$$

## Resultados de Simulações

Modulação com  $m=1$



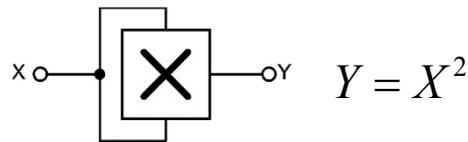
Modulação com portadora suprimida



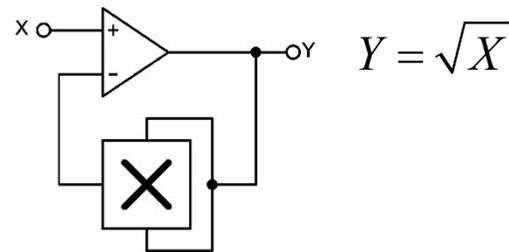
## Processamento Analógico de Sinais

Os multiplicadores analógicos encontram aplicações diversas, além da modulação em amplitude. Um exemplo é o processamento analógico de sinais, que é muito mais barato, e com menor consumo de potência do que os DSPs. Porém, com precisão menor.

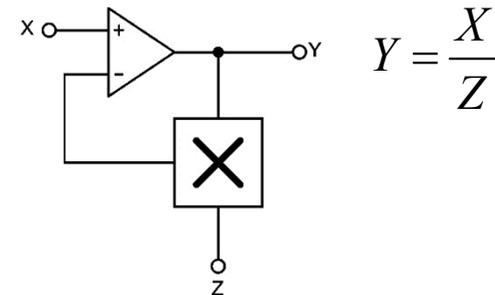
Função  $x^2$



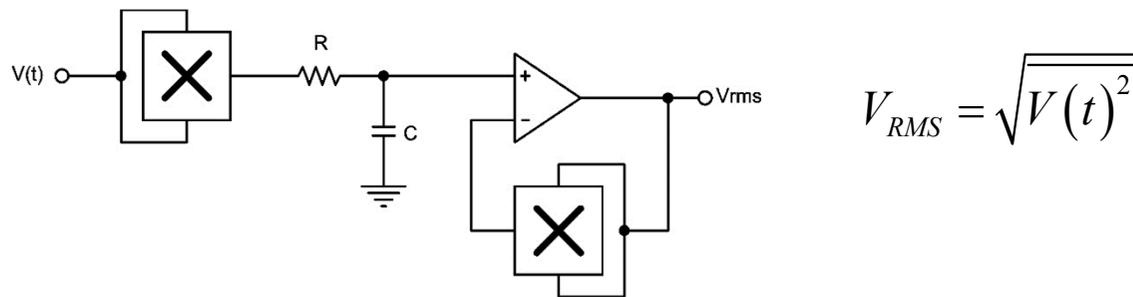
Função  $x^{-2}$



Função  $X/Z$

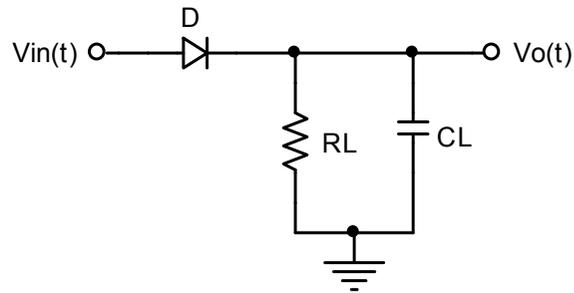


Medidor de valor RMS



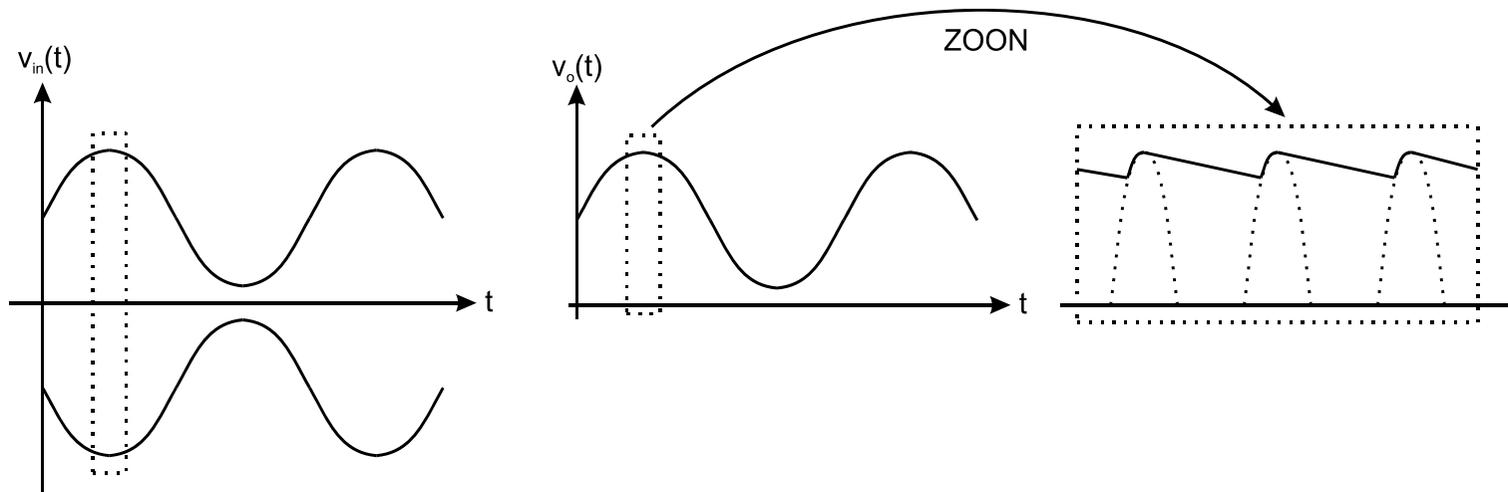
# Demodulação AM

## Demodulador por Detecção de Pico de Envoltória



$$\frac{2\pi}{\omega_0} \ll \tau \ll \frac{2\pi}{\omega_m} \quad \tau = R_L C_L$$

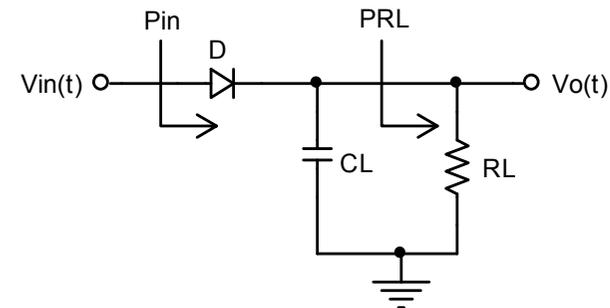
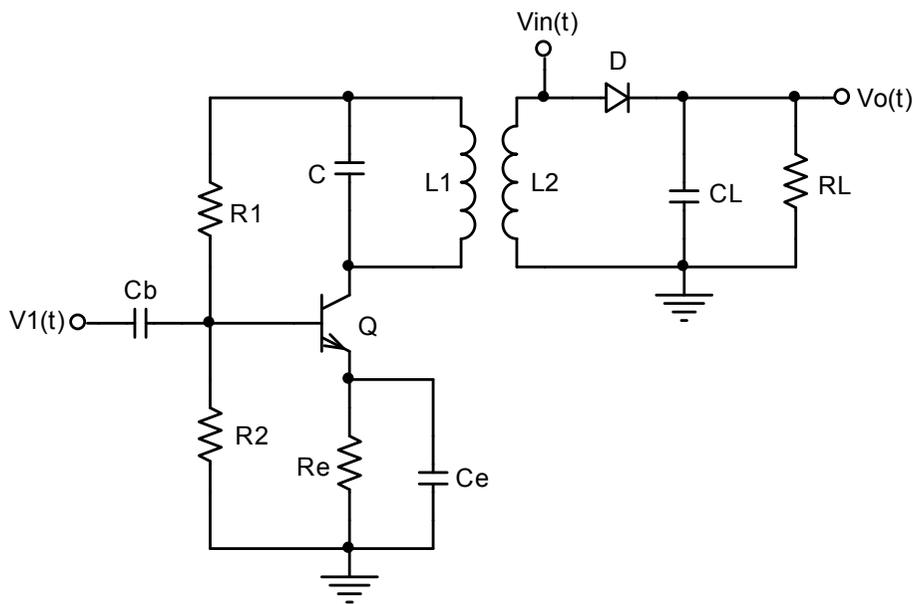
Média geométrica  $\tau = \frac{2\pi}{\sqrt{\omega_0 \omega_m}}$



## Carga Equivalente

O demodulador deve ser usado em conjunto com um amplificador sintonizado, representando uma carga para o mesmo.

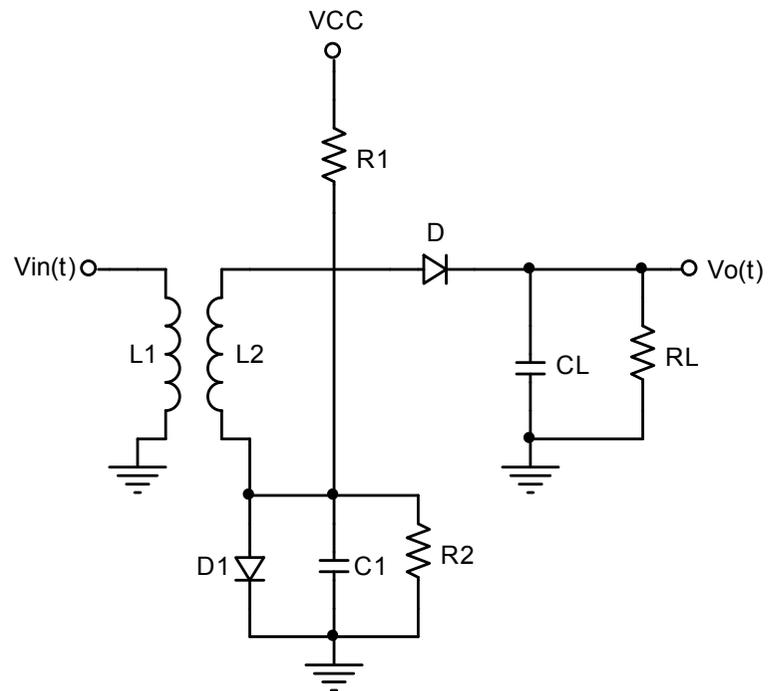
A potência média entregue pelo amplificador sintonizado é a mesma entregue à carga.



$$\bar{P}_{in} = \bar{P}_{R_L} \quad \bar{P}_{in} = \frac{V_C^2}{2R_{eq}}$$

$$\bar{P}_{R_L} = \frac{V_C^2}{R_L} \quad R_{eq} = \frac{R_L}{2}$$

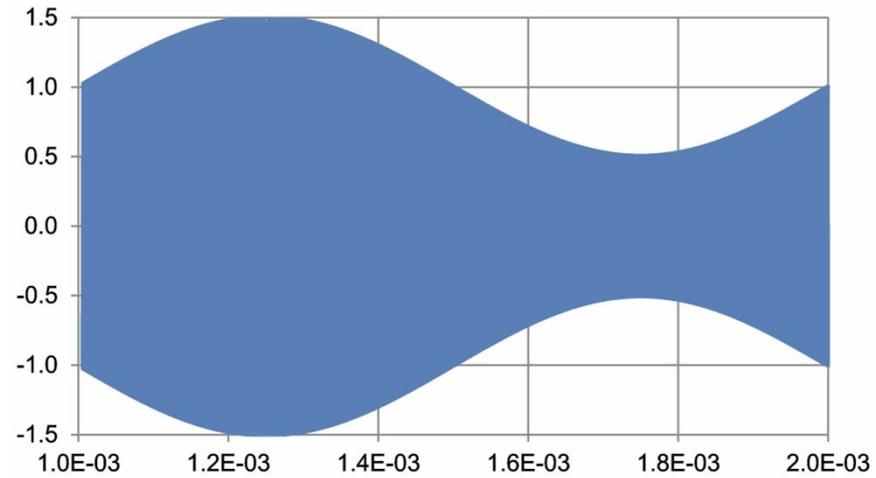
## Compensação para Tensão do Diodo



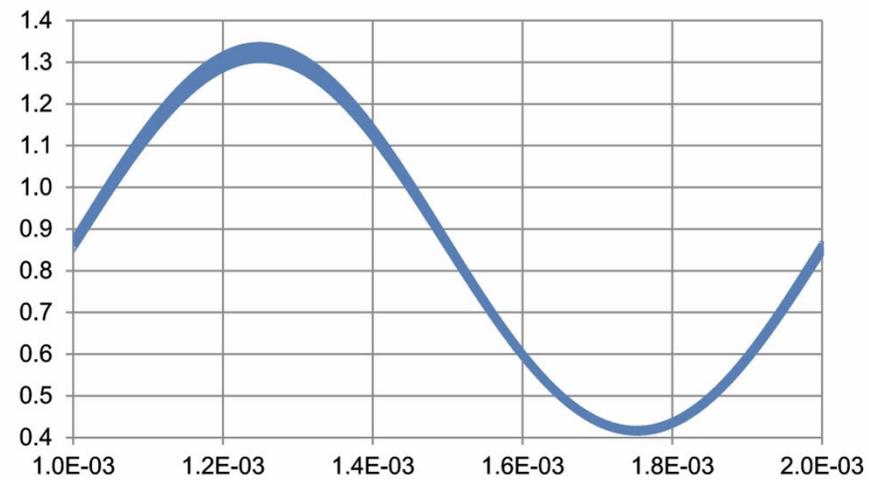
$$C_1 \gg \frac{1}{\omega_{\min} R_1 // R_2}$$

## Resultados de Simulações

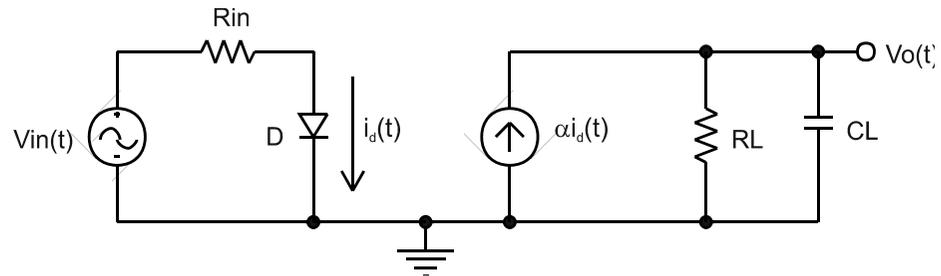
### Sinal Modulado



### Sinal Demodulado



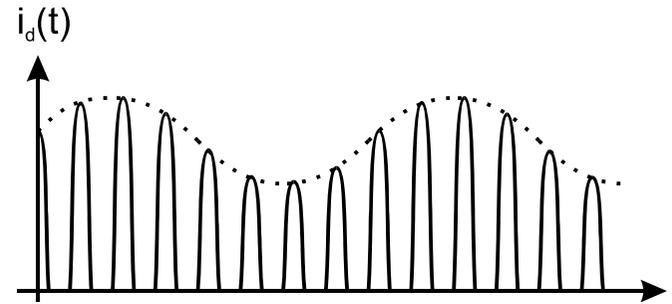
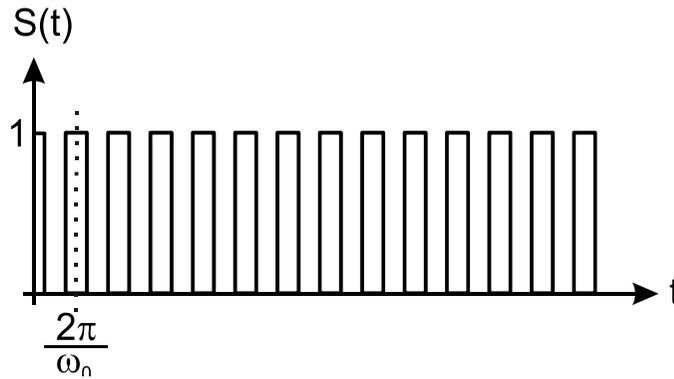
## Demodulador por Detecção de Valor Médio de Envoltória



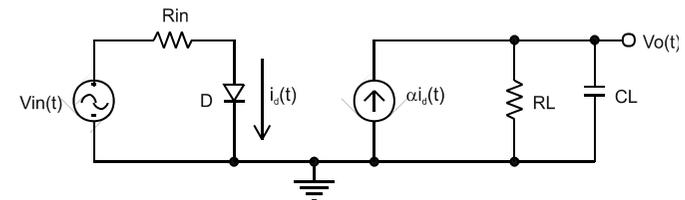
$$v_{in}(t) = A(1 + mf(t))\cos(\omega_0 t)$$

$$i_d(t) = \begin{cases} \frac{A}{R_{in}}(1 + mf(t))\cos(\omega_0 t); & \text{para } \cos(\omega_0 t) \geq 0 \\ 0; & \text{para } \cos(\omega_0 t) < 0 \end{cases}$$

## Modelo Matemático



$$S(t) = \frac{1}{2} + \frac{2}{\pi} \sum_{n=0}^{\infty} \left[ \frac{(-1)^n}{(2n+1)} \cos((2n+1)\omega_0 t) \right]$$

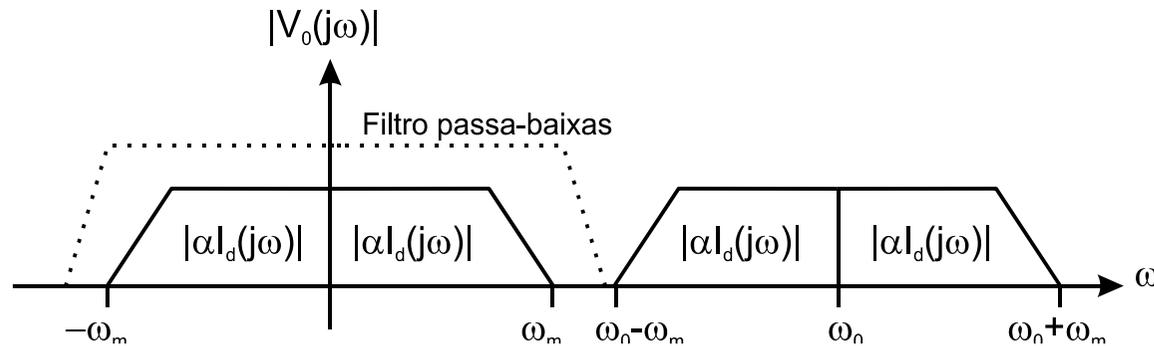


$$i_d(t) = \frac{A}{R_{in}} (1 + mf(t)) \left[ \frac{\cos(\omega_0 t)}{2} + \frac{2}{\pi} \sum_{n=0}^{\infty} \left[ \frac{(-1)^n}{(2n+1)} \cos(\omega_0 t) \cos((2n+1)\omega_0 t) \right] \right]$$

$$\alpha i_d(t) = \frac{\alpha A}{R_{in}} (1 + mf(t)) \left[ \frac{\cos(\omega_0 t)}{2} + \frac{2}{\pi} \sum_{n=0}^{\infty} \left[ \frac{(-1)^n}{(2n+1)} \frac{(\cos(2n\omega_0 t) + \cos(2(n+1)\omega_0 t))}{2} \right] \right]$$

## Espectro de Frequências

$$\alpha i_d(t) = \frac{\alpha A}{R_{in}} (1 + mf(t)) \left[ \frac{\cos(\omega_0 t)}{2} + \frac{2}{\pi} \sum_{n=0}^{\infty} \left[ \frac{(-1)^n}{(2n+1)} \frac{(\cos(2n\omega_0 t) + \cos(2(n+1)\omega_0 t))}{2} \right] \right]$$



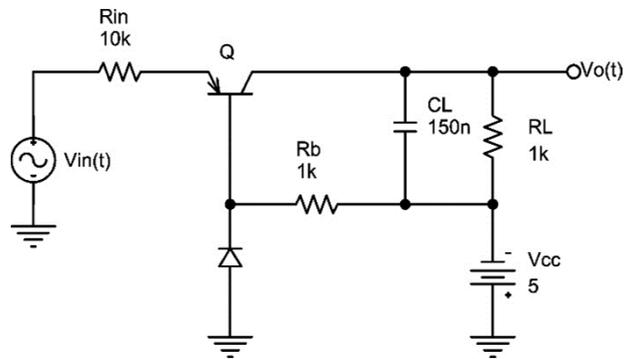
Após a filtragem passa baixas  $\longrightarrow \omega_m = \frac{1}{R_L C_L}$

$$v_o(t) = \frac{\alpha A R_L}{\pi R_{in}} (1 + mf(t))$$

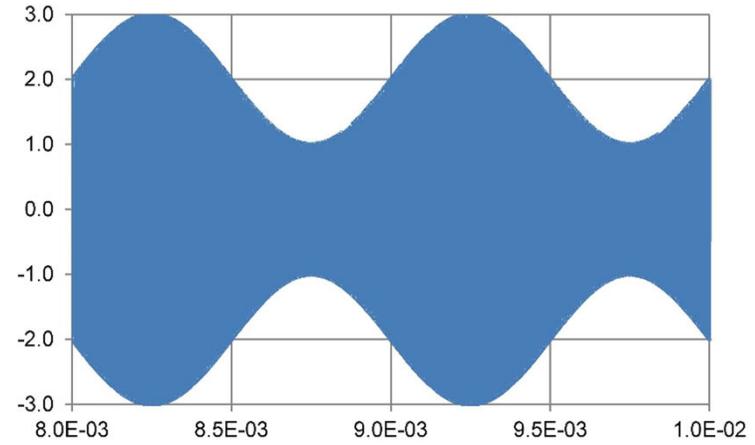
OBS:

O filtro passa baixas pode ser de ordem maior que 1, dependendo da faixa de transição.

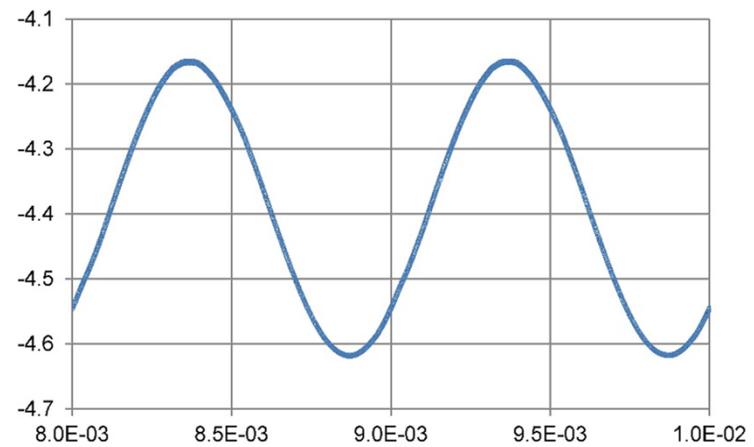
# Resultados de Simulações



## Sinal Modulado

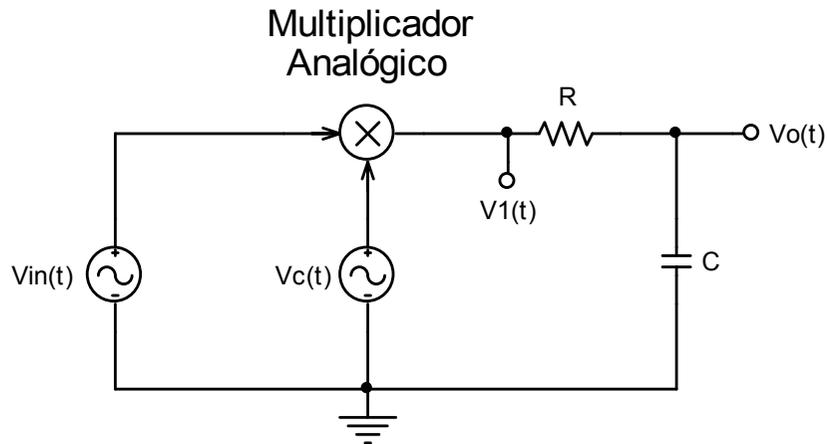


## Sinal Demodulado



# Demodulador Síncrono

Sinais modulados em amplitude sem portadora não podem ser demodulados pelos detectores de envoltória. A demodulação somente é possível por multiplicação como senóide de mesma frequência e fase da portadora.



$$v_{in}(t) = Af(t)\cos(\omega_0 t)$$

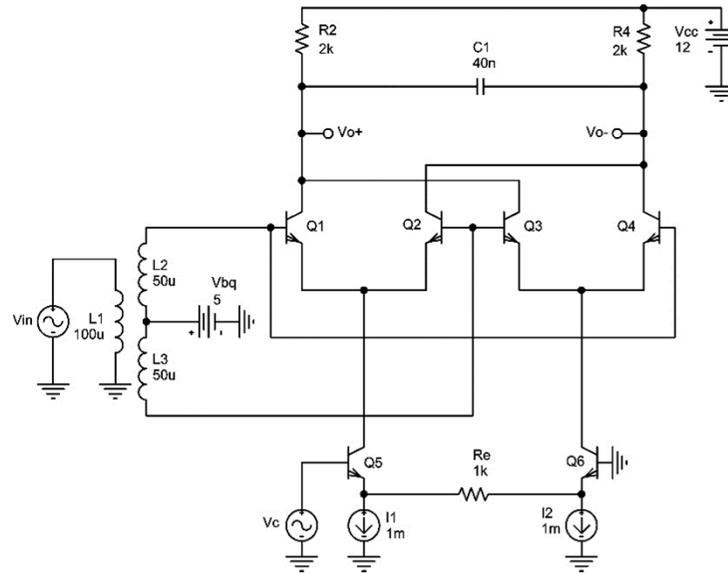
$$v_C(t) = A_C \cos(\omega_0 t)$$

$$v_1(t) = \frac{AA_C f(t)}{2} + \frac{AA_C f(t)\cos(2\omega_0 t)}{2}$$

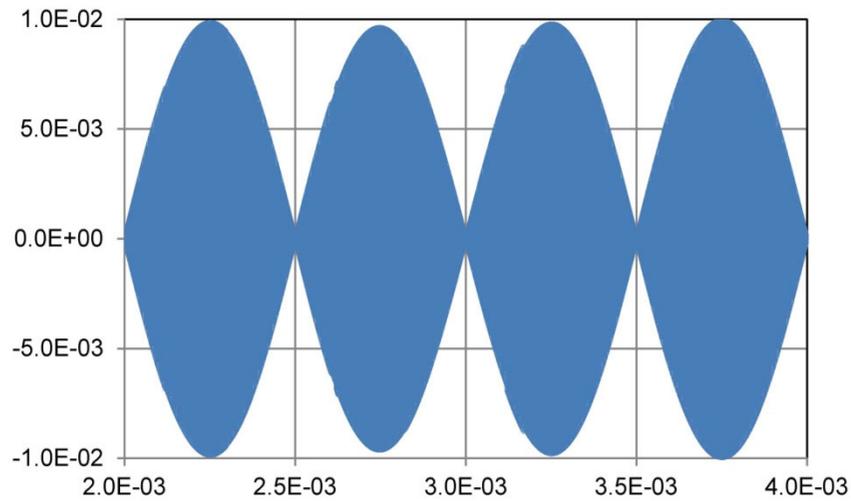
Após a filtragem passa baixas:

$$v_1(t) = \frac{AA_C f(t)}{2} + \frac{AA_C f(t)\cos(2\omega_0 t)}{2} \longrightarrow v_o(t) = \frac{AA_C f(t)}{2}$$

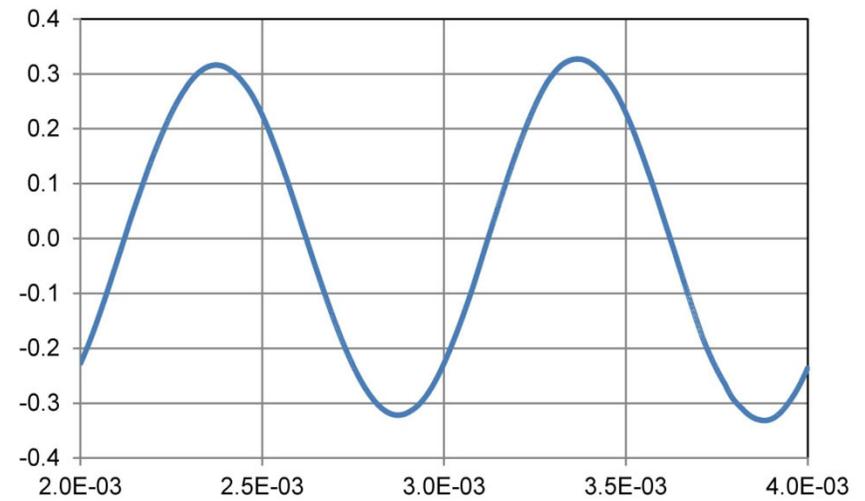
# Resultados de Simulações



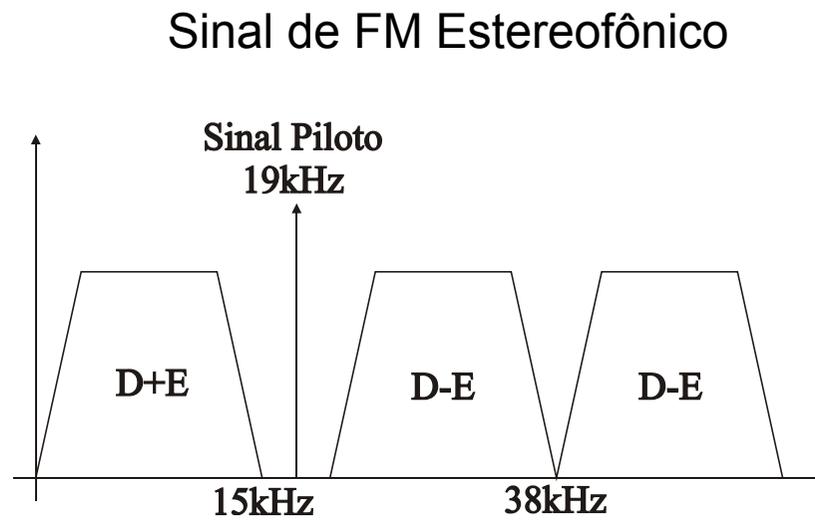
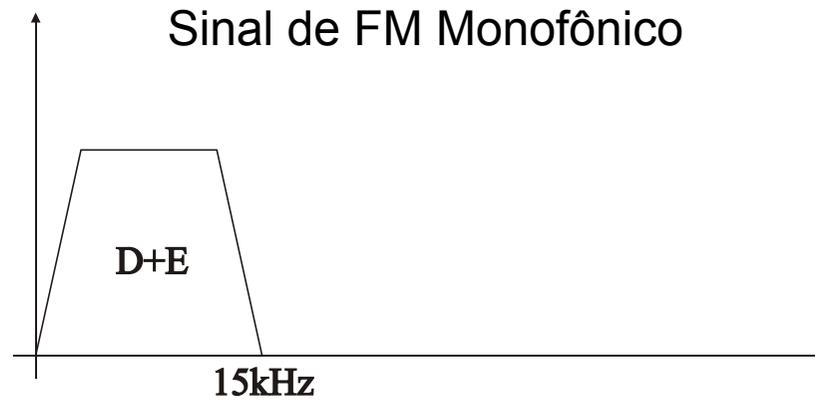
## Sinal Modulado



## Sinal Demodulado



## Sinal de FM Estéreo



## Rádio Super-heteródino

Frequência intermediária,  $FI=455\text{kHz}$

Sinal recebido na antena

$$v_{in}(t) = A(1 + mf(t))\cos(\omega_x t)$$

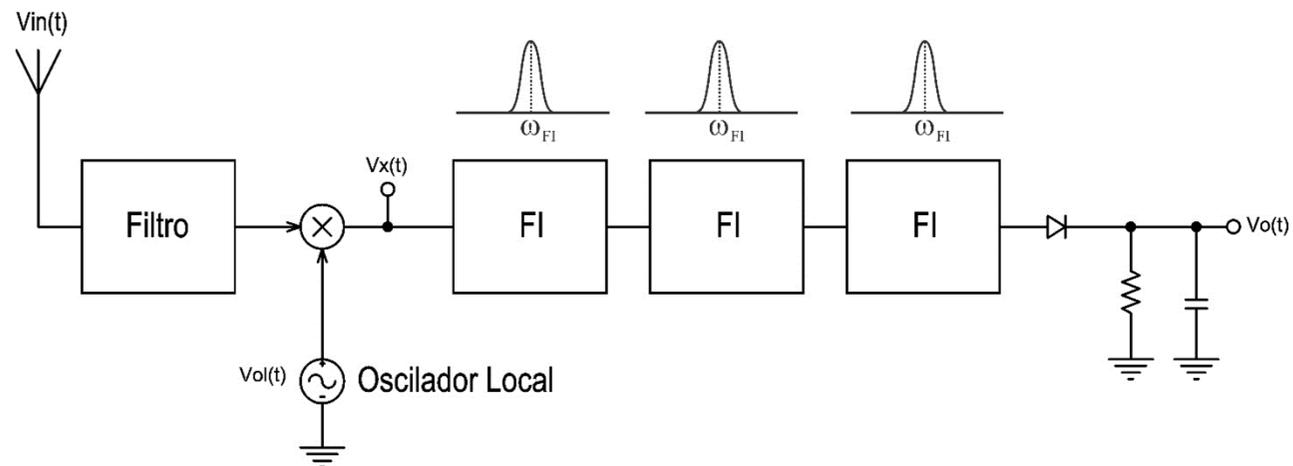
Sinal do oscilador local

$$v_{OL}(t) = A_{OL}\cos((\omega_x + \omega_{FI})t)$$

Sinal na saída do mixer

$$v_x(t) = AA_{OL}(1 + mf(t))\cos(\omega_x t)\cos((\omega_x + \omega_{FI})t)$$

$$v_x(t) = \frac{AA_{OL}}{2}(1 + mf(t))\cos(\omega_{FI}t) + \frac{AA_{OL}}{2}(1 + mf(t))\cos((2\omega_x + \omega_{FI})t)$$



# Modulação de Fase e Frequência

## Modulação de Fase – PM

A modulação de fase é obtida variando-se a fase de um sinal, com portadora  $\omega_0$ , proporcionalmente a um sinal modulador  $f(t)$

$$y(t) = A_C \cos(\omega_0 t + \phi(t))$$

$$\theta(t) = \omega_0 t + \phi(t)$$

$$\phi(t) = \Delta\phi f(t)$$

$\Delta\phi$  é o desvio de fase

$$0 \leq |\Delta\phi| \leq \pi$$

$$y(t) = A_C \cos(\omega_0 t + \Delta\phi f(t)) \rightarrow 0 \leq |\Delta\phi| \leq \pi$$

## Modulação de Frequência - FM

Este tipo de modulação é obtido pela variação da frequência do sinal portador proporcionalmente a um sinal  $f(t)$ .

$$y(t) = A_C \cos(\theta(t)) = A_C \cos(\omega_0 t + \phi(t))$$

$$\omega(t) = \frac{d\theta(t)}{dt} = \omega_0 + \frac{d\phi(t)}{dt}$$

$$\frac{d\phi(t)}{dt} = \Delta\omega f(t) \quad \Delta\omega \text{ é o desvio de frequência}$$

Condições para  $f(t)$       $\overline{f(t)} = 0$  e  $|f(t)| \leq 1$

$$\omega(t) = \omega_0 + \Delta\omega f(t)$$

$$\theta(t) = \omega_0 t + \Delta\omega \int_t f(\tau) d\tau$$

$$y(t) = A_C \cos\left(\omega_0 t + \Delta\omega \int_t f(\tau) d\tau\right)$$

## Análise do sinal de FM no domínio da frequência

$$f(t) = \cos(\omega_m t) \quad \omega(t) = \omega_0 + \Delta\omega f(t)$$

$$\theta(t) = \omega_0 t + \frac{\Delta\omega}{\omega_m} \sin(\omega_m t) = \omega_0 t + \beta \sin(\omega_m t)$$

$\beta = \Delta\omega/\omega_m$  é o índice de modulação

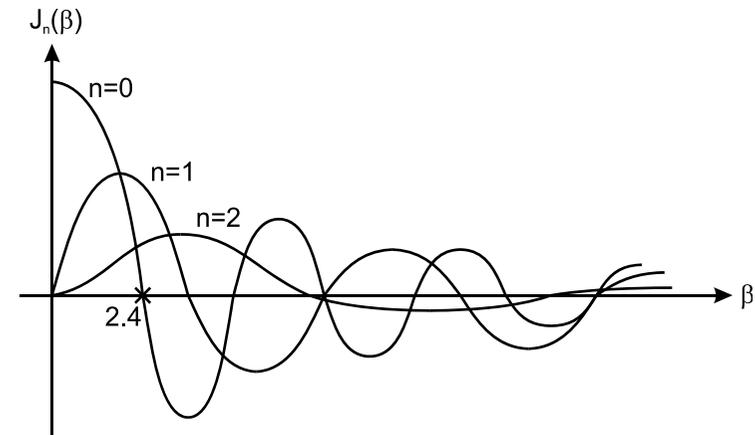
$$y(t) = A_C \cos(\omega_0 t + \beta \sin(\omega_m t))$$

$$y(t) = A_C \left[ \cos(\omega_0 t) \cos(\beta \sin(\omega_m t)) - \sin(\omega_0 t) \sin(\beta \sin(\omega_m t)) \right]$$

A série de Fourier de  $\cos(\beta \sin(\omega_m t))$  e  $\sin(\beta \sin(\omega_m t))$  é composta pelas funções de Bessel  $J_n(\beta)$ .

$$\cos(\beta \sin(\omega_m t)) = J_0(\beta) + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \left[ J_{2n}(\beta) \cos(2n\omega_m t) \right]$$

$$\sin(\beta \sin(\omega_m t)) = 2 \sum_{n=0}^{\infty} \left[ J_{2n+1}(\beta) \cos((2n+1)\omega_m t) \right]$$



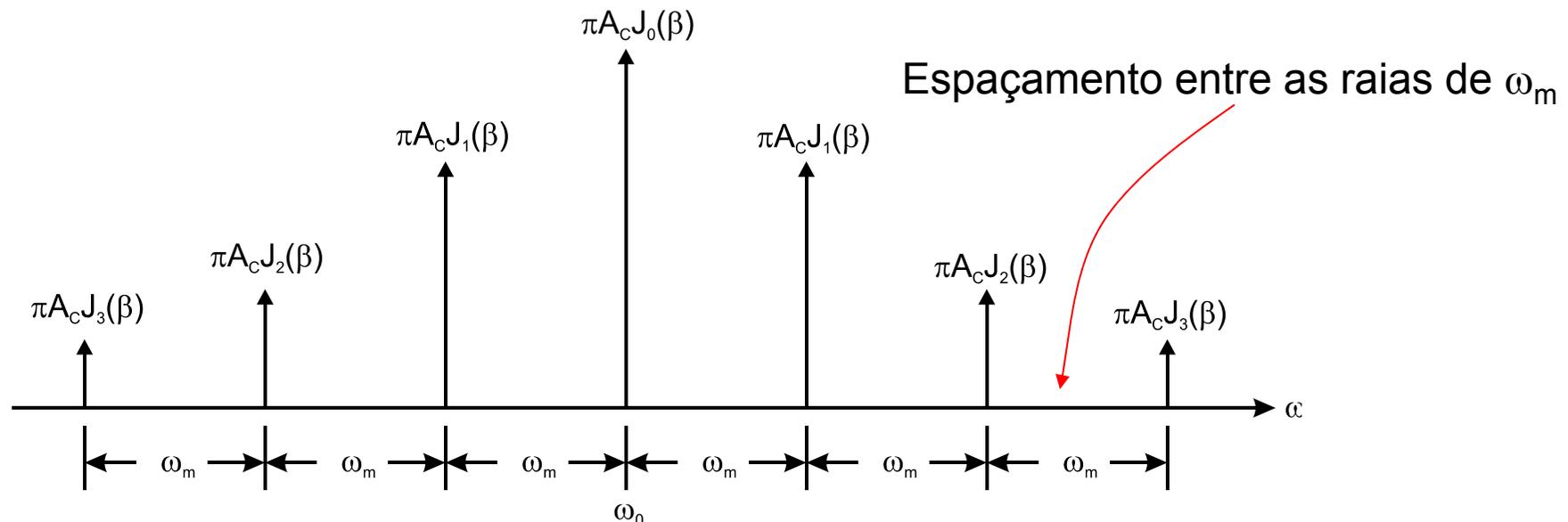
$$y(t) = A_C \left[ \cos(\omega_0 t) \cos(\beta \sin(\omega_m t)) - \sin(\omega_0 t) \sin(\beta \sin(\omega_m t)) \right]$$

$$y(t) = A_C \left[ J_0(\beta) \cos(\omega_0 t) + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \left[ J_{2n}(\beta) \cos(2n\omega_m t) \cos(\omega_0 t) \right] - 2 \sum_{n=0}^{\infty} \left[ J_{2n+1}(\beta) \cos((2n+1)\omega_m t) \sin(\omega_0 t) \right] \right]$$

Utilizando as transformações trigonométricas

$$\cos(a) \cos(b) = \frac{\cos(a+b) + \cos(b-a)}{2} \quad \cos(a) \sin(b) = \frac{\sin(a+b) + \sin(b-a)}{2}$$

$$y(t) = A_C J_0(\beta) \cos(\omega_0 t) + A_C \sum_{n=1}^{\infty} \left[ J_{2n}(\beta) \left( \cos((\omega_0 + 2n\omega_m)t) + \cos((\omega_0 - 2n\omega_m)t) \right) \right] \\ - A_C \sum_{n=0}^{\infty} \left[ J_{2n+1}(\beta) \left( \sin((\omega_0 + (2n+1)\omega_m)t) + \sin((\omega_0 - (2n+1)\omega_m)t) \right) \right]$$



## Banda do sinal de FM

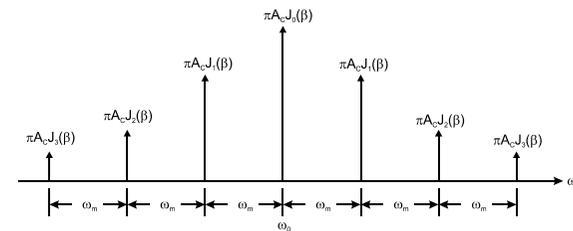
A largura de banda do sinal FM é a faixa que engloba todas as raias com módulo maior que 1% da portadora. Quando  $\beta \ll 1$  temos a largura de banda do sinal FM praticamente igual a do AM.

## Fórmula Empírica para Determinação da Largura de Banda

$W$  → é a máxima frequência do sinal modulador  $f(t)$

$\Delta\omega$  → é o desvio de frequência

$B_T$  → é a largura de banda



$$B_T = \begin{cases} D = \frac{\Delta\omega}{W} \\ 2(D+2)W; D > 2 \\ 2W; D \ll 1 \end{cases}$$

Exemplo:

$$\Delta\omega = 471.24 \cdot 10^3 \text{ rd/s} \rightarrow 75\text{kHz}$$

$$W = 94.25 \cdot 10^3 \text{ rd/s} \rightarrow 15\text{kHz}$$

$$D = 5$$

$$B_T = 1.32 \cdot 10^6 \text{ rd/s} \rightarrow 210\text{kHz}$$

## Apagamento de Portadora

Notamos que a amplitude da portadora é proporcional a  $J_0(\beta)$ , que é zero quando  $\beta=2.4$ . Os moduladores de FM são essencialmente osciladores controlados por tensão (VCO), e o primeiro apagamento de portadora pode ser usado para determinar a constante  $k_o$  do VCO.

$$\omega(t) = \omega_0 + \Delta\omega f(t) \longrightarrow v_{in}(t) = V_m \sin(\omega_m t) \longrightarrow \omega(t) = \omega_0 + k_o V_m \sin(\omega_m t)$$

$$\Delta\omega = k_o V_m$$

Variando  $V_m$  de zero até ocorrer o primeiro apagamento, temos:

$$\beta = \frac{\Delta\omega}{\omega_m} = \frac{k_o V_m}{\omega_m} = 2.4 \longrightarrow k_o = 2.4 \frac{\omega_m}{V_m}$$

## Modulador de Armstrong

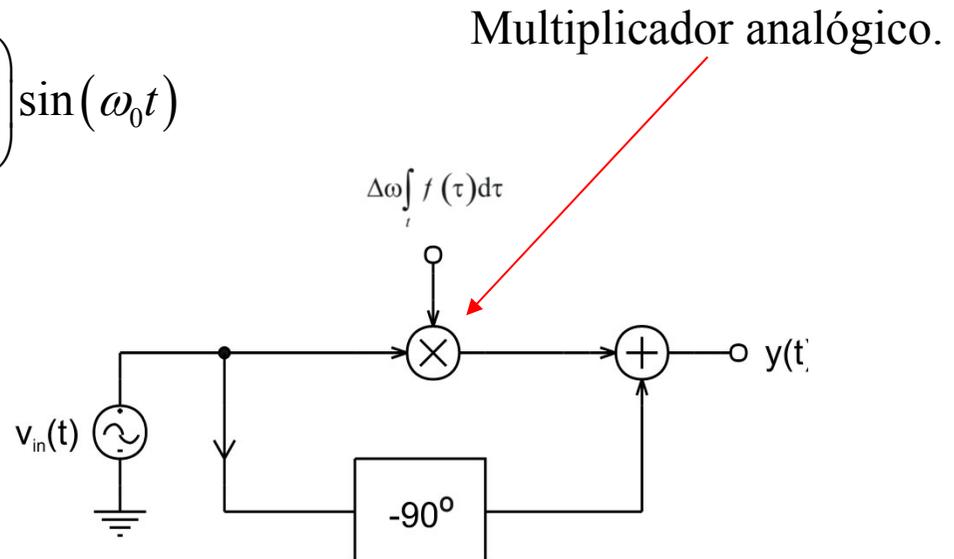
$$y(t) = A_C \cos\left(\omega_0 t + \Delta\omega \int_t f(\tau) d\tau\right)$$

$$y(t) = A_C \left[ \cos(\omega_0 t) \cos\left(\Delta\omega \int_t f(\tau) d\tau\right) - \sin(\omega_0 t) \sin\left(\Delta\omega \int_t f(\tau) d\tau\right) \right]$$

Escolhendo  $\Delta\omega$  tal que  $\left| \Delta\omega \int_t f(\tau) d\tau \right| \ll 1$

$$y(t) = A_C \cos(\omega_0 t) - A_C \left( \Delta\omega \int_t f(\tau) d\tau \right) \sin(\omega_0 t)$$

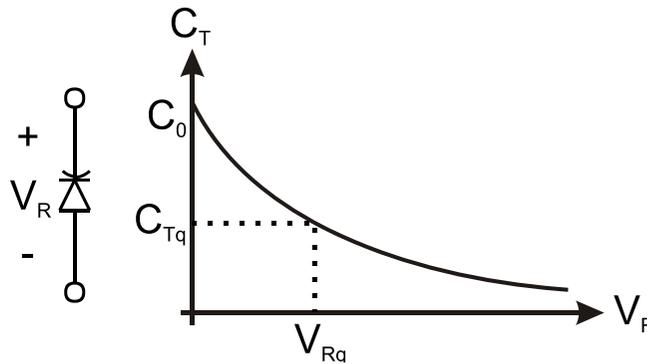
O modulador de Armstrong não é prático, pois possui baixo índice de modulação.



## Modulador com VCO - Voltage-Controlled-Oscillator

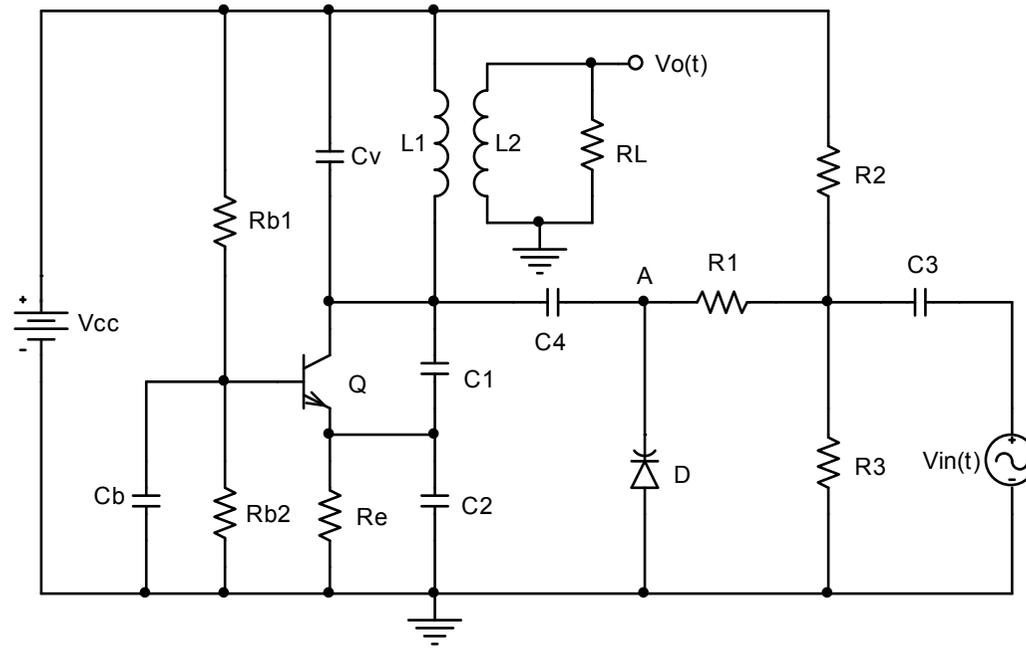
Este tipo de modulador baseia-se na variação controlada do valor de um componente do circuito, que afete diretamente a frequência de oscilação.

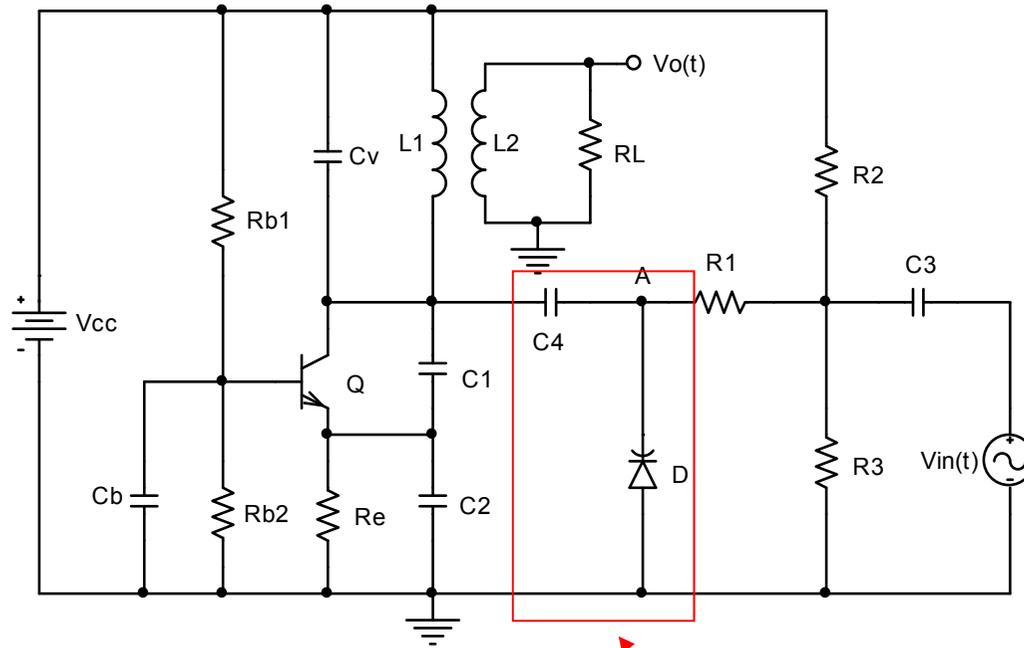
Diodo Varactor - utiliza a capacitância de depleção, que é dependente da tensão de polarização para modificar a frequência de oscilação de um oscilador.



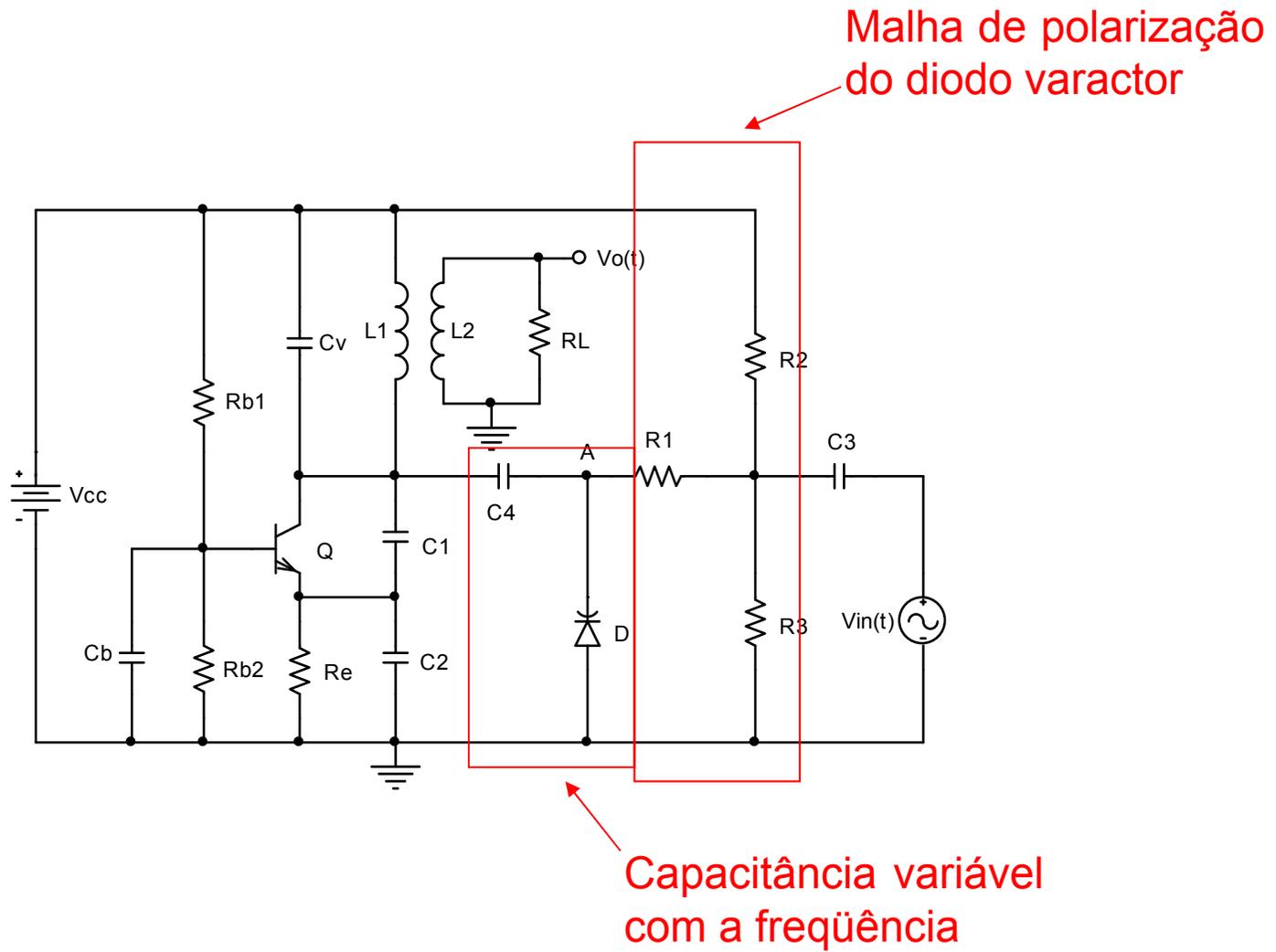
$$C_T = \frac{C_0}{\sqrt{1 + \frac{V_R}{V_T}}}$$

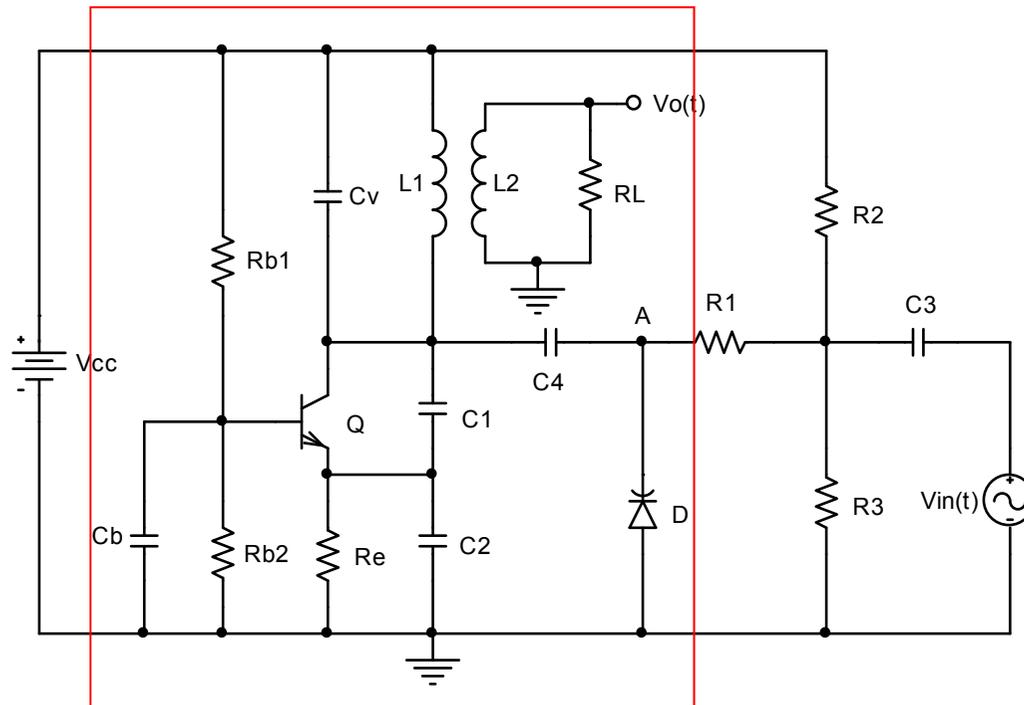
# Exemplo de Modulador com VCO co Oscilador Colpitts





Capacitância variável  
com a frequência





Oscilador Colpitts

## Frequência de oscilação

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{L_1 \left( C_V + \frac{C_1(C_2 + C_{b'e})}{C_1 + (C_2 + C_{b'e})} + \frac{C_4 C_T}{C_4 + C_T} \right)}}$$

## Tensão de polarização do varactor

$$V_{Rq} = \frac{R_3}{R_2 + R_3} V_{CC}$$

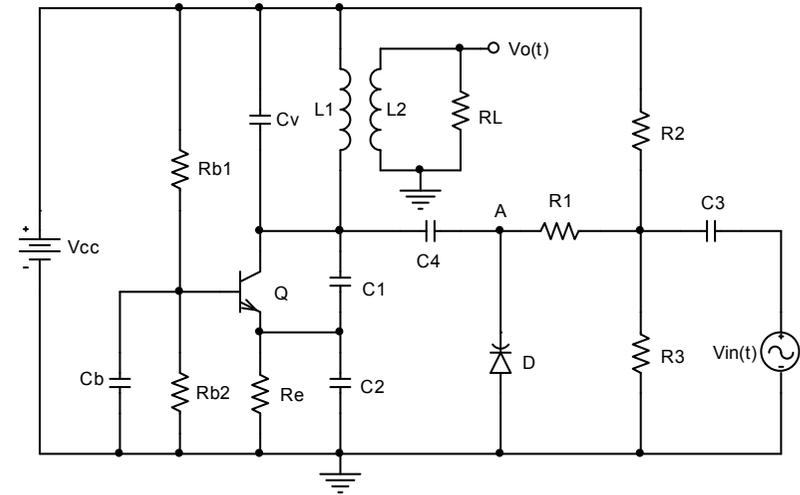
## Tensão total no varactor

$$V_R = V_{Rq} + v_{in}(t)$$

$$C_T \leftarrow C_T(V_R)$$

## Variação da frequência em função da tensão no varactor

$$\Delta\omega_0 = \frac{d\omega_0}{dV_R} \Delta V_R = \frac{C_0 C_4^2 L_1^{-\frac{1}{2}} C_{eq}^{-\frac{3}{2}} \left( 1 + \frac{V_{Rq}}{V_T} \right)^{-\frac{3}{2}}}{2(C_4 + C_{Tq})^2 V_T} \Delta V_R$$

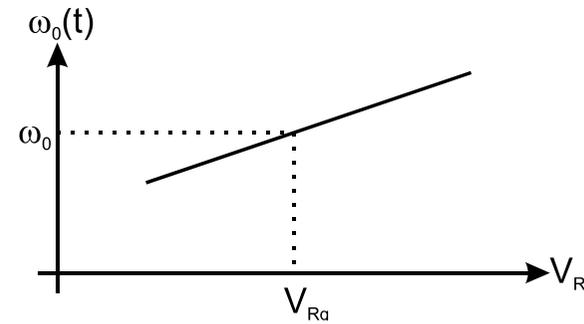


$$C_{eq} = C_V + \frac{C_1(C_2 + C_{b'e})}{C_1 + (C_2 + C_{b'e})} + \frac{C_4 C_{Tq}}{C_4 + C_{Tq}}$$

$$\Delta V_R = v_{in}(t)$$

$$|v_{in}(t)| \ll V_{Rq}$$

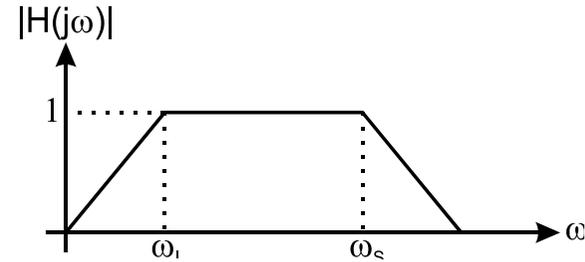
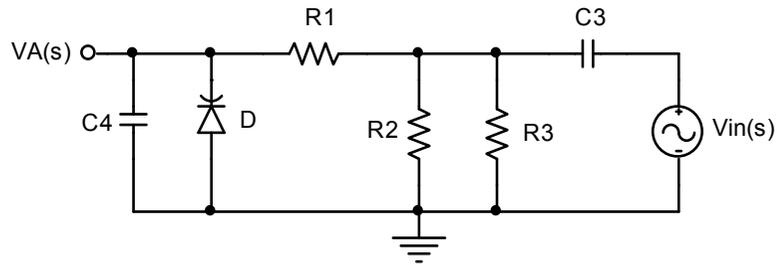
$$\Delta\omega_0 = \frac{C_0 C_4^2 L_1^{-\frac{1}{2}} C_{eq}^{-\frac{3}{2}} \left(1 + \frac{V_{Rq}}{V_T}\right)^{-\frac{3}{2}}}{2(C_4 + C_{Tq})^2 V_T} v_{in}(t)$$



$$v_{in}(t) = V_m f(t)$$

$$\omega(t) = \omega_0 + \frac{V_m C_0 C_4^2 L_1^{-\frac{1}{2}} C_{eq}^{-\frac{3}{2}} \left(1 + \frac{V_{Rq}}{V_T}\right)^{-\frac{3}{2}}}{2(C_4 + C_{Tq})^2 V_T} f(t) \rightarrow \omega(t) = \omega_0 + \Delta\omega f(t)$$

## Dimensionamento de $R_1$ e $C_3$



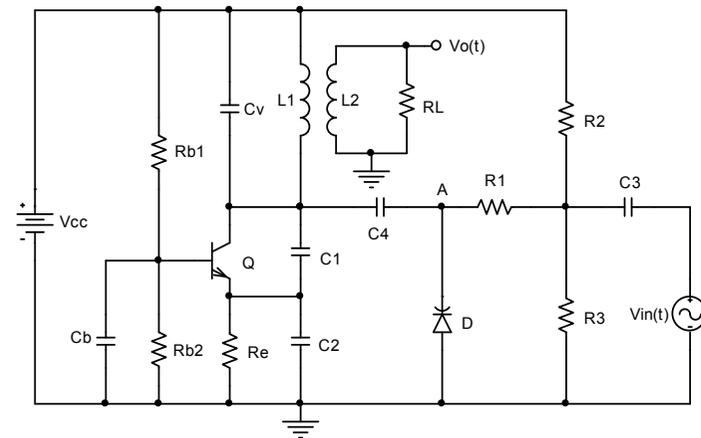
$$H(s) = \frac{V_A(s)}{V_{in}(s)} = \frac{sC_3R_2 // R_3}{(sC_3R_2 // R_3 + 1)(s(C_{Tq} + C_4)R_1 + 1)}$$

$$\omega_l < \omega_{min}$$

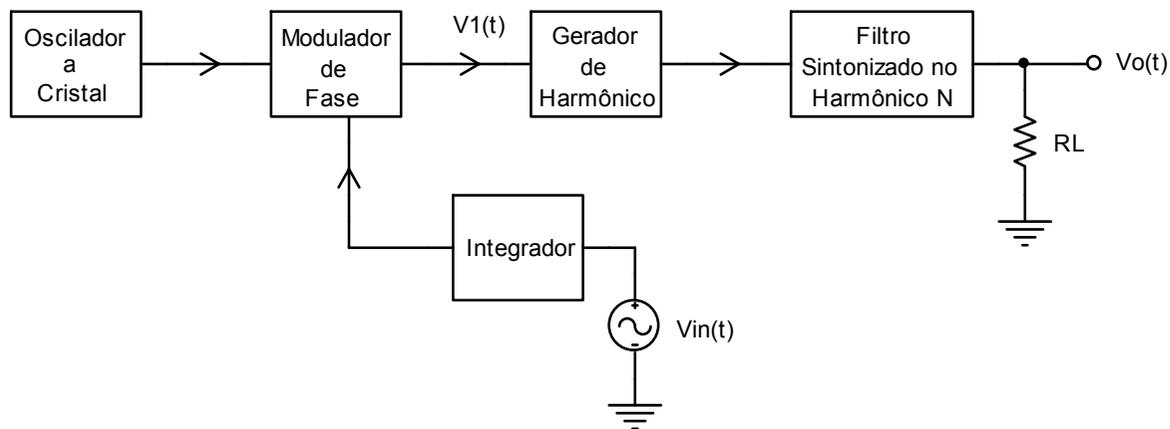
$$\omega_s > \omega_m$$

$$\omega_l = \frac{1}{C_3R_2 // R_3} \rightarrow C_3 = \frac{1}{\omega_l R_2 // R_3}$$

$$\omega_s = \frac{1}{(C_{Tq} + C_4)R_1} \rightarrow R_1 = \frac{1}{\omega_s (C_{Tq} + C_4)}$$



## Modulador de FM com Frequência Estabilizada por Cristal



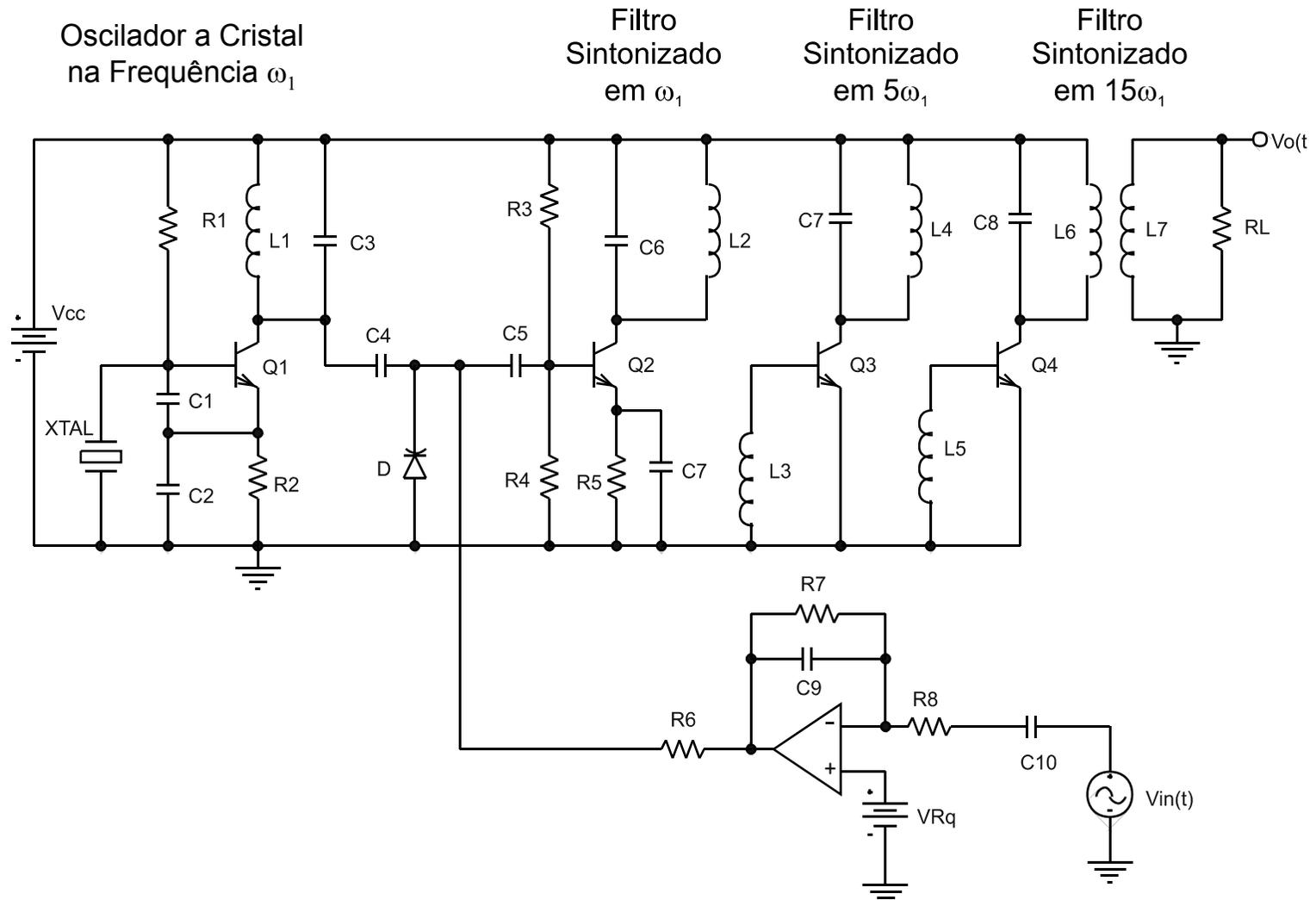
$$\theta(t) = \omega_1 t + \Delta\omega_1 \int_t f(\tau) d\tau \rightarrow \frac{d\theta(t)}{dt} = \omega(t) = \omega_1 + \Delta\omega_1 f(t)$$

$$v_1(t) = V_1 \cos\left(\omega_1 t + \Delta\omega_1 \int_t f(\tau) d\tau\right)$$

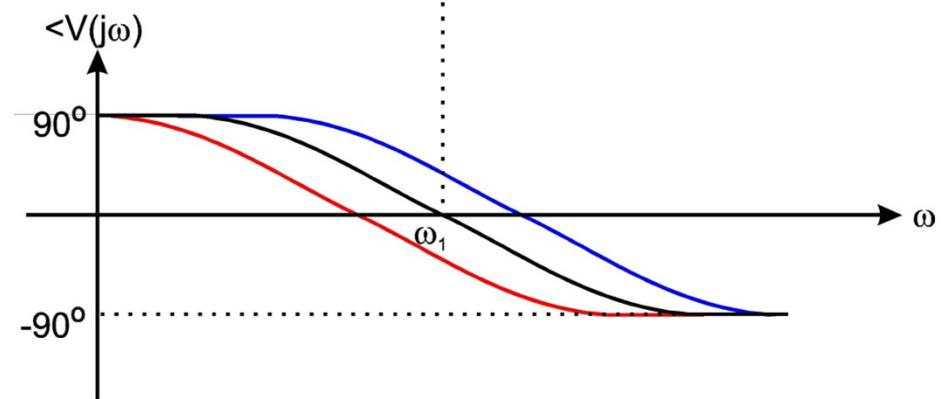
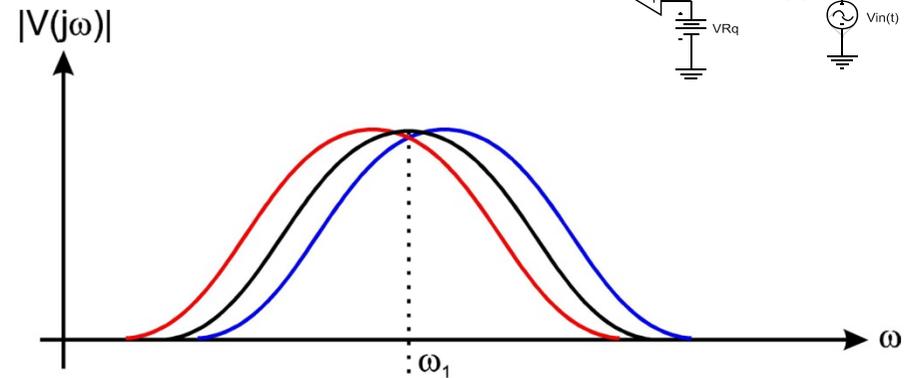
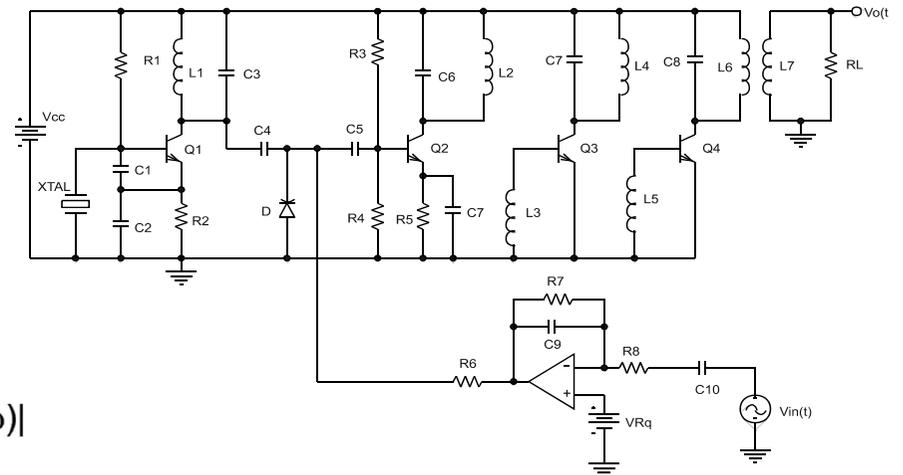
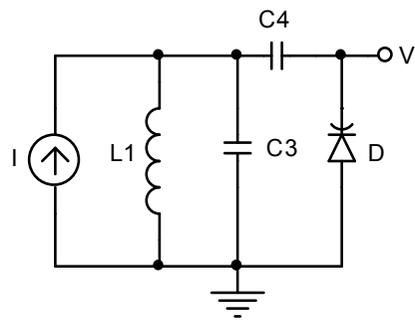
$$v_0(t) = V_0 \cos\left(N\omega_1 t + N\Delta\omega_1 \int_t f(\tau) d\tau\right) \rightarrow v_0(t) = V_0 \cos\left(\omega_0 t + \Delta\omega \int_t f(\tau) d\tau\right)$$

$$\omega_0 = N\omega_1 \quad \Delta\omega = N\Delta\omega_1$$

# Exemplo de Modulador com Freqüência Estabilizada por Cristal



## Modulador de fase



# Demodulação de FM

A demodulação do sinal de FM pode ser realizada pela derivada no tempo e fazendo a detecção de envoltória do sinal resultante.

$$y(t) = A_C \cos \left( \omega_0 t + \Delta \omega \int_t f(\tau) d\tau \right)$$

$$\frac{dy(t)}{dt} = -A_C (\omega_0 + \Delta \omega f(t)) \sin \left( \omega_0 t + \Delta \omega \int_t f(\tau) d\tau \right)$$

$$\frac{dy(t)}{dt} = \boxed{-A_C (\omega_0 + \Delta \omega f(t))} \sin \left( \omega_0 t + \Delta \omega \int_t f(\tau) d\tau \right)$$

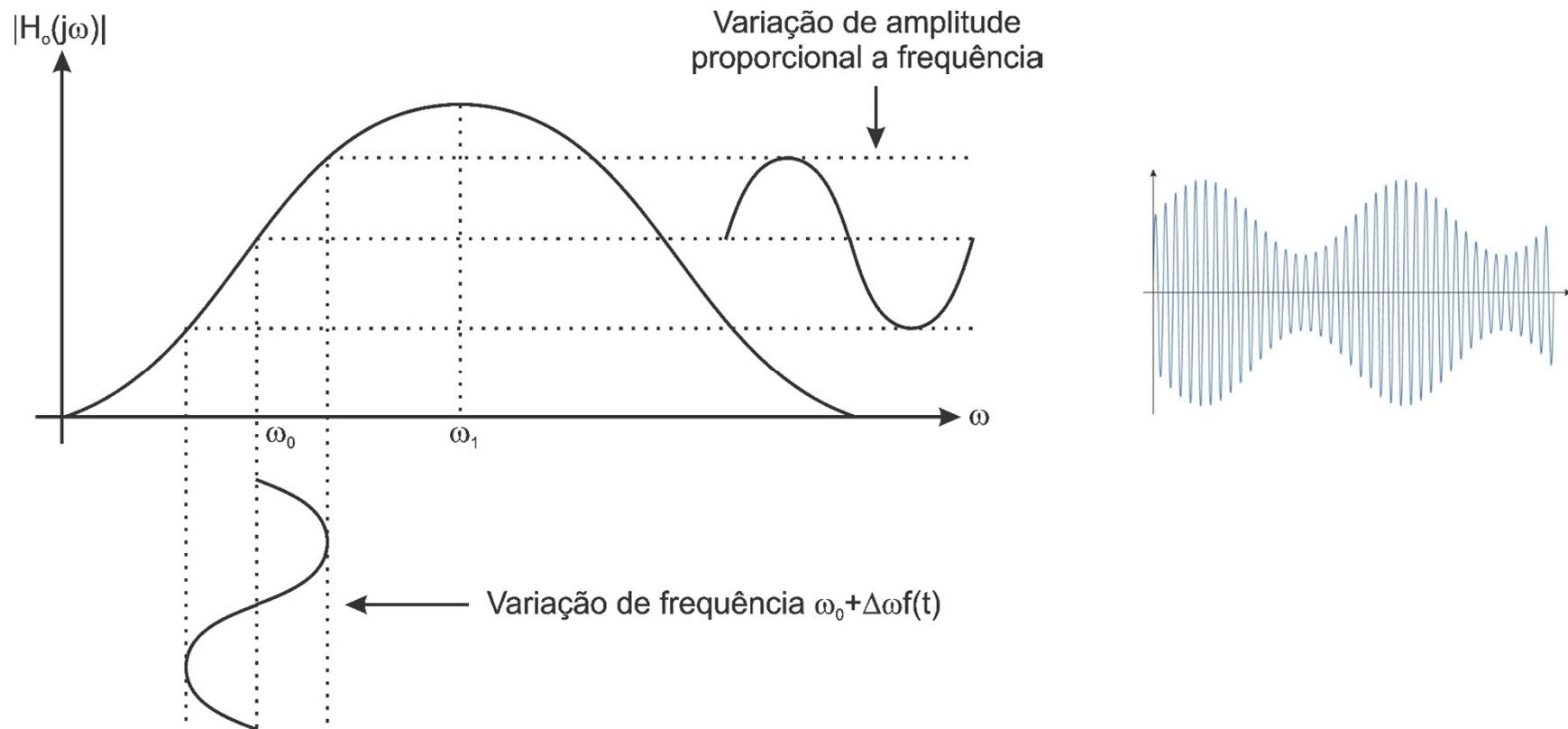
Sinal demodulado  
envoltória

Portadora

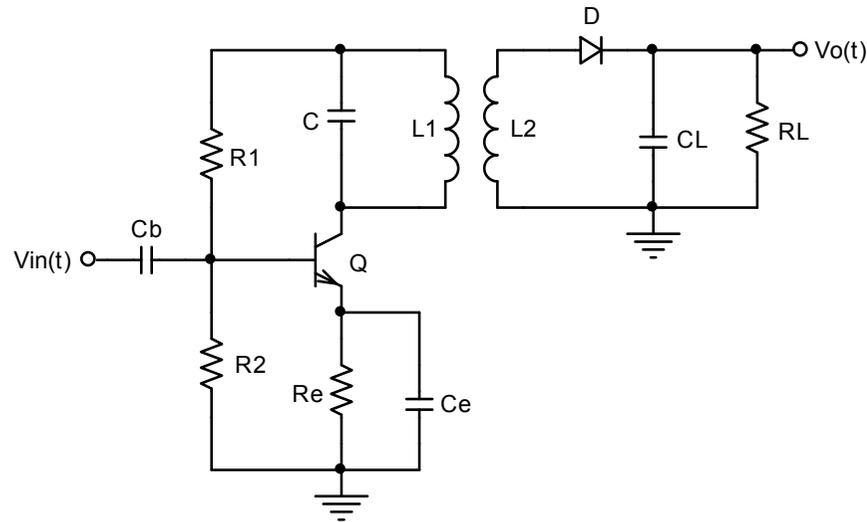
$$\frac{dy(t)}{dt} = -A_C \omega_0 \left( 1 + \frac{\Delta \omega}{\omega_0} f(t) \right) \sin \left( \omega_0 t + \Delta \omega \int_t f(\tau) d\tau \right)$$

# Demodulador de FM no Domínio da Frequência

Um amplificador sintonizado com frequência de sintonia diferente da portadora funciona como diferenciador.



## Exemplo de Demodulador FM no Domínio da Frequência



O amplificador sintonizado, com frequência de sintonia diferente da portadora, converte o sinal modulado em FM num sinal AM com portadora. O demodulador AM por detecção de pico de envoltória recupera o sinal modulador.

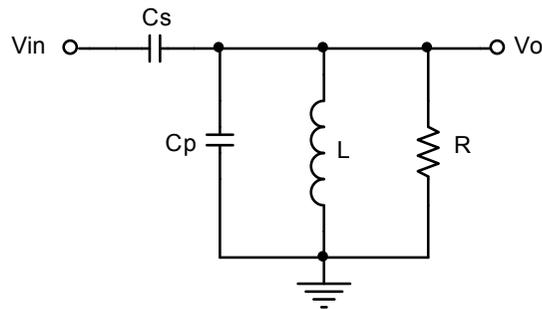
## Demodulador de FM com Detector de Quadratura

Neste tipo de demodulador, a operação de diferenciação é realizada por aproximação.

$$f'(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(x - \Delta x)}{\Delta x} \cong \frac{f(x) - f(x - \Delta x)}{\Delta x}$$

$$f(x) - f(x - \Delta x) \cong f'(x) \Delta x$$

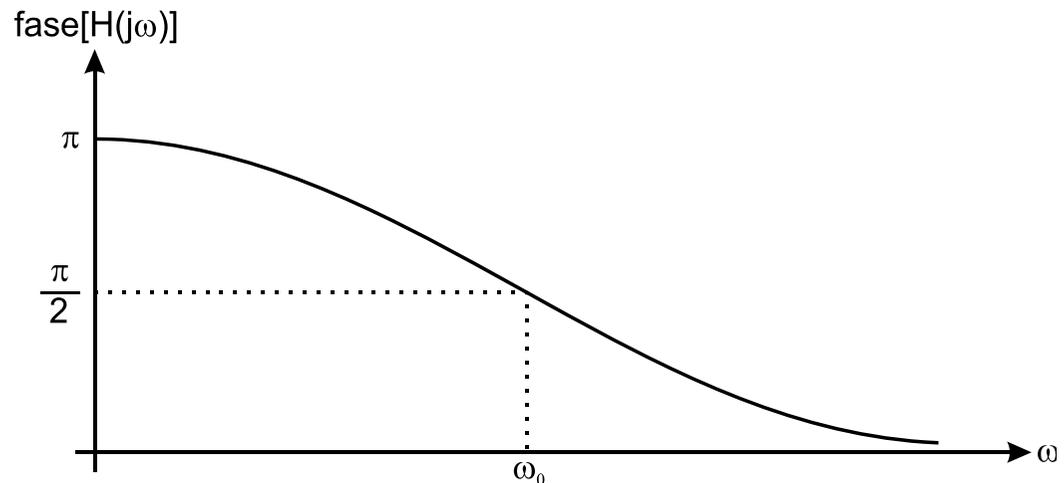
O elemento chave deste demodulador é a rede de atraso no tempo.



$$H(s) = \frac{V_o(s)}{V_{in}(s)} = \frac{\left(\frac{C_S}{C_S + C_P}\right) s^2}{s^2 + \frac{\omega_0}{Q} s + \omega_0^2} \rightarrow \begin{cases} \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{L(C_P + C_S)}} \\ Q = \omega_0 R (C_P + C_S) \end{cases}$$

$$H(j\omega) = \frac{-\left(\frac{C_S}{C_S + C_P}\right)\omega^2}{(\omega_0^2 - \omega^2) + j\frac{\omega_0}{Q}\omega}$$

$$\angle H(j\omega) = \pi - \tan^{-1}\left(\frac{\omega_0}{Q} \frac{\omega}{(\omega_0^2 - \omega^2)}\right)$$



Considerando a região próxima a  $\omega_0$ , a linearização da fase em torno de  $\omega_0$  é:

$$\angle H(j\omega) = \frac{\pi}{2} - \frac{2Q}{\omega_0}(\omega - \omega_0) = \frac{\pi}{2} + 2Q - \frac{2Q}{\omega_0}\omega$$

Considerando  $|H(j\omega_0)| \approx |H(j\omega)|$ , a função de transferência na forma polar é:

$$H(j\omega) = |H(j\omega_0)| e^{j\left(\frac{\pi}{2} + 2Q\right)} e^{-j\frac{2Q}{\omega_0}\omega} \rightarrow V_0(j\omega) = |H(j\omega_0)| e^{j\left(\frac{\pi}{2} + 2Q\right)} e^{-j\frac{2Q}{\omega_0}\omega} V_{in}(j\omega)$$

$$\text{Fase} \rightarrow \left(\frac{\pi}{2} + 2Q\right)$$

$$\text{Atraso no tempo} \rightarrow \frac{2Q}{\omega_0}$$

$$v_{in}(t) = A_C \cos(\omega_0 t + \phi(t))$$

$$\phi(t) = \Delta\omega \int_t f(\tau) d\tau$$

$$|H(j\omega_0)| = QC_S / (C_S + C_P)$$

$$H(j\omega) = \frac{-\left(\frac{C_S}{C_S + C_P}\right)\omega^2}{(\omega_0^2 - \omega^2) + j\frac{\omega_0}{Q}\omega}$$

$$\angle H(j\omega) = \frac{\pi}{2} - \frac{2Q}{\omega_0}(\omega - \omega_0) = \frac{\pi}{2} + 2Q - \frac{2Q}{\omega_0}\omega$$

$$v_0(t) = \frac{A_C QC_S}{C_S + C_P} \cos\left(\omega_0\left(t - \frac{2Q}{\omega_0}\right) + \frac{\pi}{2} + 2Q + \phi\left(t - \frac{2Q}{\omega_0}\right)\right)$$

$$v_0(t) = -\frac{A_C QC_S}{C_S + C_P} \sin\left(\omega_0 t + \phi\left(t - \frac{2Q}{\omega_0}\right)\right) = -\frac{A_C QC_S}{C_S + C_P} \sin(\omega_0 t + \phi(t - \Delta t))$$

A demodulação é realizada pela multiplicação  $v_0(t) \times v_{in}(t)$

$$v_{dem}(t) = -\frac{A_C^2 QC_S}{C_S + C_P} \cos(\omega_0 t + \phi(t)) \sin(\omega_0 t + \phi(t - \Delta t)) \quad \cos(a)\sin(b) = \frac{-\sin(a-b) + \sin(a+b)}{2}$$

$$v_{dem}(t) = \frac{A_C^2 QC_S}{2(C_S + C_P)} \sin(\phi(t) - \phi(t - \Delta t)) - \frac{A_C^2 QC_S}{2(C_S + C_P)} \sin(2\omega_0 t + \phi(t - \Delta t) + \phi(t))$$

Após a filtragem passa baixas, para eliminar os termos de frequência alta

$$v_{dem}(t) = \frac{A_C^2 Q C_S}{2(C_S + C_P)} \sin(\phi(t) - \phi(t - \Delta t))$$

$$\phi(t) - \phi(t - \Delta t) \cong \Delta t \phi'(t)$$

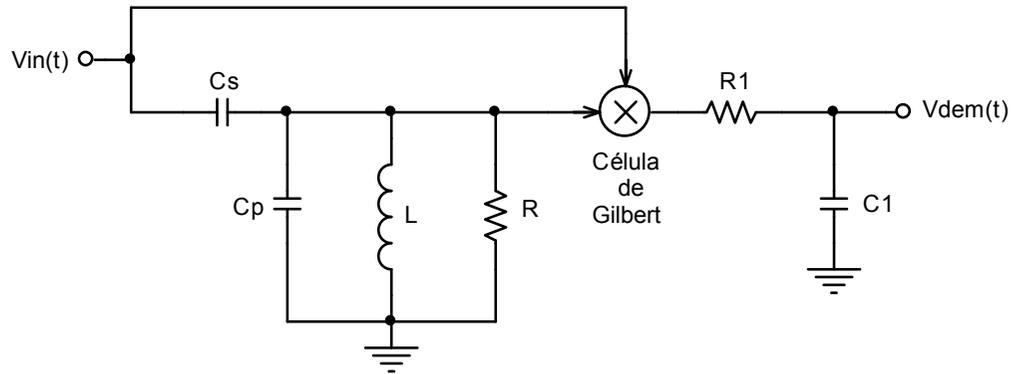
$$v_{dem}(t) = \frac{A_C^2 Q C_S}{2(C_S + C_P)} \sin(\Delta t \phi'(t)) = \frac{A_C^2 Q C_S}{2(C_S + C_P)} \sin(\Delta t \Delta \omega f(t))$$

$$\Delta t = 2Q/\omega_0 \rightarrow v_{dem}(t) = \frac{A_C^2 Q C_S}{2(C_S + C_P)} \sin\left(\frac{2Q\Delta\omega}{\omega_0} f(t)\right)$$

$$2Q\Delta\omega/\omega_0 \ll 1$$

$$v_{dem}(t) = \frac{A_C^2 Q^2 C_S \Delta\omega}{(C_S + C_P) \omega_0} f(t)$$

## Exemplo de Demodulador



$$\omega_m < \frac{1}{R_1 C_1} \ll 2\omega_0$$

$$\omega_0 = 67.23 \cdot 10^6 \text{ rd/s} \rightarrow 10.7 \text{ MHz}$$

$$\Delta\omega = 471.24 \cdot 10^3 \text{ rd/s} \rightarrow 75 \text{ kHz}$$

$$\text{Largura de faixa} = 1.25 \cdot 10^6 \text{ rd/s} \rightarrow 200 \text{ kHz}$$

$$\frac{2Q\Delta\omega}{\omega_0} \ll 1 \rightarrow Q \ll 71.3$$

$$|H(j\omega)| \cong |H(j\omega_0)| \rightarrow Q < \frac{\omega_0}{\text{Largura de Banda}} \rightarrow Q < 53.5 \rightarrow Q = 20$$

$$v_{dem}(t) = \frac{A_C^2 Q^2 C_S \Delta \omega}{(C_S + C_P) \omega_0} f(t)$$

$$\frac{C_S}{C_S + C_P} = \frac{1}{Q}$$

$$v_{dem}(t) = 0.14 A_C^2 f(t)$$

$$2Q\Delta\omega/\omega_0 = 0.28 \ll 1$$

## Interferência no Sinal de FM e PM

Sinal de portadora na frequência  $\omega_0 \rightarrow v_C(t) = A_C \cos(\omega_0 t)$

Sinal de interferência na frequência  $\omega_0 + \omega_i \rightarrow v_i(t) = A_i \cos((\omega_0 + \omega_i)t + \phi_i)$

Sinal recebido pelo demodulador  $\rightarrow v(t) = A_C \cos(\omega_0 t) + A_i \cos((\omega_0 + \omega_i)t + \phi_i)$

$$\cos(\theta) = \Re(e^{j\theta}) = \Re(\cos(\theta) + j\sin(\theta))$$

$$v(t) = \Re\left(A_C e^{j\omega_0 t} + A_i e^{j(\omega_0 + \omega_i)t + j\phi_i}\right)$$

$$\hat{v}(t) = A_C e^{j\omega_0 t} + A_i e^{j(\omega_0 + \omega_i)t + j\phi_i}$$

$$\boxed{v(t) = \Re(\hat{v}(t))}$$

$$\hat{v}(t) = A_C \left(1 + \frac{A_i}{A_C} e^{j\omega_i t + j\phi_i}\right) e^{j\omega_0 t}$$

$$\rho = \frac{A_i}{A_C}$$

$$\hat{v}(t) = A_C (1 + \rho e^{j\omega_i t + j\phi_i}) e^{j\omega_0 t}$$

$$\hat{v}(t) = A_C (1 + \rho \cos(\omega_i t + \phi_i) + j\rho \sin(\omega_i t + \phi_i)) e^{j\omega_0 t}$$

$$\hat{v}(t) = A_V(t) e^{j\phi_V(t)} e^{j\omega_0 t}$$

$$A_V(t) = A_C \sqrt{1 + \rho^2 + 2\rho \cos(\omega_i t + \phi_i)}$$

$$\phi_V(t) = \tan^{-1}\left(\frac{\rho \sin(\omega_i t + \phi_i)}{1 + \rho \cos(\omega_i t + \phi_i)}\right)$$

$$\rho \ll 1$$

$$\phi_V(t) = \tan^{-1} \left( \frac{\rho \sin(\omega_i t + \phi_i)}{1 + \rho \cos(\omega_i t + \phi_i)} \right) \cong \rho \sin(\omega_i t + \phi_i)$$

$$A_V(t) = A_C \sqrt{1 + \rho^2 + 2\rho \cos(\omega_i t + \phi_i)} \cong A_C$$

$$\hat{v}(t) = A_V(t) e^{j\phi_V(t)} e^{j\omega_0 t}$$

$$\hat{v}(t) \cong A_C e^{j\omega_0 t + j\rho \sin(\omega_i t + \phi_i)}$$

$$v(t) = \Re(\hat{v}(t)) = \Re(A_C e^{j\omega_0 t + j\rho \sin(\omega_i t + \phi_i)}) = A_C \cos(\omega_0 t + \rho \sin(\omega_i t + \phi_i))$$

$$\boxed{v(t) \cong A_C \cos(\omega_0 t + \rho \sin(\omega_i t + \phi_i))}$$

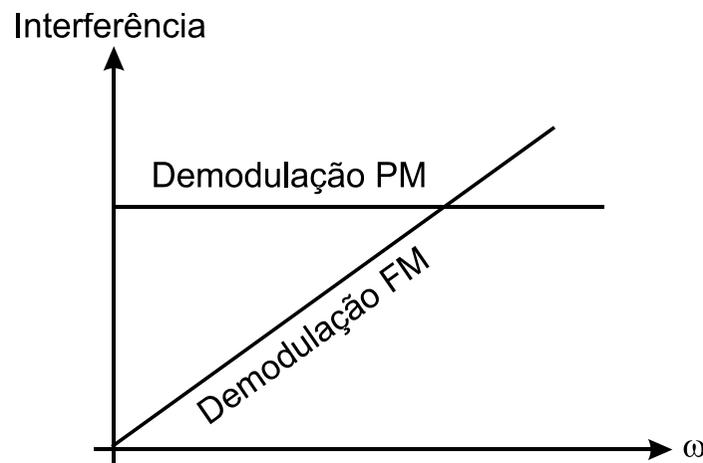
$$v(t) \cong A_C \cos(\omega_0 t + \rho \sin(\omega_i t + \phi_i))$$

Para o demodulador de fase (PM)  $\rightarrow v_o(t) = \rho \sin(\omega_i t + \phi_i)$

A amplitude do ruído é constante na frequência e a relação sinal-ruído também é constante.

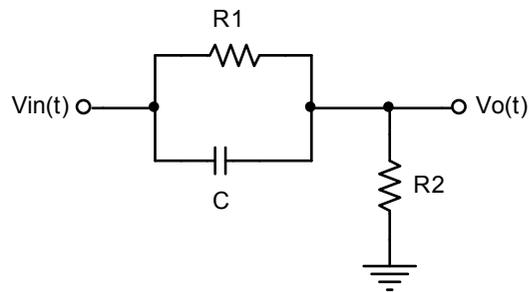
Para o demodulador de frequência (FM)  $\rightarrow v_o(t) = \frac{d(\rho \sin(\omega_i t + \phi_i))}{dt} = \rho \omega_i \cos(\omega_i t + \phi_i)$

A amplitude do ruído aumenta com frequência e a relação sinal-ruído não é constante.



## Circuito de Pré-Ênfase

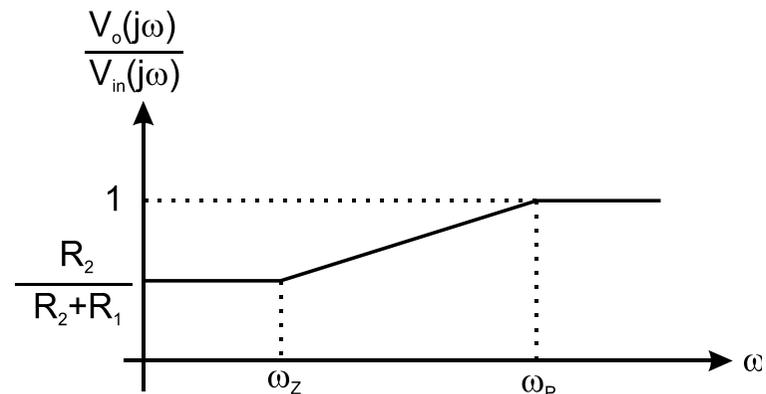
O objetivo é dar ênfase ao sinal modulador, antes da modulação de FM, para manter a relação sinal-ruído constante na frequência.



$$\frac{V_o(s)}{V_{in}(s)} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \frac{s\tau_Z + 1}{s\tau_P + 1}$$

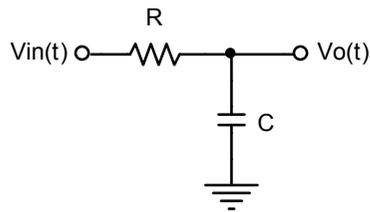
$$\tau_Z = \frac{1}{\omega_Z} = R_1 C = 75 \mu s \rightarrow \text{Padrão}$$

$$\tau_P = \frac{1}{\omega_P} = \frac{R_1 R_2 C}{R_1 + R_2} \rightarrow \omega_P \text{ deve ser escolhida acima da frequência de áudio}$$

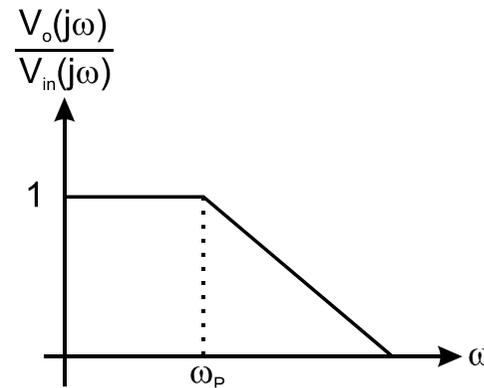


## Circuito de De-Ênfase

O objetivo é aplicar a curva inversa da pré-ênfase ao sinal demodulado e ao ruído, eliminando a distorção na frequência e mantendo constante a relação sinal-ruído.



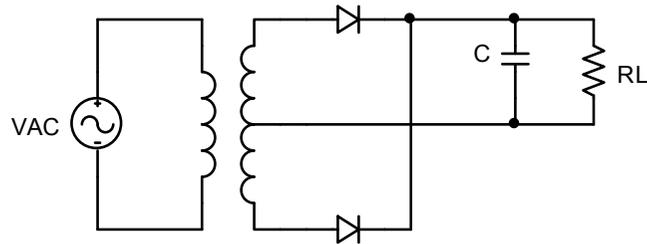
$$\frac{V_o(s)}{V_{in}(s)} = \frac{1}{s\tau_P + 1}$$



$$\tau_P = \frac{1}{\omega_P} = RC = 75\mu s$$

# Fontes Chaveadas

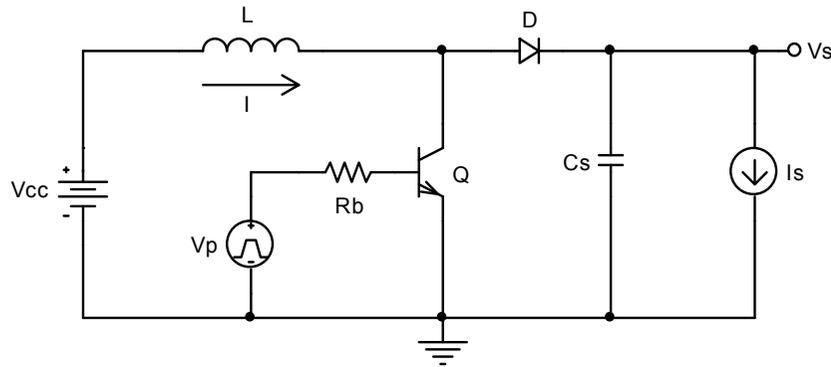
As fontes de tensão convencionais Baseiam-se na retificação do sinal AC da rede elétrica, com subsequente filtragem por capacitor.



$$V_r = \frac{V_{pico}}{2fCR_L}$$

Como a frequência  $f$  da rede elétrica é 60Hz, para circuitos de potência ( $R_L$  baixo), com  $V_r$  pequeno, temos capacitores de filtragem muito grandes, na ordem de mF. Isto aumenta o tamanho da fonte e consequentemente o custo. Outro aspecto importante é o tamanho do transformador. Para manter a corrente de magnetização pequena, os transformadores são muito grandes, quando usamos frequências baixas. Isto também contribui para o aumento do custo da fonte. É desejável também, nos circuitos modernos, que as fontes de alimentação não ocupem muito espaço e sejam leves. As fontes chaveadas solucionam estes problemas operando em frequência muito mais alta.

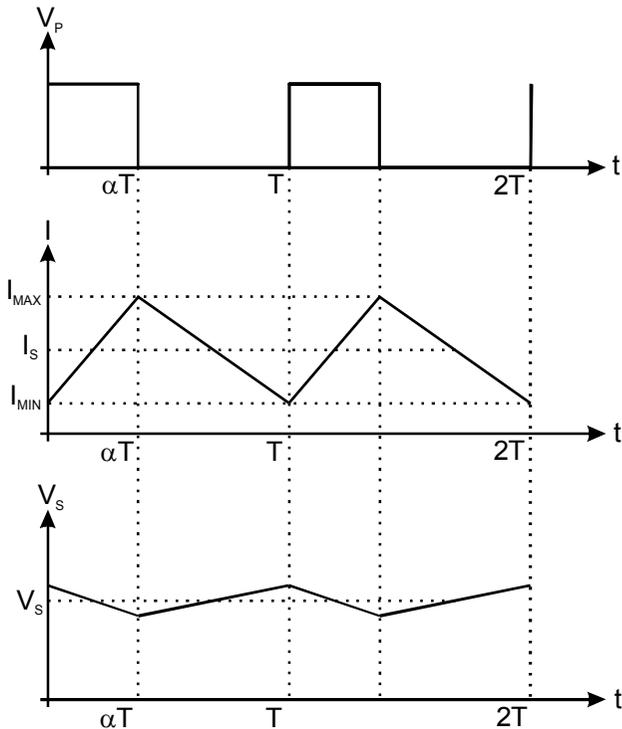
# Conversor Boost



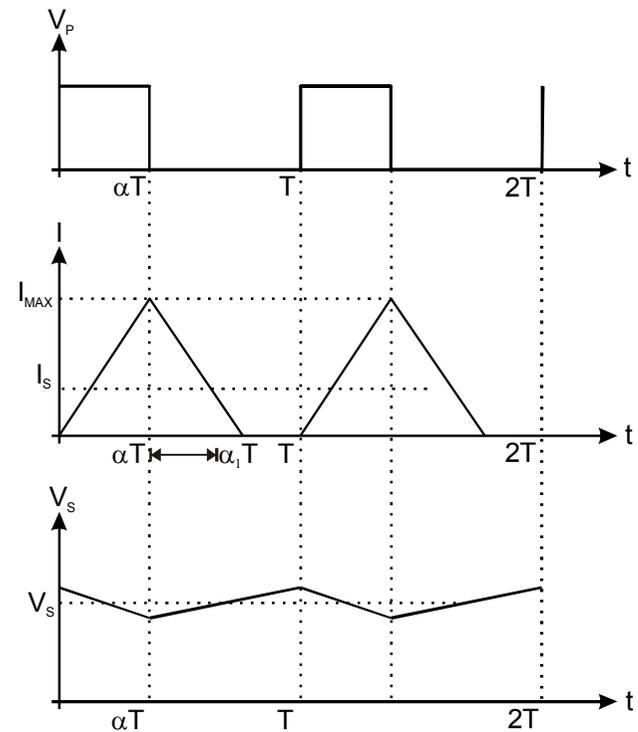
O conversor boost atua como elevador de tensão.

A fonte de corrente  $I_s$  representa uma carga.

## Operação em Modo Contínuo



## Operação em Modo Descontínuo



## Operação em modo contínuo

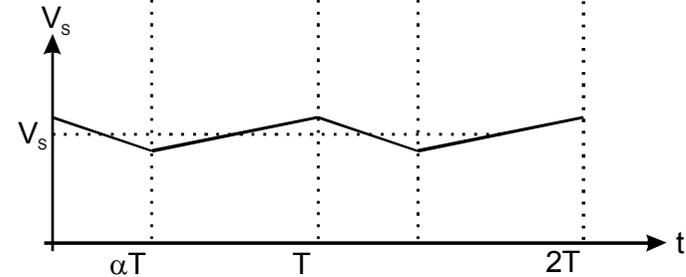
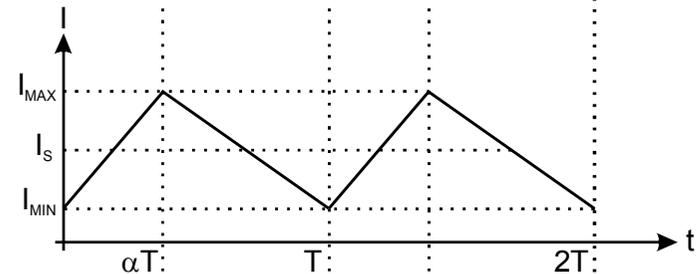
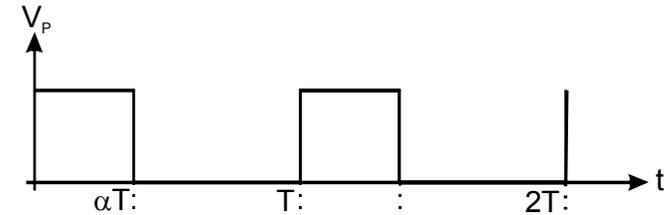
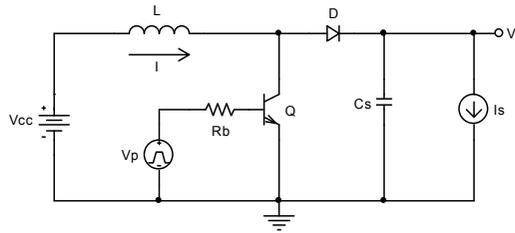
### Carga do indutor

$$\Delta I = I_{MAX} - I_{MIN}$$

$$\Delta V = V_{CC} - V_T$$

$$\Delta V = \frac{\Delta I}{\Delta T} L$$

$$V_{CC} - V_T = \frac{(I_{MAX} - I_{MIN})}{\alpha T} L$$



### Descarga do indutor

$$\Delta I = -(I_{MAX} - I_{MIN})$$

$$\Delta V = V_{CC} - V_d - V_s$$

$$V_{CC} - V_d - V_s = \frac{-(I_{MAX} - I_{MIN})}{(1 - \alpha)T} L$$

$$V_s = \frac{V_{CC}}{1 - \alpha} - \frac{V_T \alpha}{1 - \alpha} - V_d$$

$$I_{MAX} - I_{MIN} = \frac{(V_{CC} - V_T) \alpha T}{L}$$

## Operação em modo descontínuo

### Carga do indutor

$$\Delta I = I_{MAX}$$

$$\Delta V = V_{CC} - V_T$$

$$\Delta V = \frac{\Delta I}{\Delta T} L$$

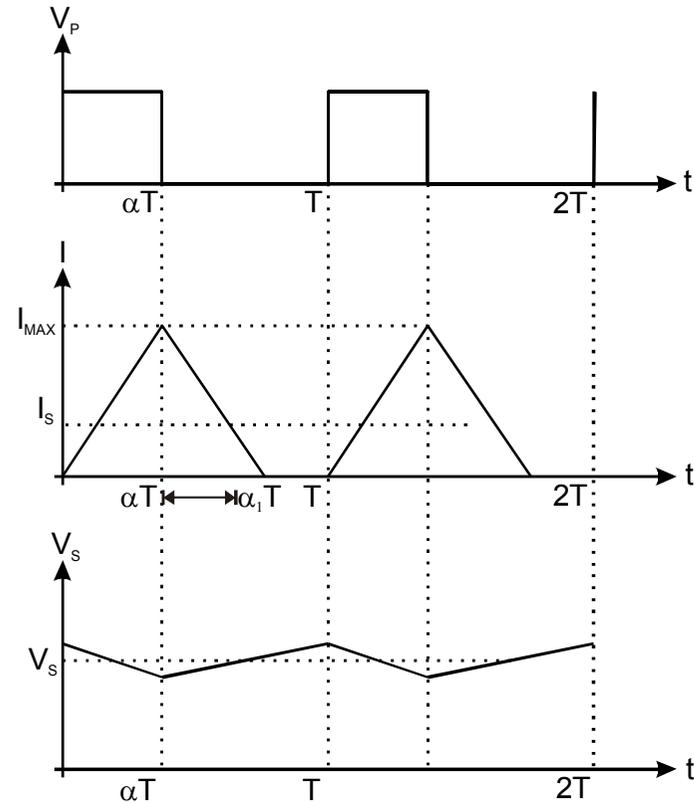
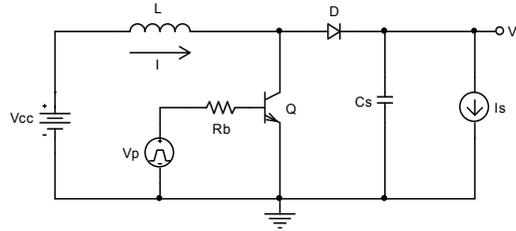
$$V_{CC} - V_T = \frac{I_{MAX}}{\alpha T} L$$

### Descarga do indutor

$$\Delta I = -I_{MAX}$$

$$\Delta V = V_{CC} - V_d - V_S$$

$$V_{CC} - V_d - V_S = \frac{-I_{MAX}}{\alpha_1 T} L$$



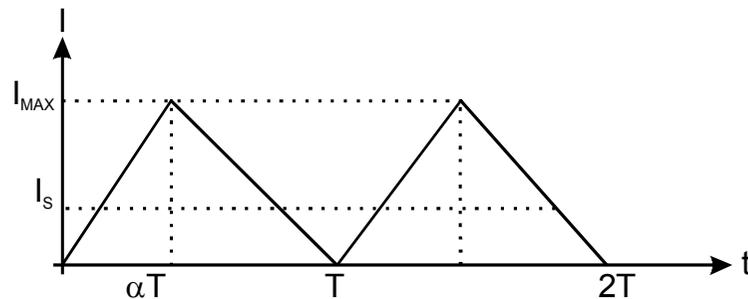
$$V_S = \left(1 + \frac{\alpha}{\alpha_1}\right) V_{CC} - \frac{\alpha}{\alpha_1} V_T - V_d$$

$$I_{MAX} = \frac{(V_{CC} - V_T) \alpha T}{L}$$

## Operação na fronteira dos modos contínuo e descontínuo

As fontes chaveadas devem manter a tensão na carga constante, mesmo quando a tensão  $V_{CC}$  e o consumo de corrente  $I_s$  variam. Para isto, existe um controle em malha fechada que varia o  $\alpha$  de modo a manter a tensão de saída constante. Mas para que este mecanismo funcione adequadamente, é necessário que o conversor opere sempre em um dos modos: contínuo ou descontínuo. A chave para estabelecer esta condição é forçar a operação na fronteira dos dois modos considerando os extremos de  $V_{CC}$  e  $I_s$ .

Na fronteira dos dois modos temos que  $I_{MIN}=0$  mas  $\alpha_1=1-\alpha$ .



### Corrente média $I_s$ na carga

A corrente  $I_s$  é o valor médio da corrente de descarga do indutor.

$$I_s = \frac{(1-\alpha)I_{MAX}}{2}$$

$$I_{MAX} = \frac{(V_{CC} - V_T)\alpha T}{L}$$

$$V_s = \frac{V_{CC}}{1-\alpha} - \frac{V_T\alpha}{1-\alpha} - V_d$$

$$\alpha = \frac{V_s - V_{CC} + V_d}{V_s - V_T + V_d}$$

$$L = \frac{(V_s - V_{CC} + V_d)(V_{CC} - V_T)^2 T}{2I_s(V_s - V_T + V_d)^2}$$

## Deriva para modo contínuo

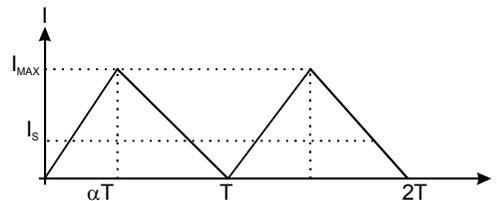
Uma vez operando na fronteira, o conversor entra em modo predominantemente contínuo quando há redução de  $V_{CC}$  ou aumento de  $I_S$ . Portanto, as condições que garantem operação sempre em modo contínuo são  $V_{CC}=V_{CCMAX}$  e  $I_S=I_{SMIN}$ .

$$V_S = \frac{V_{CC}}{1-\alpha} - \frac{V_T \alpha}{1-\alpha} - V_d$$

$$L = \frac{(V_S - V_{CCMAX} + V_d)(V_{CCMAX} - V_T)^2 T}{2I_{SMIN} (V_S - V_T + V_d)^2}$$

$$\alpha_{MIN} = \frac{V_S - V_{CCMAX} + V_d}{V_S - V_T + V_d}$$

$$\alpha_{MAX} = \frac{V_S - V_{CCMIN} + V_d}{V_S - V_T + V_d}$$



## Deriva para modo descontínuo

Uma vez operando na fronteira, o conversor entra em modo predominantemente descontínuo quando há aumento de  $V_{CC}$  ou redução de  $I_S$ . Portanto, as condições que garantem operação sempre em modo contínuo são  $V_{CC}=V_{CCMIN}$  e  $I_S=I_{SMAX}$ .

$$V_S = \left(1 + \frac{\alpha}{\alpha_1}\right) V_{CC} - \frac{\alpha}{\alpha_1} V_T - V_d$$

$$L = \frac{(V_S - V_{CCMIN} + V_d)(V_{CCMIN} - V_T)^2 T}{2I_{SMAX} (V_S - V_T + V_d)^2}$$

$$\alpha_{MAX} = \frac{V_S - V_{CCMIN} + V_d}{V_S - V_T + V_d}$$

$$\alpha_{MIN} = \frac{\sqrt{\frac{2I_{SMIN} L (V_S - V_{CCMAX} + V_d)}{T}}}{V_{CCMAX} - V_T}$$

## Cálculo do $\alpha_{MIN}$ no modo descontinuo

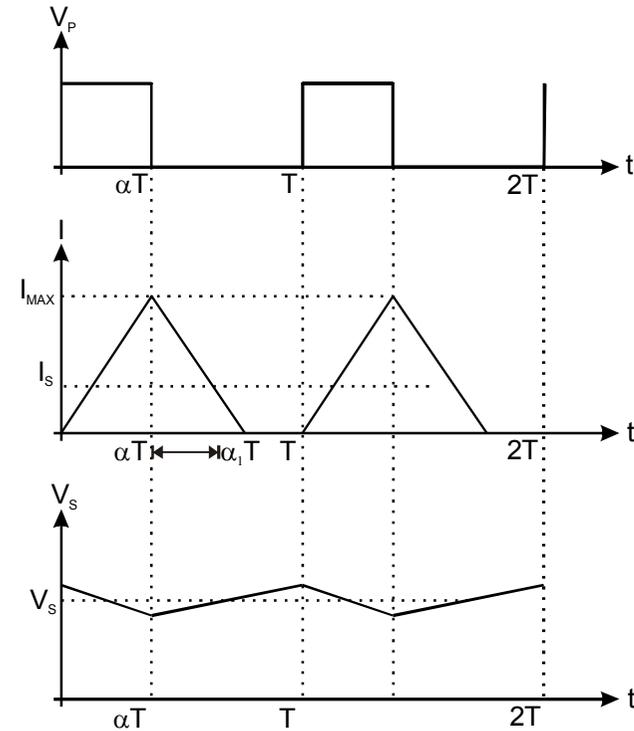
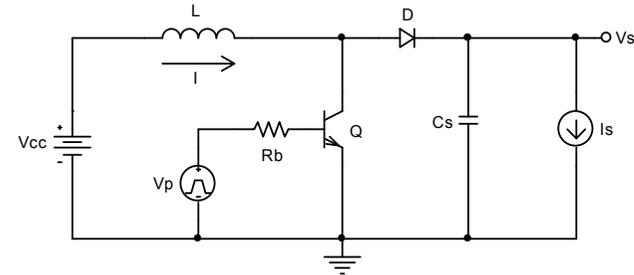
$$V_S = \left(1 + \frac{\alpha_{MIN}}{\alpha_1}\right) V_{CCMAX} - \frac{\alpha_{MIN}}{\alpha_1} V_T - V_d$$

$$I_{MAX} = \frac{(V_{CCMAX} - V_T) \alpha_{MIN} T}{L}$$

$$I_{SMIN} = \overline{I_{MAX}} = \frac{(V_{CCMAX} - V_T) \alpha_{MIN} \alpha_1 T}{2L}$$

$$\alpha_1 = \frac{2LI_{SMIN}}{(V_{CCMAX} - V_T) \alpha_{MIN} T}$$

$$\alpha_{MIN} = \frac{\sqrt{\frac{2I_{SMIN}L(V_S - V_{CCMAX} + V_d)}{T}}}{V_{CCMAX} - V_T}$$



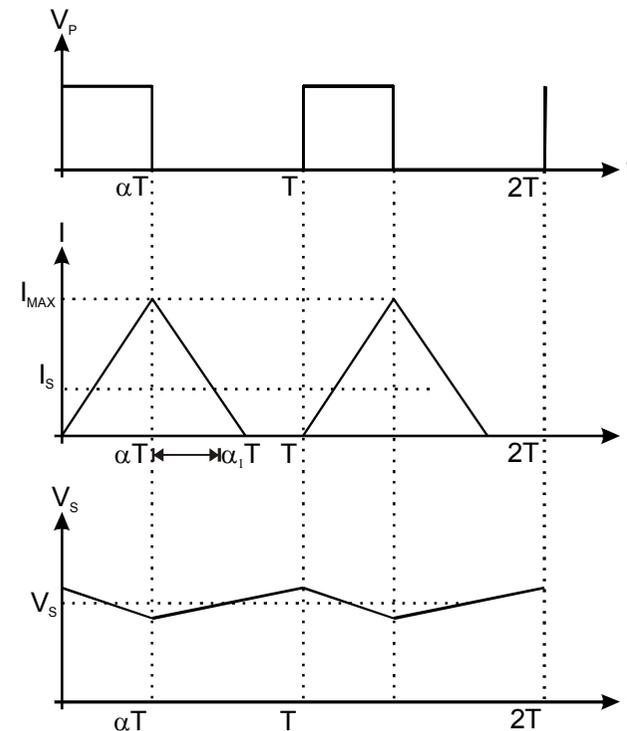
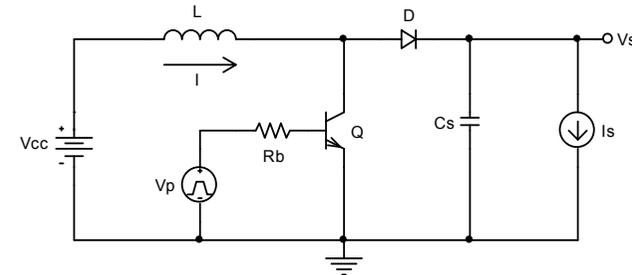
## Capacitor de saída $C_s$

O capacitor de saída  $C_s$  deve suprir, sozinho, corrente à carga durante a carga do indutor. Neste intervalo de tempo ocorre a máxima variação de tensão no capacitor e, conseqüentemente, na carga. Esta variação de tensão corresponde à tensão de ripple  $V_{ripple}$ .

$$\Delta Q = I_{SMAX} \alpha_{MAX} T$$

$$\Delta V_S = V_{ripple} = \frac{\Delta Q}{C_S} = \frac{I_{SMAX} \alpha_{MAX} T}{C_S}$$

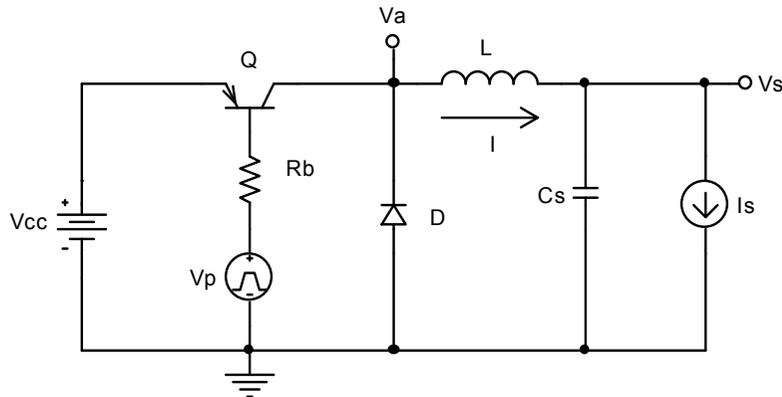
$$C_S \geq \frac{I_{SMAX} \alpha_{MAX} T}{V_{ripple}}$$



# Conversor Buck

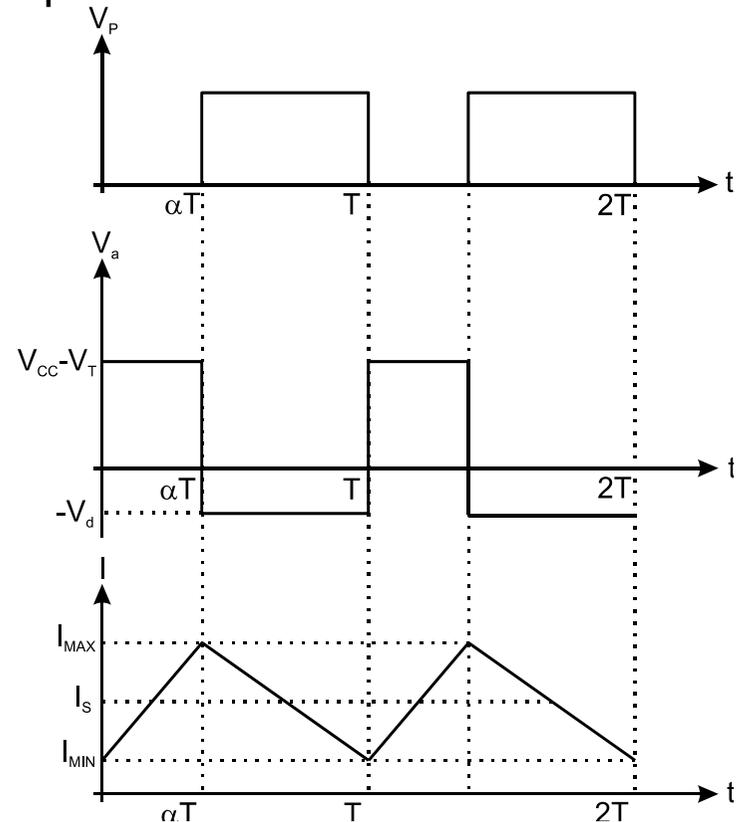
O conversor Buck é essencialmente um filtro passa-baixas LC, onde o sinal de entrada é uma fonte de tensão comutada. Este circuito é normalmente usado como abaixador de tensão e pode operar em modo contínuo ou descontínuo.

## Operação em modo contínuo



O capacitor  $C_s$  e o indutor  $L$  atuam como filtro passa baixas de segunda ordem para o sinal  $V_a$ , e com frequência de corte muito menor que a de chaveamento. Portanto, a tensão de saída  $V_s$  é o valor médio de  $V_a$ , ou seja:

$$V_s = (V_{CC} - V_T)\alpha - V_d(1 - \alpha)$$



$$I_{MAX} - I_{MIN} = (V_{CC} - V_T - V_s)\alpha T / L$$

$$-(I_{MAX} - I_{MIN}) = -(V_s + V_d)(1 - \alpha)T / L$$

## Determinação do $L$ mínimo

Para que o conversor Buck opere sempre no modo contínuo, devemos determinar o menor valor admissível para a corrente média da carga.

$$\bar{I} = I_S = \frac{I_{MAX} - I_{MIN}}{2} + I_{MIN}$$

$$I_{MAX} - I_{MIN} = \frac{(V_{CC} - V_T - V_S)\alpha T}{L}$$

$$I_{MAX} - I_{MIN} = \frac{(V_S + V_d)(1 - \alpha)T}{L}$$

$$I_S = \frac{\alpha(1 - \alpha)T}{2L}(V_{CC} + V_d - V_T) + I_{MIN}$$

$$I_{MIN} = I_S - \frac{\alpha(1 - \alpha)T}{2L}(V_{CC} + V_d - V_T) \geq 0$$

$$L \geq \frac{\alpha(1 - \alpha)T}{2I_S}(V_{CC} + V_d - V_T)$$

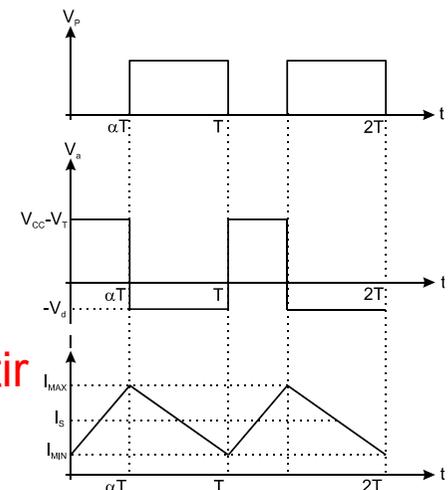
A expressão acima alcança o seu máximo quando  $\alpha = \alpha_{MIN}$ ,  $I_S = I_{SMIN}$  e  $V_{CC} = V_{CCMAX}$

$$L \geq \frac{\alpha_{MIN}(1 - \alpha_{MIN})T}{2I_{SMIN}}(V_{CCMAX} + V_d - V_T)$$

$$\alpha_{MIN} = \frac{V_S + V_d}{V_{CCMAX} - V_T + V_d}$$

$$\alpha_{MAX} = \frac{V_S + V_d}{V_{CCMIN} - V_T + V_d}$$

**Necessário para garantir o modo contínuo**



## Determinação do capacitor $C_s$

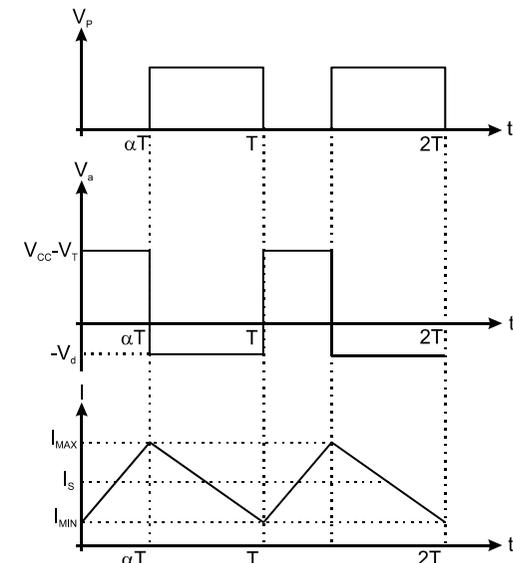
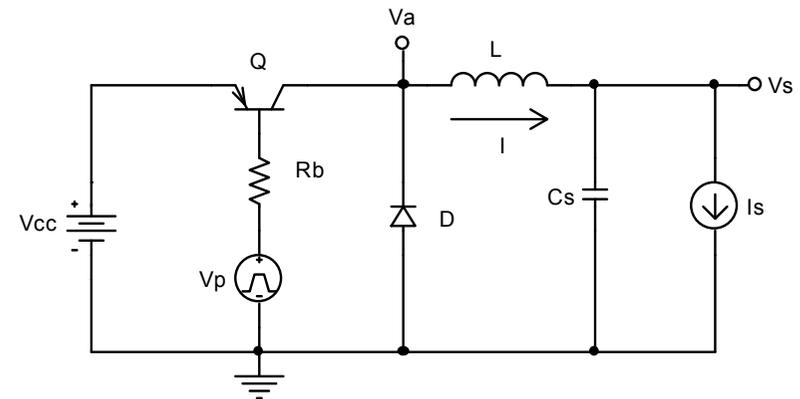
O capacitor  $C_s$  e o indutor  $L$  atuam como filtro passa baixas. Projetando a frequência de corte muito abaixo da frequência de chaveamento e aproximando o sinal  $V_a$  por uma senóide de amplitude pico a pico igual a  $(V_{CC} - V_T + V_d)$ , o capacitor pode ser determinado de forma que o sinal senoidal seja atenuado até a tensão de ripple  $V_{ripple}$  na saída.

### Função de transferência do filtro passa baixas

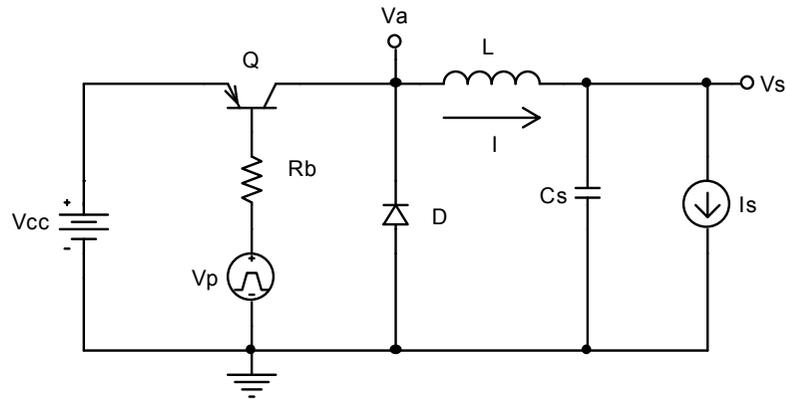
$$H(j\omega) = \frac{V_s(j\omega)}{V_a(j\omega)} = \frac{1}{1 - \omega^2 LC_s} \cong -\frac{1}{\omega^2 LC_s}$$

$$V_{ripple} = \left| H\left(j\frac{2\pi}{T}\right) \right| (V_{CCMAX} + V_d - V_T) = \frac{(V_{CCMAX} + V_d - V_T) T^2}{4\pi^2 LC_s}$$

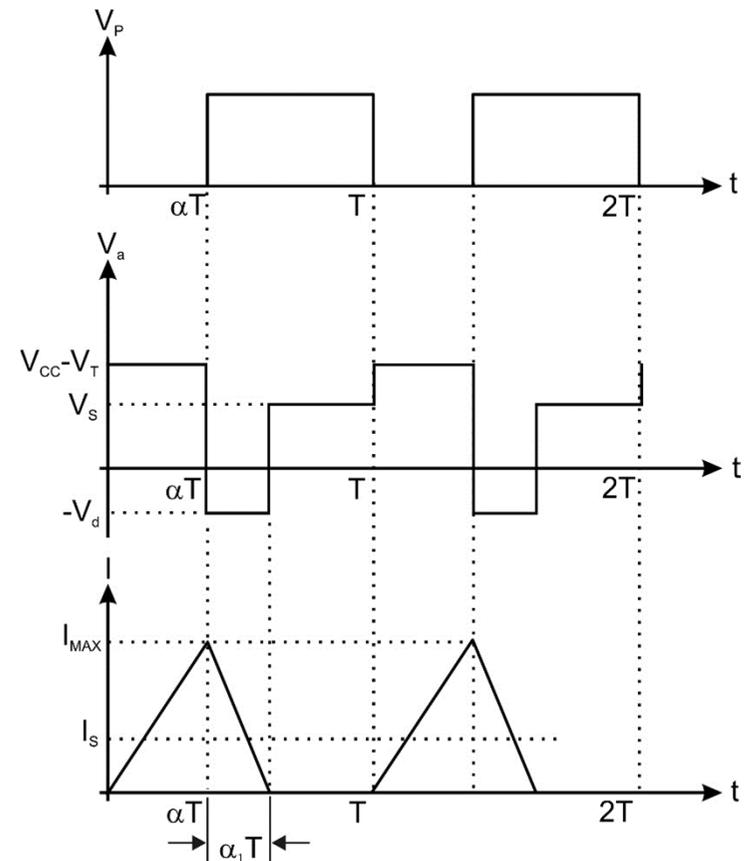
$$C_s \geq \frac{(V_{CCMAX} + V_d - V_T) T^2}{4\pi^2 L V_{ripple}}$$



## Operação em modo descontinuo



Quando operando em modo descontinuo, o indutor se descarrega totalmente no intervalo de tempo  $\alpha_1 T$ , onde  $\alpha_1 < (1 - \alpha)$ . Após este intervalo, a tensão  $V_a$  é a própria tensão  $V_s$  pois a queda de tensão no indutor é zero. A tensão de saída é o valor médio de  $V_a$ .



$$V_s = \alpha(V_{CC} - V_T) - \alpha_1 V_d + (1 - \alpha - \alpha_1) V_s$$

$$V_s = \frac{\alpha}{\alpha + \alpha_1} (V_{CC} - V_T) - \frac{\alpha_1}{\alpha + \alpha_1} V_d$$

## Determinação do $L$ máximo

As condições necessárias para a operação em modo descontinuo pode ser determinada a partir da condição estabelecida para a operação em modo contínuo, mas no extremo oposto. Neste caso,  $\alpha = \alpha_{MAX}$ ,  $I_S = I_{SMIN}$  e  $V_{CC} = V_{CCMIN}$ .

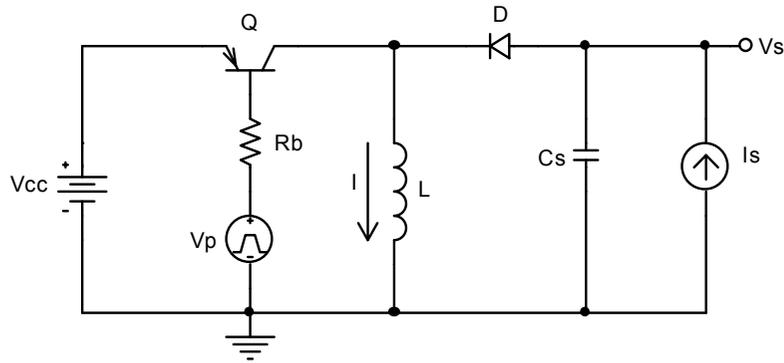
$$L \geq \frac{\alpha_{MIN} (1 - \alpha_{MIN}) T}{2I_{SMIN}} (V_{CCMAX} + V_d - V_T) \leftarrow \text{Condição para operação em modo contínuo}$$

$$L \leq \frac{\alpha_{MAX} (1 - \alpha_{MAX}) T}{2I_{SMAX}} (V_{CCMIN} + V_d - V_T) \leftarrow \text{Condição para operação em modo descontinuo}$$

$$0 \leq L \leq \frac{\alpha_{MAX} (1 - \alpha_{MAX}) T}{2I_{SMAX}} (V_{CCMIN} + V_d - V_T)$$

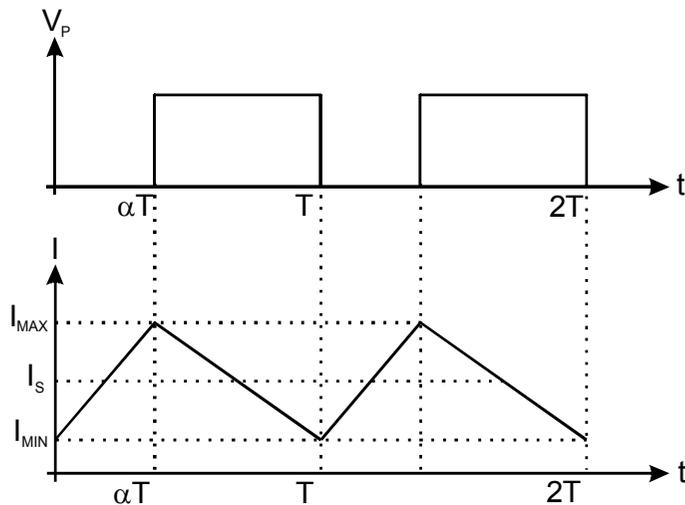
$$C_S \geq \frac{(V_{CCMAX} + V_d - V_T) T^2}{4\pi^2 L V_{ripple}}$$

# Conversor Buck-Boost

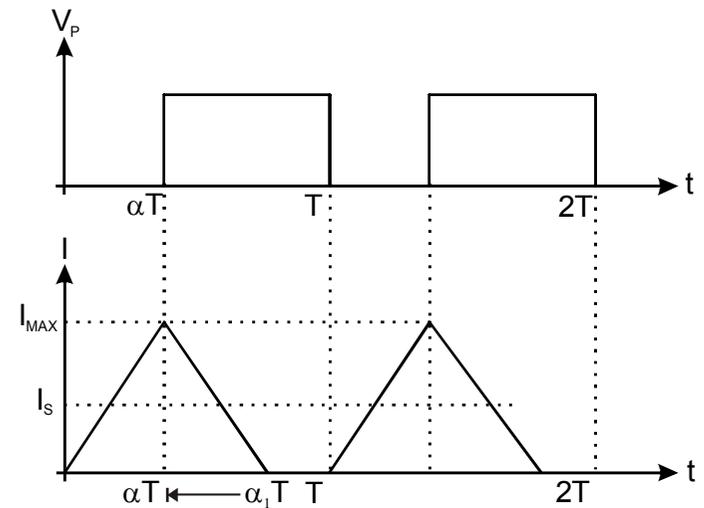


O conversor Buck-Boost reúne simultaneamente as características dos conversores Buck e Boost, podendo elevar ou reduzir a tensão da fonte. Este conversor pode operar em modo contínuo ou descontínuo e sua tensão de saída é **negativa**.

## Operação em Modo Contínuo



## Operação em Modo Descontínuo



## Operação em modo contínuo

### Carga do indutor

$$\Delta I = I_{MAX} - I_{MIN}$$

$$\Delta V = V_{CC} - V_T$$

$$\Delta V = \frac{\Delta I}{\Delta T} L$$

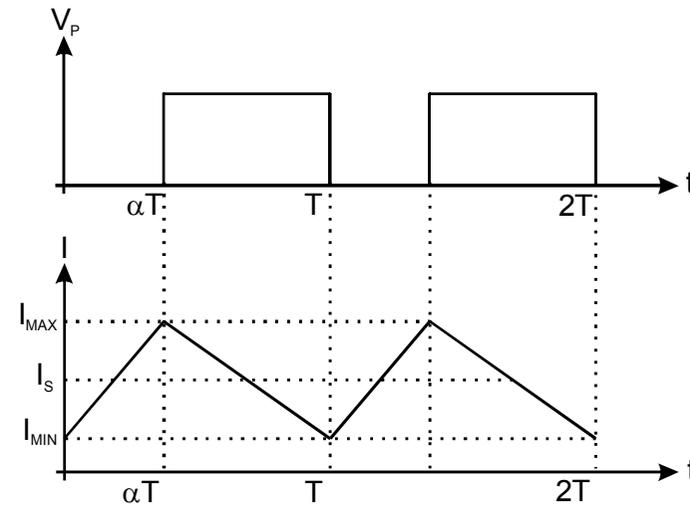
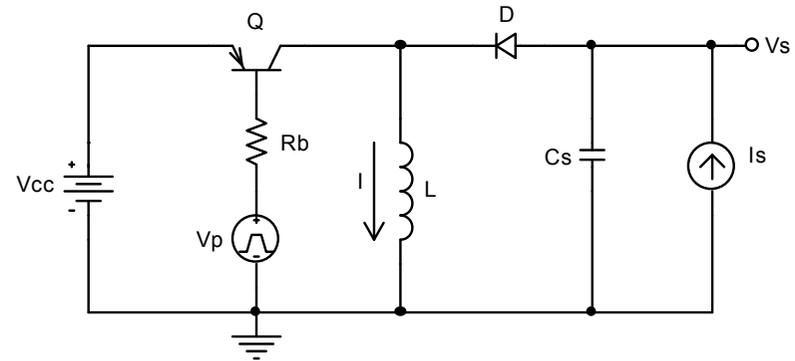
$$V_{CC} - V_T = \frac{(I_{MAX} - I_{MIN})}{\alpha T} L$$

### Descarga do indutor

$$\Delta I = -(I_{MAX} - I_{MIN})$$

$$\Delta V = V_S - V_d$$

$$V_S - V_d = \frac{-(I_{MAX} - I_{MIN})}{(1 - \alpha)T} L$$



$$V_S = -\frac{(V_{CC} - V_T)\alpha}{1 - \alpha} + V_d$$

$$I_{MAX} - I_{MIN} = \frac{(V_{CC} - V_T)\alpha T}{L}$$

## Operação em modo descontínuo

### Carga do indutor

$$\Delta I = I_{MAX}$$

$$\Delta V = V_{CC} - V_T$$

$$\Delta V = \frac{\Delta I}{\Delta T} L$$

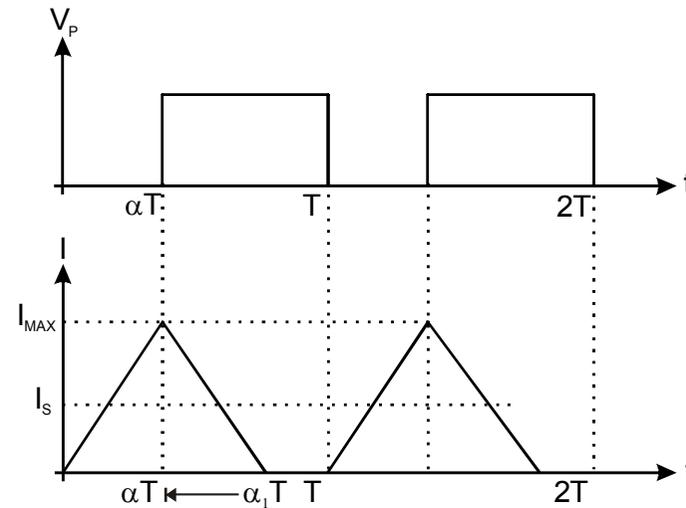
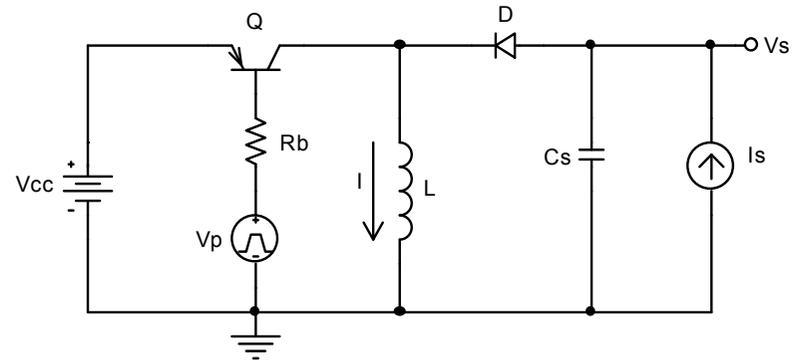
$$V_{CC} - V_T = \frac{I_{MAX}}{\alpha T} L$$

### Descarga do indutor

$$\Delta I = -I_{MAX}$$

$$\Delta V = V_S - V_d$$

$$V_S - V_d = \frac{-I_{MAX}}{\alpha_1 T} L$$



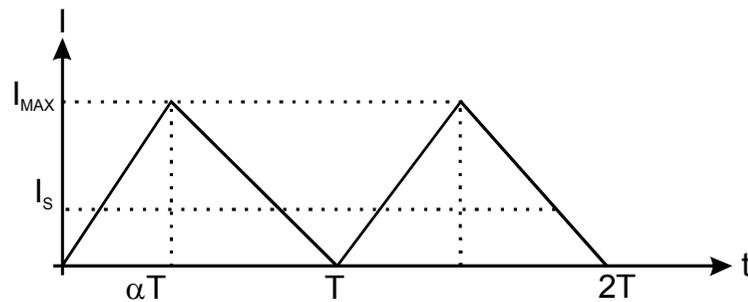
$$V_S = -\frac{(V_{CC} - V_T)\alpha}{\alpha_1} + V_d$$

$$I_{MAX} = \frac{(V_{CC} - V_T)\alpha_1 T}{L}$$

## Operação na fronteira dos modos contínuo e descontínuo

Da mesma forma que o conversor Boost, um controle em malha fechada ajusta o  $\alpha$  de modo a manter a tensão de saída constante, mesmo quando  $V_{CC}$  e  $I_s$  variam. Entretanto, para que o controle funcione adequadamente, é necessário que o conversor opere sempre no modo contínuo ou descontínuo. A chave para estabelecer esta condição é forçar a operação na fronteira dos dois modos considerando os extremos de  $V_{CC}$  e  $I_s$ .

Na fronteira dos dois modos temos que  $I_{MIN}=0$  mas  $\alpha_1=1-\alpha$ .



### Corrente média $I_s$ na carga

A corrente  $I_s$  é o valor médio da corrente de descarga do indutor.

$$I_s = \frac{(1-\alpha)I_{MAX}}{2}$$

$$I_{MAX} = \frac{(V_{CC} - V_T)\alpha T}{L}$$

$$V_s = -\frac{(V_{CC} - V_T)\alpha}{1-\alpha} + V_d$$

$$\alpha = \frac{V_s - V_d}{V_s - V_{CC} + V_T - V_d}$$

$$L = -\frac{(V_s - V_d)(V_{CC} - V_T)^2 T}{2(V_s - V_{CC} + V_T - V_d)^2 I_s}$$

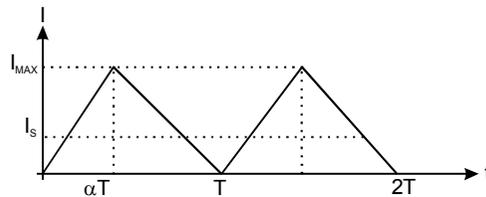
## Deriva para modo contínuo

Uma vez operando na fronteira, o conversor entra em modo predominantemente contínuo quando há redução de  $V_{CC}$  ou aumento de  $I_S$ . Portanto, as condições que garantem operação sempre em modo contínuo são  $V_{CC}=V_{CCMAX}$  e  $I_S=I_{SMIN}$ .

$$L = -\frac{(V_S - V_d)(V_{CCMAX} - V_T)^2 T}{2(V_S - V_{CCMAX} + V_T - V_d)^2 I_{SMIN}}$$

$$\alpha_{MIN} = \frac{V_S - V_d}{V_S - V_{CCMAX} + V_T - V_d}$$

$$\alpha_{MAX} = \frac{V_S - V_d}{V_S - V_{CCMIN} + V_T - V_d}$$



## Deriva para modo descontínuo

Uma vez operando na fronteira, o conversor entra em modo predominantemente descontínuo quando há aumento de  $V_{CC}$  ou redução de  $I_S$ . Portanto, as condições que garantem operação sempre em modo contínuo são  $V_{CC}=V_{CCMIN}$  e  $I_S=I_{SMAX}$ .

$$L = -\frac{(V_S - V_d)(V_{CCMIN} - V_T)^2 T}{2(V_S - V_{CCMIN} + V_T - V_d)^2 I_{SMAX}}$$

$$\alpha_{MAX} = \frac{V_S - V_d}{V_S - V_{CCMIN} + V_T - V_d}$$

$$\alpha_{MIN} = \frac{\sqrt{2I_{SMIN}L(V_d - V_S)}}{V_{CCMAX} - V_T}$$

## Cálculo do $\alpha_{MIN}$ no modo descontinuo

$$V_S = -\frac{(V_{CCMAX} - V_T)\alpha_{MIN}}{\alpha_1} + V_d$$

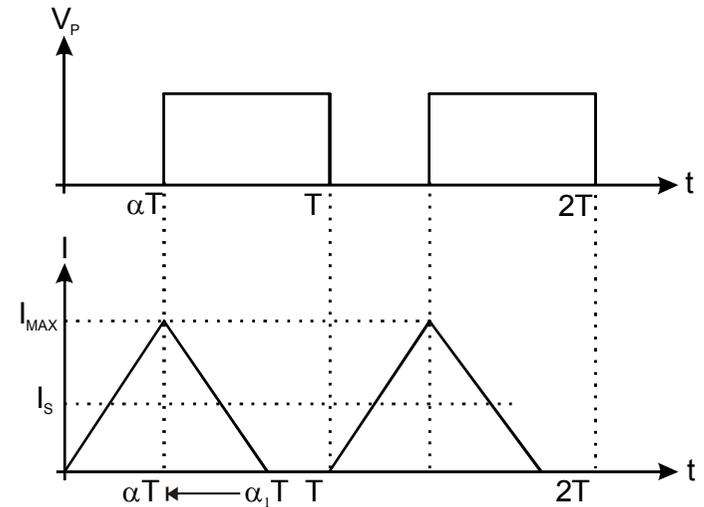
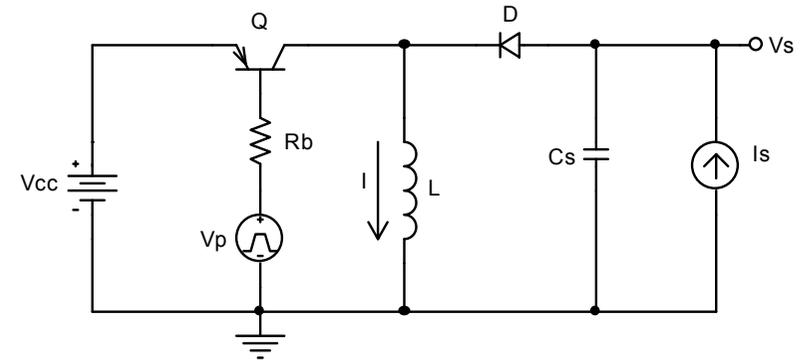
$$I_{MAX} = \frac{(V_{CCMAX} - V_T)\alpha_{MIN}T}{L}$$

$$I_{SMIN} = \overline{I_{MAX}} = \frac{(V_{CCMAX} - V_T)\alpha_{MIN}\alpha_1 T}{2L}$$

$$\alpha_1 = \frac{2LI_{SMIN}}{(V_{CCMAX} - V_T)\alpha_{MIN}T}$$



$$\alpha_{MIN} = \frac{\sqrt{\frac{2I_{SMIN}L(V_d - V_S)}{T}}}{V_{CCMAX} - V_T}$$



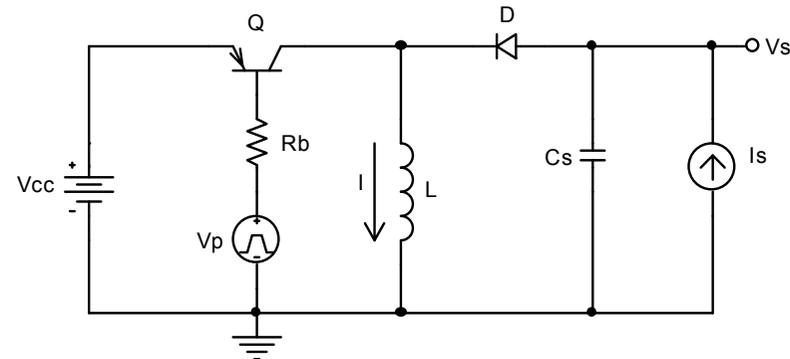
## Capacitor de saída $C_s$

Da mesma forma que no conversor Boost, o capacitor de saída  $C_s$  deve suprir, sozinho, corrente à carga durante a carga do indutor. Neste intervalo de tempo ocorre a máxima variação de tensão no capacitor e, conseqüentemente, na carga. Esta variação de tensão corresponde à tensão de ripple  $V_{ripple}$ .

$$\Delta Q = I_{SMAX} \alpha_{MAX} T$$

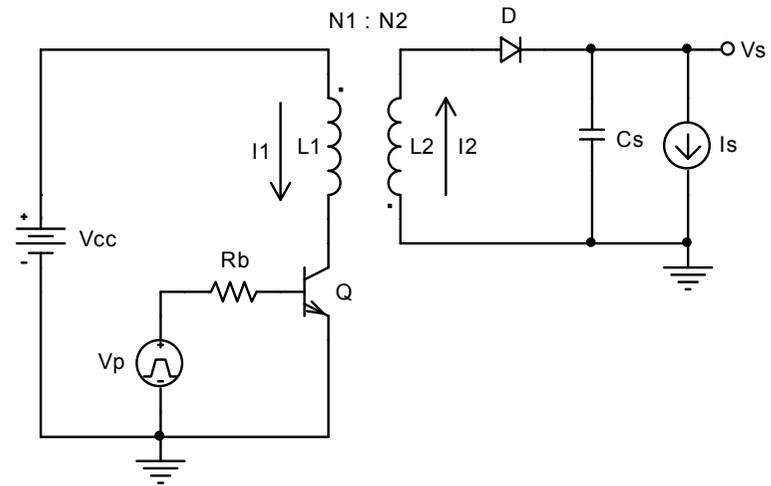
$$\Delta V_S = V_{ripple} = \frac{\Delta Q}{C_S} = \frac{I_{SMAX} \alpha_{MAX} T}{C_S}$$

$$C_S \geq \frac{I_{SMAX} \alpha_{MAX} T}{V_{ripple}}$$

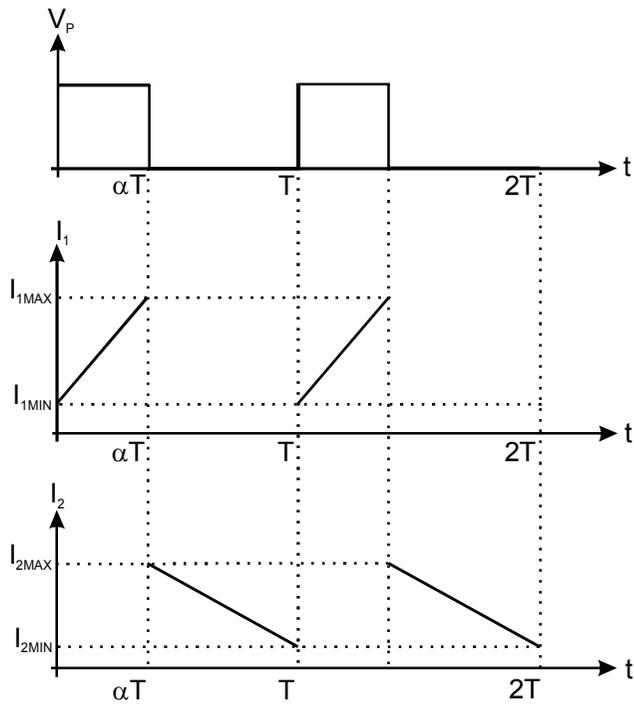


# Conversor Flyback

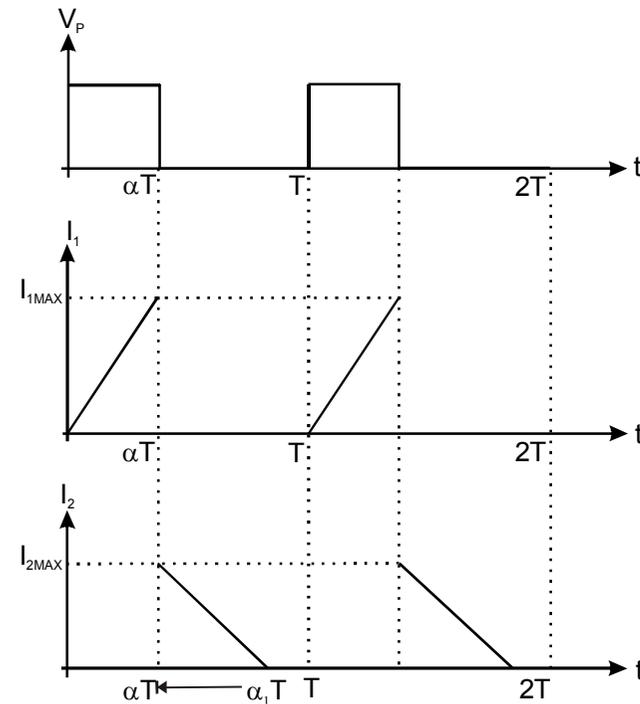
O conversor Flyback utiliza um indutor acoplado, e introduz um parâmetro a mais no dimensionamento, que é a relação de espiras. Isto permite que o Flyback seja dimensionado para elevar ou reduzir tensão.



## Operação em Modo Contínuo



## Operação em Modo Descontínuo



## Operação em modo contínuo

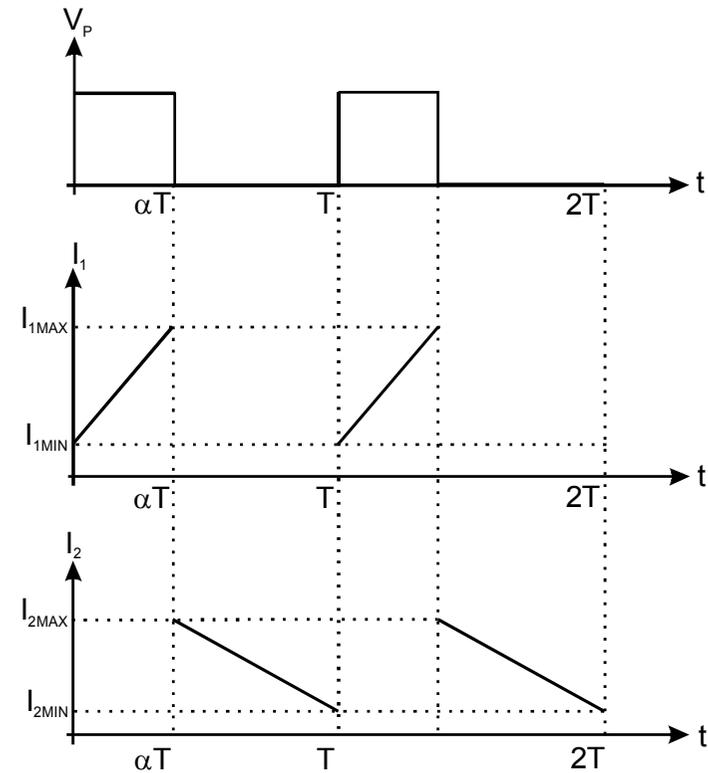
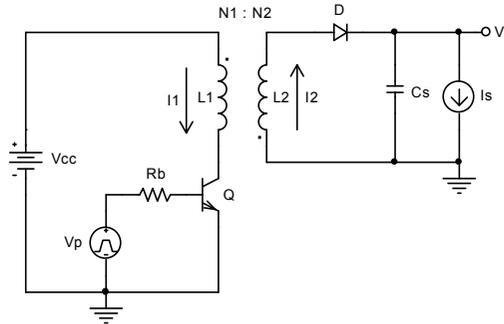
### Carga do indutor

$$\Delta I_1 = I_{1MAX} - I_{1MIN}$$

$$\Delta V_1 = V_{CC} - V_T$$

$$\Delta V_1 = \frac{\Delta I_1}{\Delta T} L_1$$

$$V_{CC} - V_T = \frac{(I_{1MAX} - I_{1MIN})}{\alpha T} L_1$$



### Descarga do indutor

$$\Delta I_2 = -(I_{2MAX} - I_{2MIN})$$

$$\Delta V_2 = -V_d - V_S$$

$$V_d + V_S = \frac{(I_{2MAX} - I_{2MIN})}{(1 - \alpha) T} L_2$$

### Relação de espiras

$$\frac{I_{1MAX} - I_{1MIN}}{I_{2MAX} - I_{2MIN}} = \frac{N_2}{N_1} = \sqrt{\frac{L_2}{L_1}}$$

$$\frac{V_{CC} - V_T}{V_d + V_S} = \frac{(I_{1MAX} - I_{1MIN})(1 - \alpha)L_1}{(I_{2MAX} - I_{2MIN})\alpha L_2} = \frac{(1 - \alpha)N_1}{\alpha N_2}$$

$$V_S = \frac{N_2}{N_1} \frac{\alpha(V_{CC} - V_T)}{(1 - \alpha)} - V_d$$

## Operação em modo descontínuo

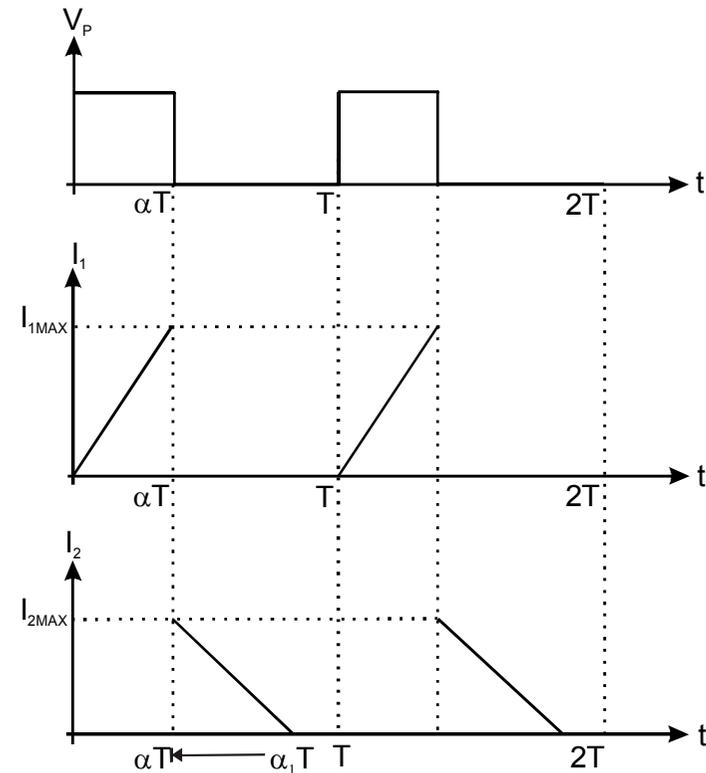
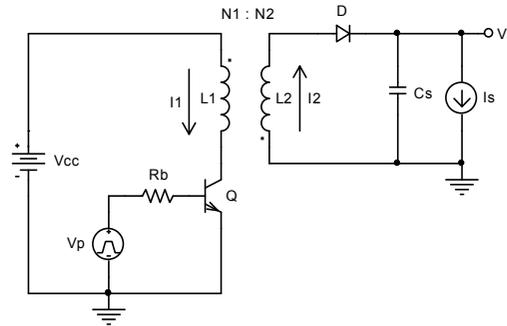
### Carga do indutor

$$\Delta I_1 = I_{1MAX}$$

$$\Delta V_1 = V_{CC} - V_T$$

$$\Delta V_1 = \frac{\Delta I_1}{\Delta T} L_1$$

$$V_{CC} - V_T = \frac{I_{1MAX}}{\alpha T} L_1$$



### Descarga do indutor

$$\Delta I_2 = -I_{2MAX}$$

$$\Delta V_2 = -V_d - V_S$$

$$V_d + V_S = \frac{I_{2MAX}}{\alpha_1 T} L_2$$

### Relação de espiras

$$\frac{I_{1MAX}}{I_{2MAX}} = \frac{N_2}{N_1} = \sqrt{\frac{L_2}{L_1}}$$

$$\frac{V_{CC} - V_T}{V_d + V_S} = \frac{I_{1MAX} \alpha_1 L_1}{I_{2MAX} \alpha L_2} = \frac{\alpha_1 N_1}{\alpha N_2}$$

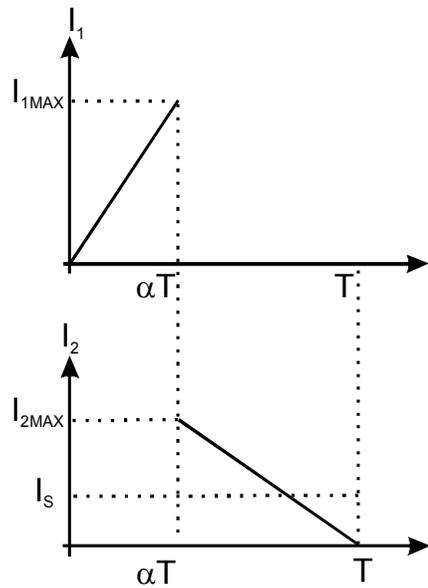
$$V_S = \frac{N_2}{N_1} \frac{\alpha (V_{CC} - V_T)}{\alpha_1} - V_d$$

## Operação na fronteira dos modos contínuo e descontínuo

O conversor Flyback mantém a tensão na carga constante, mesmo quando  $I_s$  e  $V_{CC}$  variam, através de um controle em malha fechada. Entretanto o modo de operação deve ser predominantemente contínuo ou descontínuo. Como nos casos anteriores, a deriva para modo contínuo ou descontínuo é garantida dimensionando-se o Flyback para operar na fronteira dos dois modos, assumindo os valores extremos de  $V_{CC}$  e  $I_s$ .

Na fronteira dos dois modos temos que  $I_{1MIN}=0$  e  $I_{2MIN}=0$ , mas  $\alpha_1=1-\alpha$ .

### Corrente média $I_s$ na carga



$$I_s = \frac{(1-\alpha)I_{2MAX}}{2}$$

$$I_{1MAX} = \frac{(V_{CC} - V_T)\alpha T}{L_1}$$

$$I_{2MAX} = \frac{N_1 (V_{CC} - V_T)\alpha T}{N_2 L_1}$$

$$I_s = \frac{(V_{CC} - V_T)\alpha(1-\alpha)T}{2L_1} \frac{N_1}{N_2}$$

$$V_s = \frac{N_2}{N_1} \frac{\alpha(V_{CC} - V_T)}{1-\alpha} - V_d$$

$$\frac{N_2}{N_1} = \frac{(1-\alpha)(V_s + V_d)}{\alpha(V_{CC} - V_T)}$$

$$L_1 = \frac{\alpha^2 (V_{CC} - V_T)^2 T}{2(V_s + V_d)I_s}$$

$$L_2 = \frac{(1-\alpha)^2 (V_s + V_d)T}{2I_s}$$

## Deriva para modo contínuo

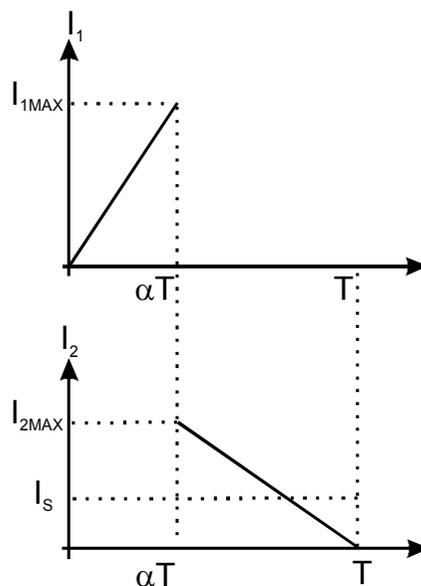
Uma vez operando na fronteira, o conversor entra em modo predominantemente contínuo quando há redução de  $V_{CC}$  ou aumento de  $I_s$ . Portanto, as condições que garantem operação sempre em modo contínuo são  $V_{CC}=V_{CCMAX}$  e  $I_s=I_{SMIN}$ . Neste caso, podemos especificar o  $\alpha_{MIN}$  como parâmetro de projeto.

$$\frac{N_2}{N_1} = \frac{(1-\alpha_{MIN})(V_S + V_d)}{\alpha_{MIN}(V_{CCMAX} - V_T)}$$

$$L_1 = \frac{\alpha_{MIN}^2 (V_{CCMAX} - V_T)^2 T}{2(V_S + V_d)I_{SMIN}}$$

$$L_2 = \frac{(1-\alpha_{MIN})^2 (V_S + V_d)T}{2I_{SMIN}}$$

$$\alpha_{MAX} = \frac{1}{1 + \frac{(V_{CCMIN} - V_T)N_2}{(V_S + V_d)N_1}}$$



## Deriva para modo descontínuo

Uma vez operando na fronteira, o conversor entra em modo predominantemente descontínuo quando há aumento de  $V_{CC}$  ou redução de  $I_s$ . Portanto, as condições que garantem operação sempre em modo contínuo são  $V_{CC}=V_{CCMIN}$  e  $I_s=I_{SMAX}$ . Neste caso, podemos especificar o  $\alpha_{MAX}$  como parâmetro de projeto.

$$\frac{N_2}{N_1} = \frac{(1-\alpha_{MAX})(V_S + V_d)}{\alpha_{MAX}(V_{CCMIN} - V_T)}$$

$$L_1 = \frac{\alpha_{MAX}^2 (V_{CCMIN} - V_T)^2 T}{2(V_S + V_d)I_{SMAX}}$$

$$L_2 = \frac{(1-\alpha_{MAX})^2 (V_S + V_d)T}{2I_{SMAX}}$$

$$\alpha_{MIN} = \frac{\sqrt{\frac{2L_1 I_{SMIN} (V_S + V_d)}{T}}}{V_{CCMAX} - V_T}$$

## Cálculo do $\alpha_{MIN}$ no modo descontinuo

$$V_S = \frac{N_2}{N_1} \frac{\alpha_{MIN} (V_{CCMAX} - V_T)}{\alpha_1} - V_d$$

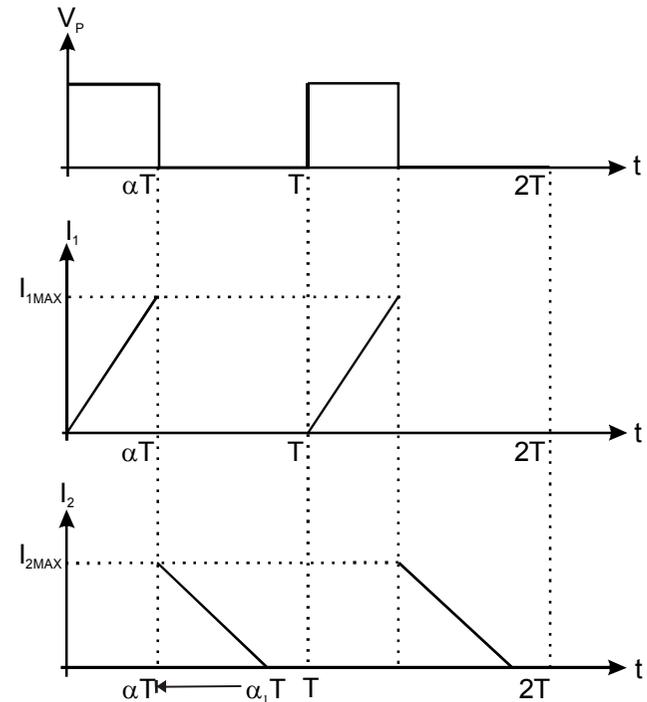
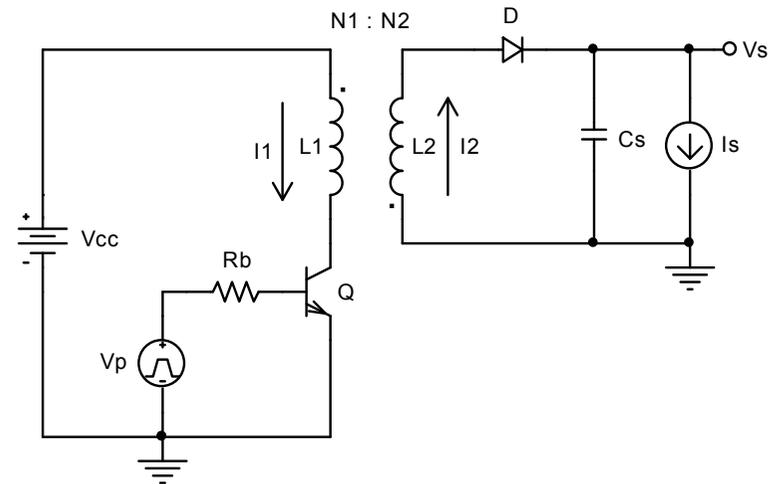
$$I_{1MAX} = \frac{(V_{CCMAX} - V_T) \alpha_{MIN} T}{L_1}$$

$$I_{2MAX} = \frac{N_1}{N_2} \frac{(V_{CCMAX} - V_T) \alpha_{MIN} T}{L_1}$$

$$I_{SMIN} = I_{2MAX} = \frac{N_1}{N_2} \frac{(V_{CCMAX} - V_T) \alpha_{MIN} \alpha_1 T}{2L_1}$$

$$\alpha_1 = \frac{N_2}{N_1} \frac{\alpha_{MIN} (V_{CCMAX} - V_T)}{V_S - V_d}$$

$$\alpha_{MIN} = \frac{\sqrt{\frac{2L_1 I_{SMIN} (V_S + V_d)}{T}}}{V_{CCMAX} - V_T}$$



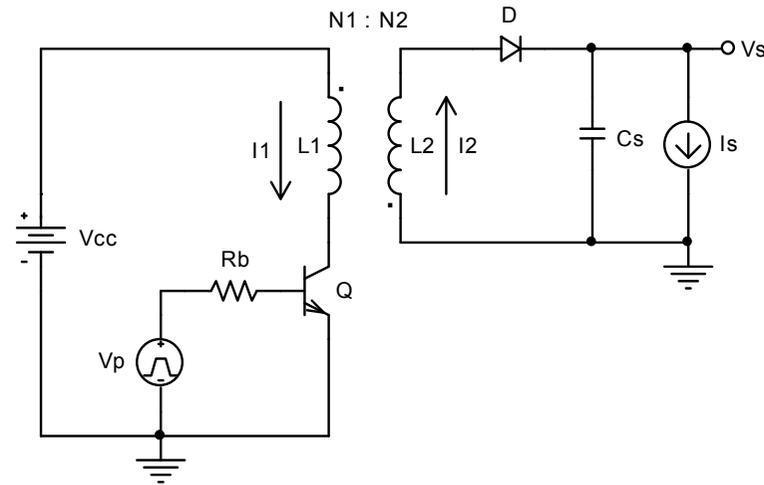
## Capacitor de saída $C_s$

Da mesma forma que nos conversores Boost e Buck-Boost, o capacitor de saída  $C_s$  deve suprir, sozinho, corrente à carga durante a carga do indutor. Neste intervalo de tempo ocorre a máxima variação de tensão no capacitor e, conseqüentemente, na carga. Esta variação de tensão corresponde à tensão de ripple  $V_{ripple}$ .

$$\Delta Q = I_{SMAX} \alpha_{MAX} T$$

$$\Delta V_s = V_{ripple} = \frac{\Delta Q}{C_s} = \frac{I_{SMAX} \alpha_{MAX} T}{C_s}$$

$$C_s \geq \frac{I_{SMAX} \alpha_{MAX} T}{V_{ripple}}$$



## Limite de operação dos componentes

Os componentes eletrônicos utilizados nos conversores estão sujeitos a variações muito grandes de tensão e corrente. Como exemplo, o transistor que implementa a chave e o diodo devem suportar valores médios e surtos (picos) de corrente; como também tensões de pico direta e reversa, esta última no caso do diodo.

Como exemplo, vamos determinar estes valores para o Flyback operando em modo descontínuo.

### Corrente de pico no transistor (chave)

A corrente de pico no coletor do transistor coincide com o máximo de  $I_1$ .

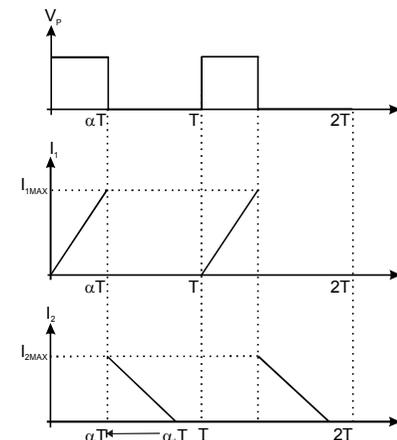
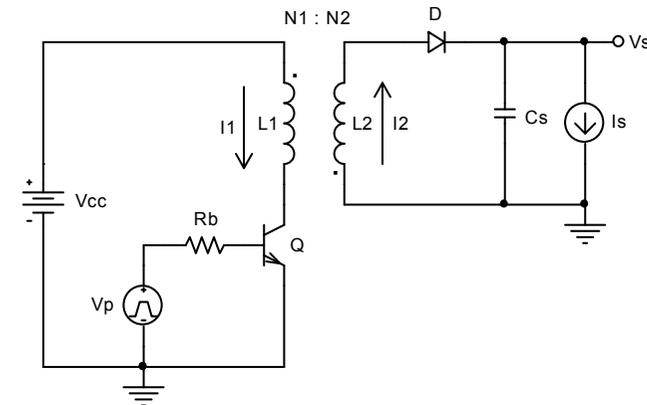
$$I_{Cpico} = \frac{(V_{CCMIN} - V_T) \alpha_{MAX} T}{L_1}$$

### Corrente média no transistor (chave)

$$\overline{I_C} = \frac{(V_{CCMIN} - V_T) \alpha_{MAX}^2 T}{2L_1}$$

### Tensão máxima no transistor (chave)

$$V_{CMAX} = V_{CCMAX} + \frac{N_1}{N_2} (V_d + V_S)$$



## Corrente média no diodo

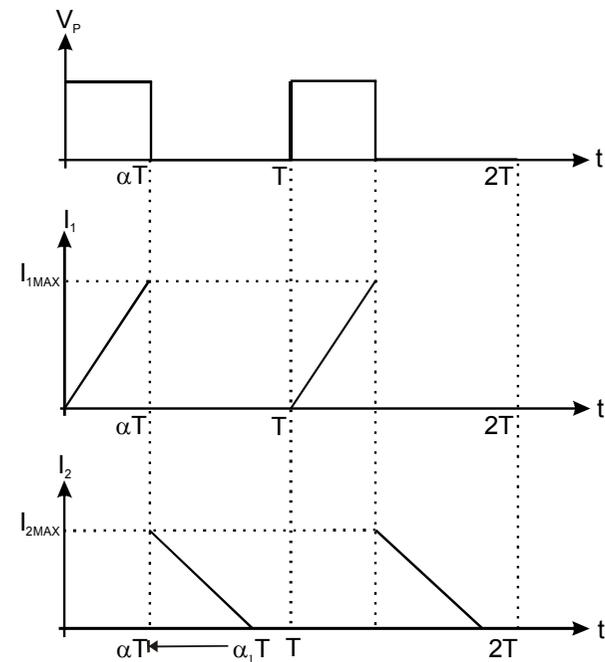
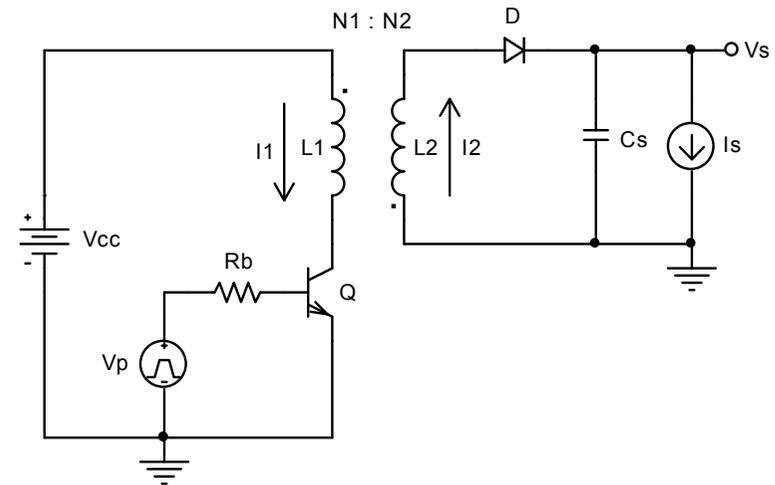
$$\overline{I_d} = I_{SMAX}$$

## Corrente de pico no diodo

$$I_{dpico} = I_{2MAX} = \frac{N_1}{N_2} I_{1MAX} = \frac{(V_{CCMIN} - V_T) N_1 \alpha_{MAX} T}{L_1 N_2}$$

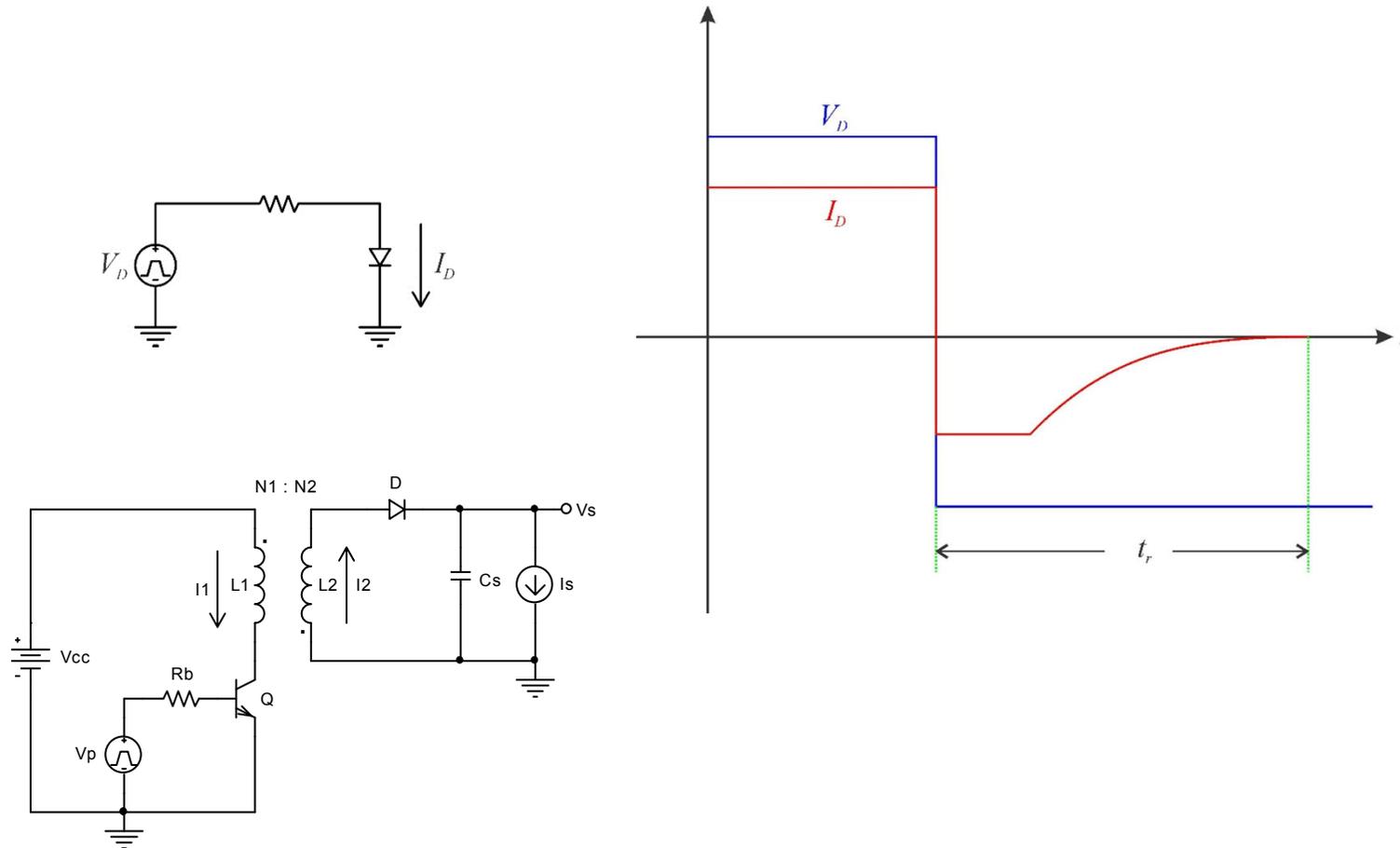
## Tensão reversa máxima no diodo

$$V_{dr} = V_S + \frac{N_2}{N_1} (V_{CCMAX} - V_T)$$

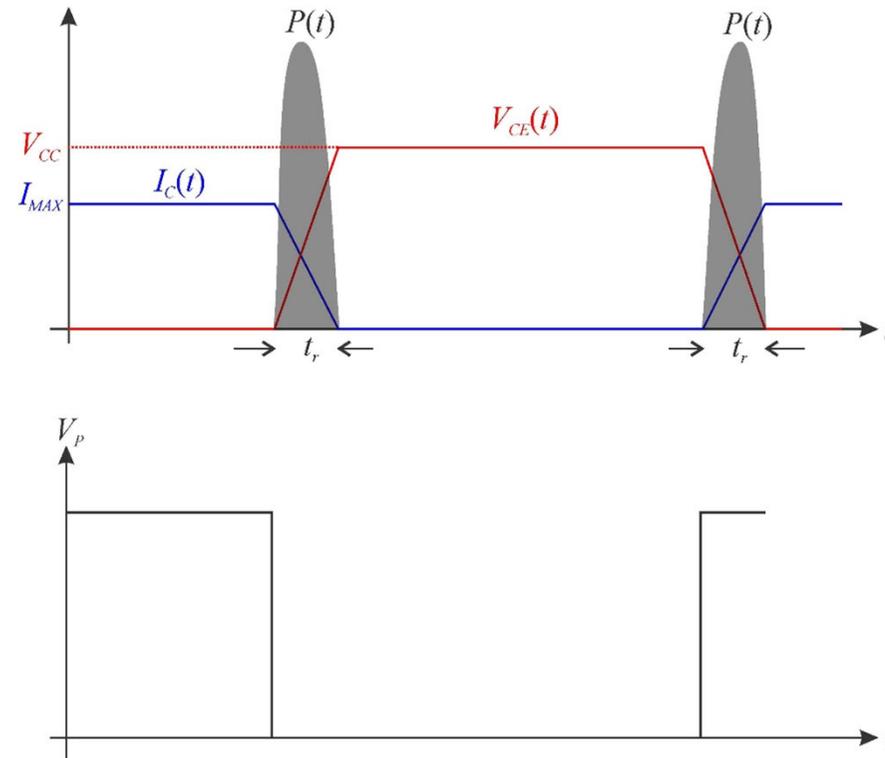
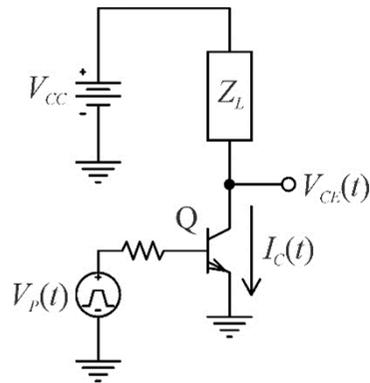


## Tempo de Recuperação do Diodo e Transistor

Quando a junção semicondutora do diodo ou base-emissor do transistor é subitamente polarizada reversamente, a corrente não cessa instantaneamente, mas demora algum tempo até que as capacitâncias de difusão desapareçam. Este tempo é chamado de “recovery time”,  $t_r$ . O recovery time tem que ser muito menor que o período de chaveamento.



## Potência Média no Transistor em Função do Tempo de Recuperação



$$\overline{P_Q} = \overline{2P(t)}$$

$$\overline{P_Q} = \frac{I_{MAX} V_{CC} t_r}{3T}$$

$$\overline{P_Q} = \frac{I_{MAX} V_{CC} t_r f_s}{3}$$

$t_r \rightarrow$  recovery time

$T \rightarrow$  período de chaveamento

$f_s = \frac{1}{T} \rightarrow$  frequência de chaveamento

## Exemplo de projeto

Projetar um conversor Flyback que opere no modo descontinuo, e atenda às especificações abaixo:

1 -  $100V \leq V_{CC} \leq 155V$

2 -  $100mA \leq I_s \leq 5A$

3 -  $\alpha_{MAX}=0.5$

4 -  $V_{ripple} \leq 100mV$

5 - frequência de chaveamento  $f_s=40kHz$

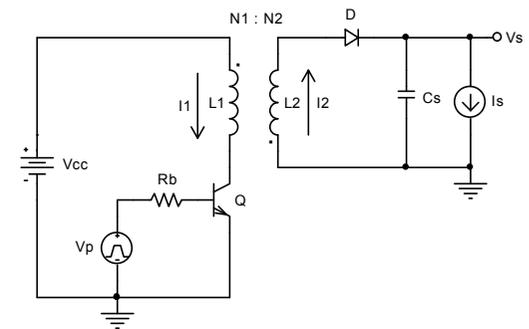
6 - tensão de saída  $V_s=5V$

7 -  $V_T=0$  e  $V_d=1V$

### Passo 1:

Determinação da relação de espiras.

$$\frac{N_2}{N_1} = \frac{(1 - \alpha_{MAX})(V_S + V_d)}{\alpha_{MAX}(V_{CCMIN} - V_T)} = \frac{(1 - 0.5)(5 + 1)}{0.5(100 - 0)} = 0.06 \rightarrow \boxed{\frac{N_1}{N_2} = 16.7}$$



## Passo 2:

Cálculo dos indutores.

$$L_1 = \frac{\alpha_{MAX}^2 (V_{CCMIN} - V_T)^2 T}{2(V_S + V_d) I_{SMAX}} = \frac{0.5^2 \times (100 - 0)^2 \times 1/40 \cdot 10^3}{2 \times (5 + 1) \times 5} = 1.04 \cdot 10^{-3} \rightarrow \boxed{L_1 = 1.04mH}$$

$$L_2 = \frac{(1 - \alpha_{MAX})^2 (V_S + V_d) T}{2 I_{SMAX}} = \frac{(1 - 0.5)^2 (5 + 1) \times 1/40 \cdot 10^3}{2 \times 5} = 3.75 \cdot 10^{-6} \rightarrow \boxed{L_2 = 3.75\mu H}$$

## Passo 3:

Cálculo do capacitor de filtragem.

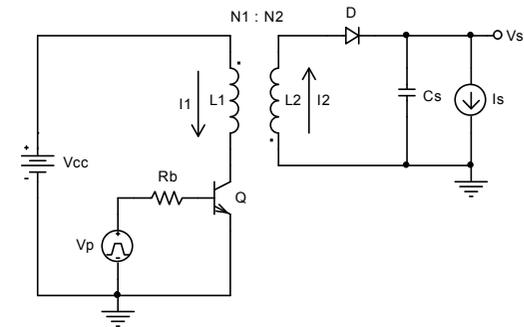
$$C_S \geq \frac{I_{SMAX} \alpha_{MAX} T}{V_{ripple}} = \frac{5 \times 0.5 \times 1/40 \cdot 10^3}{100 \cdot 10^{-3}} = 625 \cdot 10^{-6} \rightarrow \boxed{C_S \geq 625\mu F}$$

#### Passo 4:

Cálculo das correntes de pico e média no coletor do transistor.

$$I_{1MAX} = \frac{(V_{CCMIN} - V_T)\alpha_{MAX}T}{L_1} = \frac{(100 - 0) \times 0.5 \times 1/40 \cdot 10^3}{1.04 \cdot 10^{-3}} = 1.2 \rightarrow \boxed{I_{Cpico} = 1.2A}$$

$$\overline{I_C} = \frac{\alpha_{MAX}I_{1MAX}}{2} = \frac{0.5 \times 1.2}{2} = 0.3 \rightarrow \boxed{\overline{I_C} = 0.3A}$$



#### Passo 5:

Cálculo da tensão máxima no coletor do transistor.

$$V_{CMAX} = V_{CCMAX} + \frac{N_1}{N_2}(V_d + V_s) = 155 + 16.7 \times (1 + 5) = 255.2 \rightarrow \boxed{V_{CMAX} = 255.2V}$$

#### Passo 6:

Cálculo das correntes média máxima e pico do diodo.

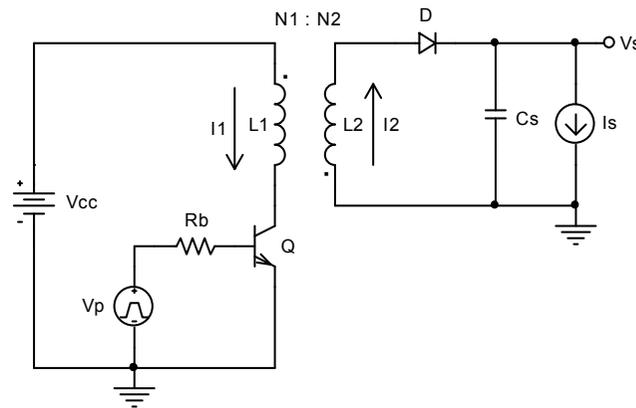
$$\overline{I_d} = I_{SMAX} = 5 \rightarrow \boxed{\overline{I_d} = 5A}$$

$$I_{dpico} = I_{2MAX} = \frac{N_1}{N_2}I_{1MAX} = 16.7 \times 1.2 = 20 \rightarrow \boxed{I_{dpico} = 20A}$$

## Passo 7:

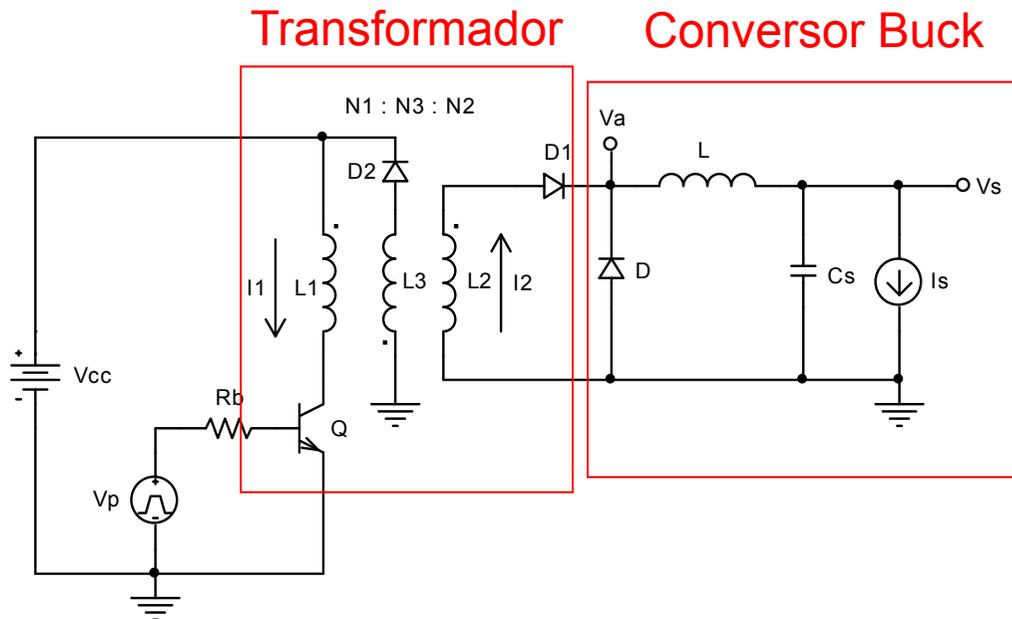
Cálculo da tensão reversa máxima no diodo.

$$V_{dr} = V_S + \frac{N_2}{N_1} (V_{CCMAX} - V_T) = 5 + 0.06 \times (155 - 0) = 14.3 \rightarrow \boxed{V_{dr} = 14.3V}$$



# Conversor Forward

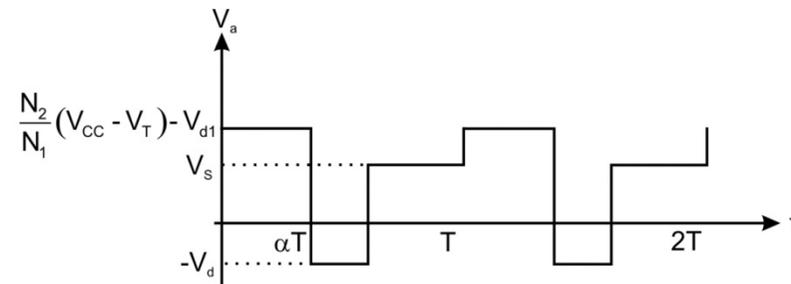
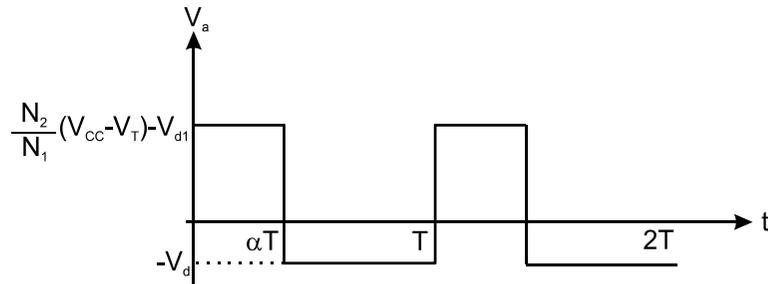
O conversor Forward é essencialmente um conversor Buck, mas precedido por um transformador elevador, ou redutor, de tensão. Desta forma, é possível obter tensão de saída maior que a da fonte  $V_{CC}$ .



## Tensão de saída

A tensão de saída é calculada como no conversor Buck, mas com a tensão  $V_a$  variando de  $-V_d$  a  $N_1/N_2(V_{CC}-V_T)-V_{d1}$ .

## Tensão $V_a$



Valor médio da tensão  $V_a$ , obtido pela filtragem passa baixas

$$V_s = \left( \frac{N_2}{N_1}(V_{CC} - V_T) - V_{d1} \right) \alpha - V_d(1 - \alpha), \text{ para o modo contínuo}$$

$$V_s = \frac{\alpha}{\alpha + \alpha_1} \left( \frac{N_2}{N_1}(V_{CC} - V_T) - V_{d1} \right) - \frac{\alpha_1}{\alpha + \alpha_1} V_d, \text{ para o modo descontínuo}$$

## Função do indutor $L_3$

Quando a chave está fechada, o indutor  $L_1$  fica submetido à diferença de potencial  $V_{CC} - V_T$  e provoca a passagem de uma corrente  $I_1$ . Imediatamente, uma corrente  $I_2$  atravessa o indutor  $L_2$  e polariza o diodo  $D_1$ , transferindo energia da fonte para a carga. Entretanto, um pouco de energia fica armazenada no sistema de indutores acoplados, pois os indutores não são infinitos. Quando a chave abre, esta energia é totalmente descarregada e parcialmente devolvida à fonte de alimentação pelo indutor  $L_3$ ; um pouco se perde no diodo  $D_2$ . O descarregamento ocorre no intervalo  $\alpha'_1 T$  e a operação é em modo descontínuo, portanto  $\alpha'_1 \leq (1 - \alpha)$ .

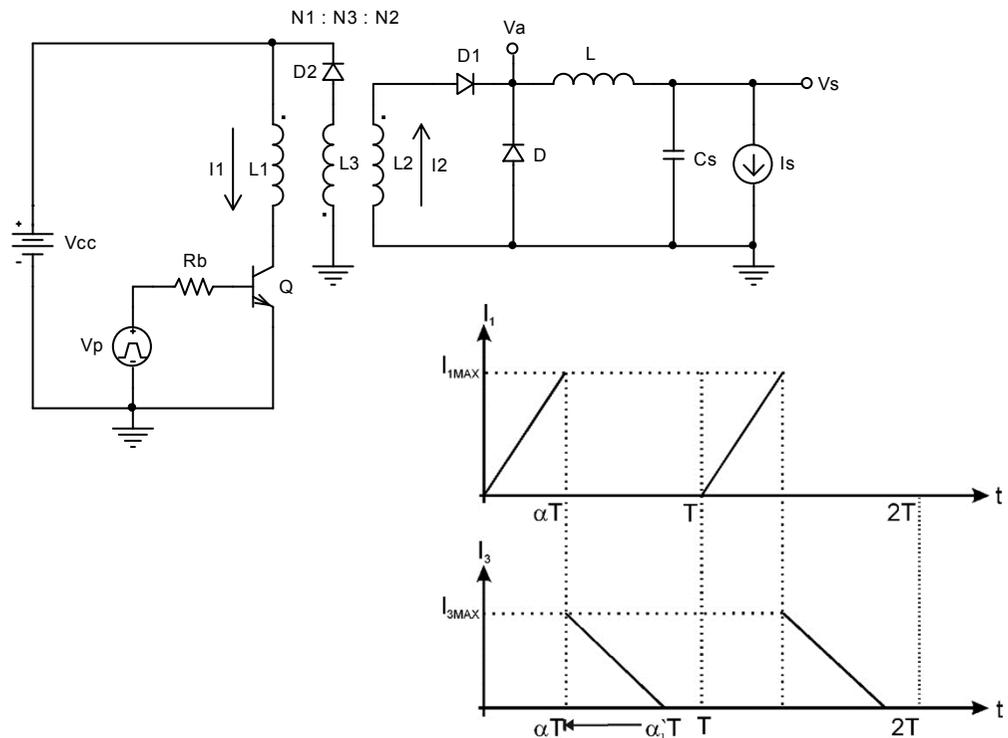
### Carga de $L_1$

$$I_{1MAX} = \frac{\alpha(V_{CC} - V_T)T}{L_1}$$

### Descarga de $L_3$

$$-I_{1MAX} \frac{N_1}{N_3} = -\frac{(V_{CC} + V_{d2})\alpha'_1 T}{L_3}$$

$$\alpha'_1 = \frac{N_3(V_{CC} - V_T)}{N_1(V_{CC} + V_{d2})} \alpha$$



$$\alpha'_1 \leq (1 - \alpha)$$

$$\frac{N_3(V_{CC} - V_T)}{N_1(V_{CC} + V_{d2})} \alpha \leq 1 - \alpha$$

$$\alpha \leq \frac{1}{1 + \frac{N_3}{N_1} \left( \frac{V_{CC} - V_T}{V_{CC} + V_{d2}} \right)}$$

Condição sempre  
garantida quando  
 $V_{CC} = V_{CCMAX}$

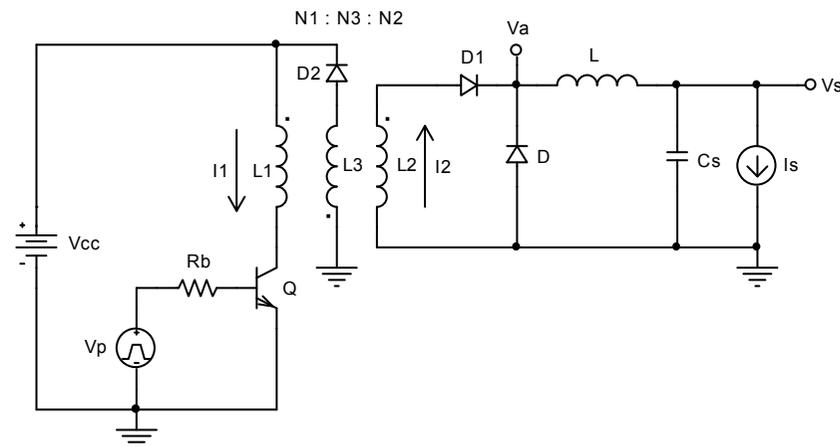
$$\alpha_{MAX} = \frac{1}{1 + \frac{N_3}{N_1} \left( \frac{V_{CCMAX} - V_T}{V_{CCMAX} + V_{d2}} \right)}$$

$$\frac{N_3}{N_1} = \frac{1 - \alpha_{MAX}}{\alpha_{MAX} \left( \frac{V_{CCMAX} - V_T}{V_{CCMAX} + V_{d2}} \right)}$$

Para o modo contínuo

$$V_S = \left( \frac{N_2}{N_1} (V_{CC} - V_T) - V_{d1} \right) \alpha - V_d (1 - \alpha)$$

$$\frac{N_2}{N_1} = \frac{V_S + V_d}{\alpha_{MAX} (V_{CCMIN} - V_T)} + \frac{V_{d1} - V_d}{(V_{CCMIN} - V_T)}$$



## Determinação do $L$ mínimo no modo contínuo

No conversor Buck o  $L$  mínimo é determinado por:

$$L \geq \frac{\alpha_{MIN} (1 - \alpha_{MIN}) T}{2I_{SMIN}} (V_{CCMAX} + V_d - V_T)$$

De forma similar, no conversor Forward:

$$L \geq \frac{\alpha_{MIN} (1 - \alpha_{MIN}) T}{2I_{SMIN}} \left( \frac{N_2}{N_1} (V_{CC} - V_T) - V_{d1} + V_d \right)$$

$$V_S = \left( \frac{N_2}{N_1} (V_{CCMAX} - V_T) - V_{d1} \right) \alpha_{MIN} - V_d (1 - \alpha_{MIN})$$

$$\alpha_{MIN} = \frac{V_S + V_d}{\frac{N_2}{N_1} (V_{CCMAX} - V_T) - V_{d1} + V_d}$$

$$L \geq \frac{(V_S + V_d) \left( \frac{N_2}{N_1} (V_{CCMAX} - V_T) - V_{d1} - V_S \right) T}{2I_{SMIN} \left( \frac{N_2}{N_1} (V_{CCMAX} - V_T) - V_{d1} + V_d \right)}$$

## Determinação do $L$ máximo no modo descontínuo

No conversor Buck o  $L$  máximo é determinado por:

$$0 \leq L \leq \frac{\alpha_{MAX} (1 - \alpha_{MAX}) T}{2I_{SMAX}} (V_{CCMIN} + V_d - V_T)$$

De forma similar, no conversor Forward:

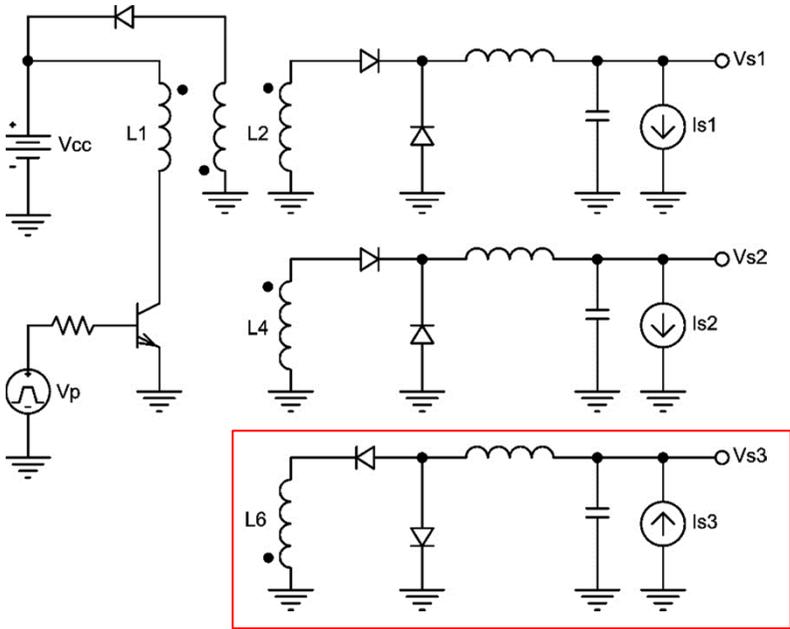
$$0 \leq L \leq \frac{\alpha_{MAX} (1 - \alpha_{MAX}) T}{2I_{SMAX}} \left( \frac{N_2}{N_1} (V_{CCMIN} - V_T) - V_{d1} + V_d - V_T \right)$$

## Calculo de $C_s$

O capacitor  $C_s$  é calculado como no conversor Buck.

$$C_s \geq \frac{\left( \frac{N_2}{N_1} (V_{CCMAX} - V_T) - V_{d1} + V_d \right) T^2}{4\pi^2 L V_{ripple}}$$

# Conversor Forward com Várias Saídas

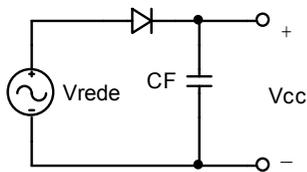


Tensão de saída negativa

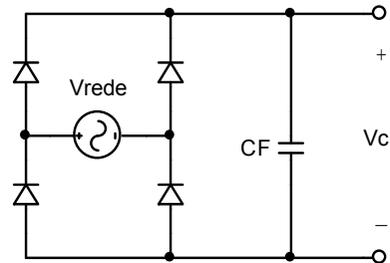
# Fonte de Tensão $V_{CC}$

A fonte de tensão  $V_{CC}$ , pode ser uma bateria ou um retificador de meia onda ou onda completa, com filtro capacitivo, ligado diretamente à rede elétrica

## Meia onda



## Onda completa



Chamando  $f_F$  a frequência da rede elétrica, a variação de tensão pode ser calculada pela energia perdida pelo capacitor entre um ciclo de carga e outro. A energia pode ser estimada pela potência média máxima  $P_{MAX}$  consumida pela fonte.

$$\Delta E = \frac{1}{2} C_F V_{CCMAX}^2 - \frac{1}{2} C_F V_{CCMIN}^2 \quad \Delta E = \bar{P}_{MAX} T_F \rightarrow \begin{cases} T_F = \frac{1}{f_F} \text{ meia onda} \\ T_F = \frac{1}{2f_F} \text{ onda completa} \end{cases}$$

$$C_F = \frac{2\bar{P}_{MAX} T_F}{(V_{CCMAX}^2 - V_{CCMIN}^2)}$$

## Exemplo de projeto

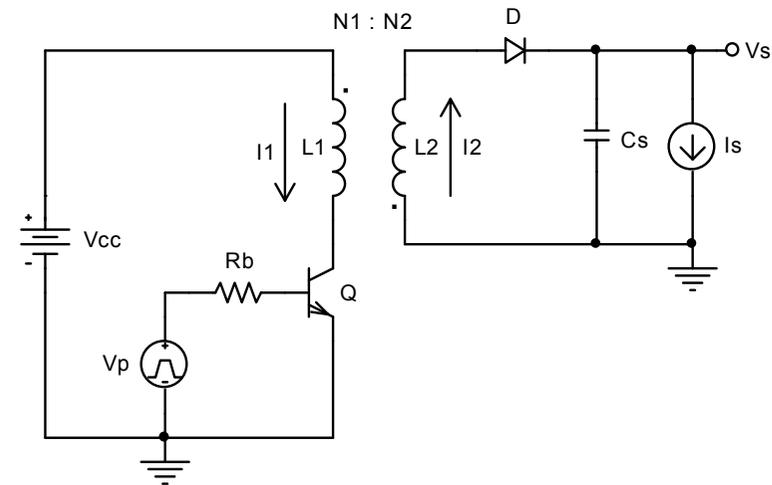
Como exemplo, considere o conversor Flyback projetado anteriormente, assumindo a frequência da rede igual a 60Hz.

$$V_{CCMAX} = 155V$$

$$V_{CCMIN} = 100V$$

$$\bar{P}_{MAX} = I_{SMAX} (V_d + V_s) = 5 \times (5 + 1) = 30W$$

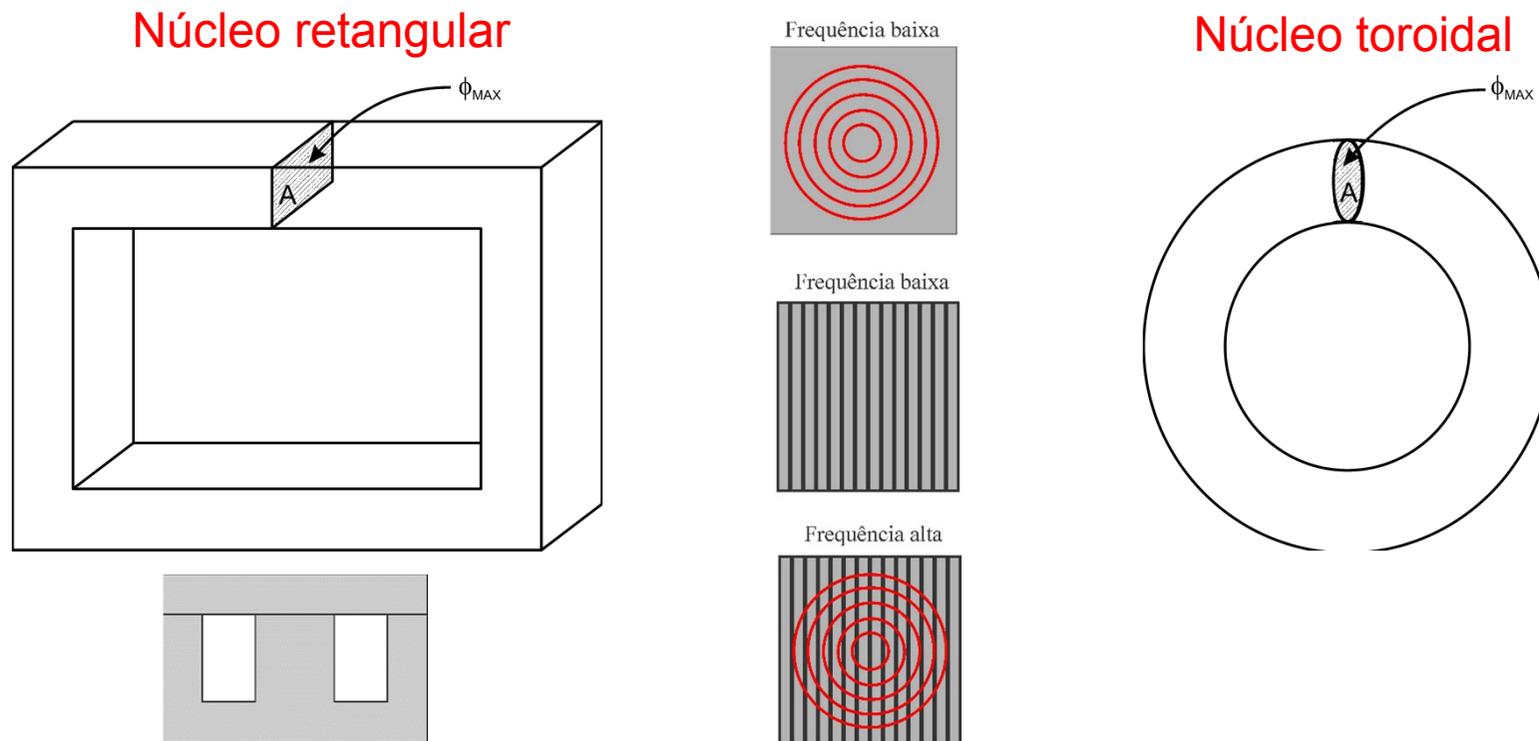
$$C_F = \frac{2 \times 30 \frac{1}{2 \times 60}}{(155^2 - 100^2)} \rightarrow \boxed{C_F = 35.7 \mu F}$$



# Dimensionamento do Núcleo

O núcleo dos indutores usados nas fontes chaveadas é, em geral, de ferrite, devido às elevadas frequências, e são dimensionados em função do máximo fluxo magnético, para evitar a saturação.

Normalmente, usamos núcleos retangulares e toroidais. Os núcleos toroidais são menores e mais eficientes, devido à distribuição mais uniforme do campo magnético, mas a confecção dos indutores é mais trabalhosa. Na maioria das aplicações usamos núcleos retangulares.



Densidade volumétrica de energia do campo magnético

$$\frac{dE}{dV} = \frac{B^2}{2\mu}$$

Campo magnético dentro do toroide em função do volume e da energia

$$B = \sqrt{\frac{2\mu E}{A_{ef}l}}$$

- $\mu$  é a permeabilidade magnética do material;
- $E$  é a energia acumulada no indutor;
- $l$  é o comprimento médio do caminho magnético;
- $A_{ef}$  é a área efetiva do núcleo, por onde podemos concentrar todo o fluxo, como se o núcleo fosse um toroide.

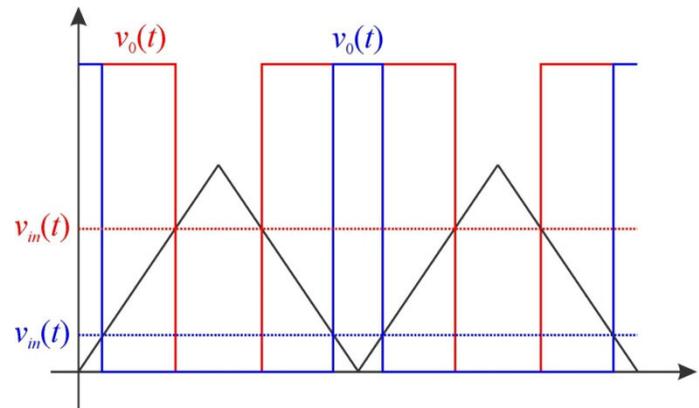
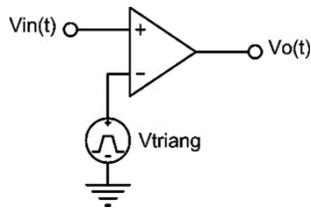
$$B_{MAX} = \sqrt{\frac{2\mu E_{MAX}}{A_{ef}l}}$$

O cálculo da energia máxima acumulada é simples. Por exemplo, considere o conversor Flyback operando no modo descontínuo. No intervalo de tempo  $T$ , a carga e o diodo consomem a quantidade de energia é dada por:

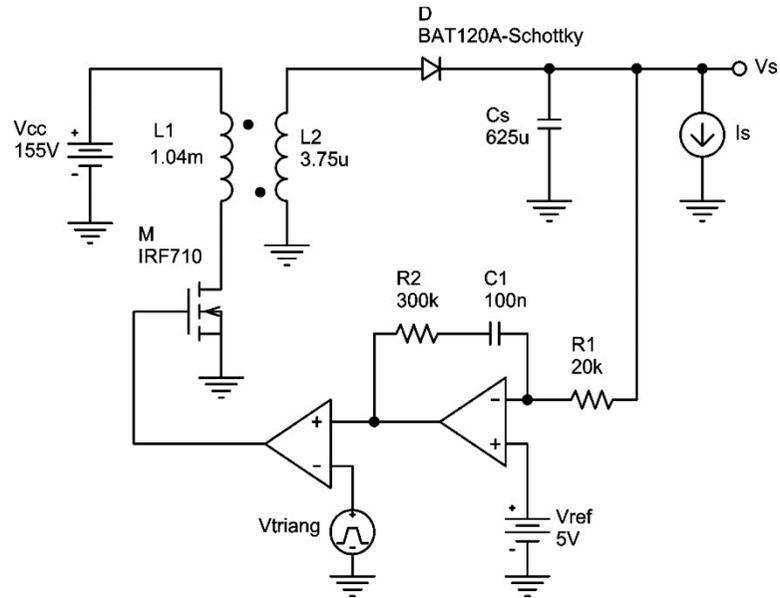
$$E_{MAX} = I_{SMAX} (V_d + V_s) T$$

# Modulador de Largura de Pulso - PWM

O modulador de largura de pulso, PWM, utiliza um comparador de tensão, onde a entrada negativa é uma onda triangular e a positiva é o sinal de entrada. Quanto maior for o sinal de entrada, maior será o ciclo ativo da onda quadrada na saída do comparador.



## Exemplo de controle de tensão de saída do Flyback com PWM



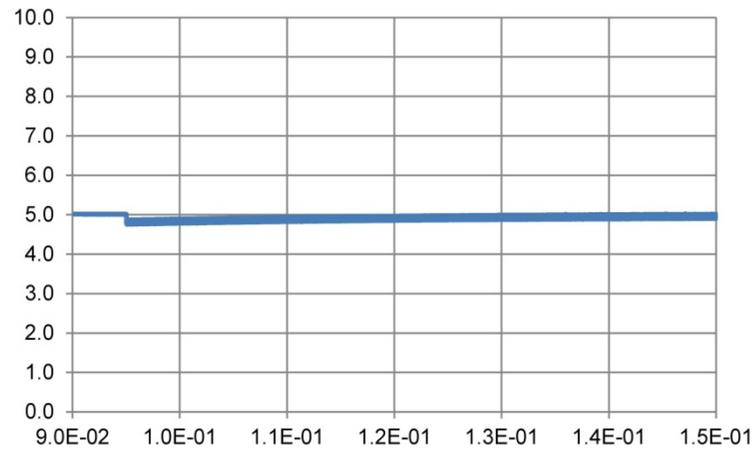
$$V_S = 5V$$

$$I_{SMIN} = 0.5A$$

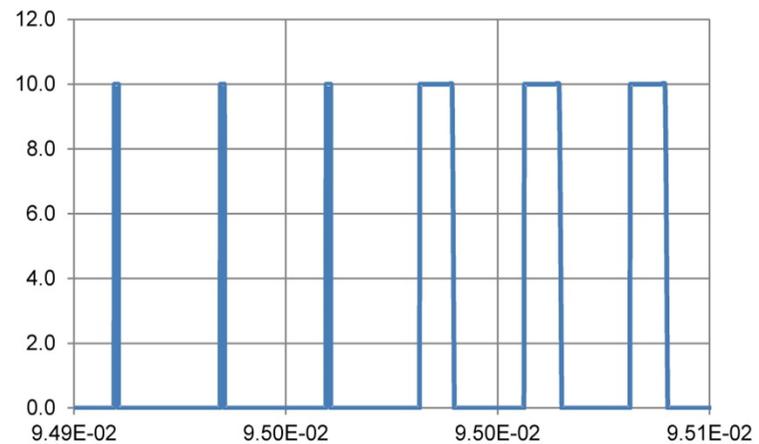
$$I_{SMAX} = 5A$$

## Resultados de simulações

### Tensão de saída $V_s$

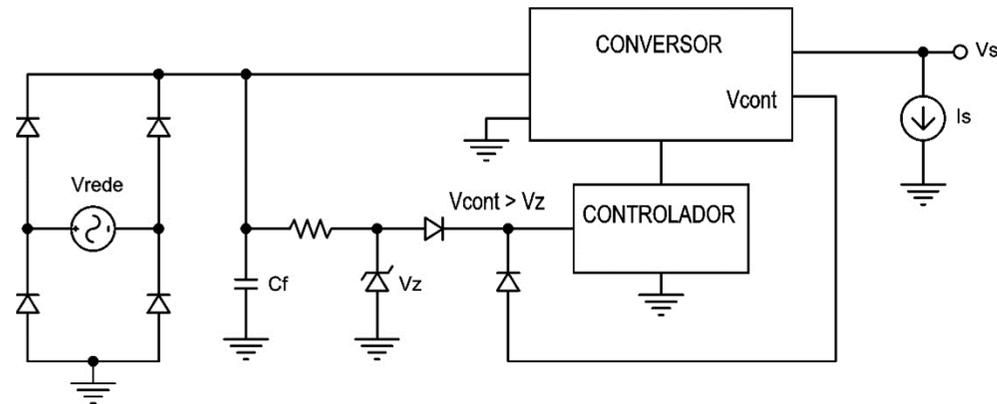


### Saída do PWM



# Circuito de Partida da Fonte Chaveada

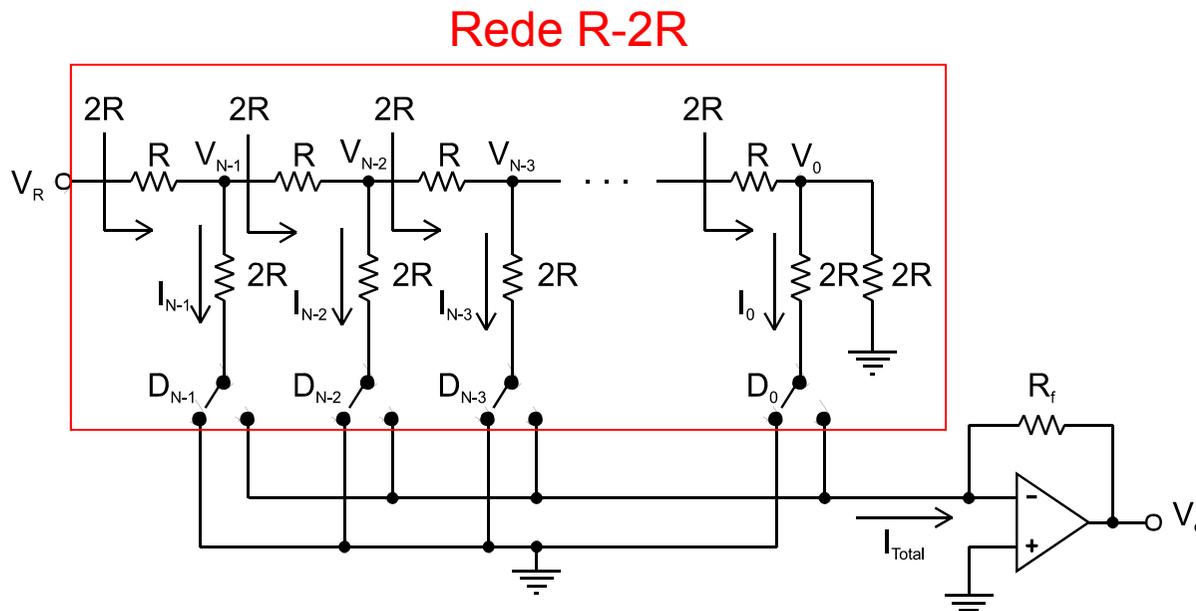
A fonte chaveada quando é ligada precisa alimentar o controlador, para que ciclo de chaveamento e controle de tensão de saída iniciem. Isto pode ser feito por um regulador zener com tensão  $V_z$ . Após iniciado o ciclo de chaveamento e controle da tensão de saída, o próprio fonte conversor alimenta o controlador, com uma tensão  $V_{cont}$  ligeiramente maior que  $V_z$ , de forma a desconectar o diodo zener. A tensão  $V_{cont}$  pode ser obtida de uma saída dedicada no conversor.

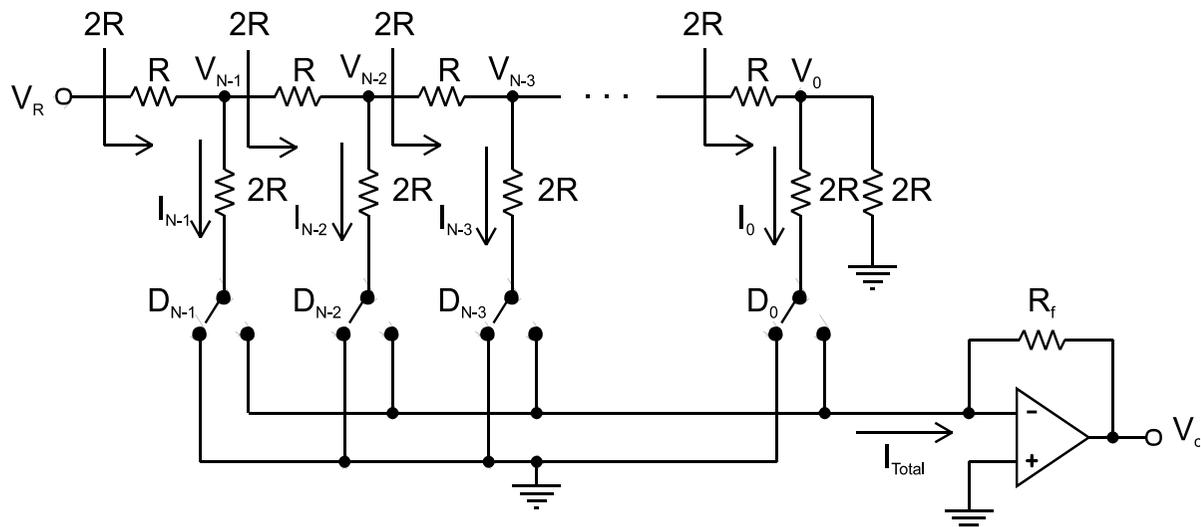


# Conversores Digital-Analógico e Analógico-Digital

O conversor Digital-Analógico (DAC) é usado para converter uma escala binária em uma escala de tensão ou corrente. O conversor Analógico-Digital é usado para converter uma escala de tensão ou corrente em uma escala binária.

## DAC com rede R-2R





$$V_{N-1} = \frac{V_R}{2} \rightarrow V_{N-2} = \frac{V_{N-1}}{2} = \frac{V_R}{4} \rightarrow V_{N-3} = \frac{V_{N-2}}{2} = \frac{V_R}{8} \rightarrow V_{N-n} = \frac{V_{N-n+1}}{2} = \frac{V_R}{2^n} \Big|_{n=1 \rightarrow N}$$

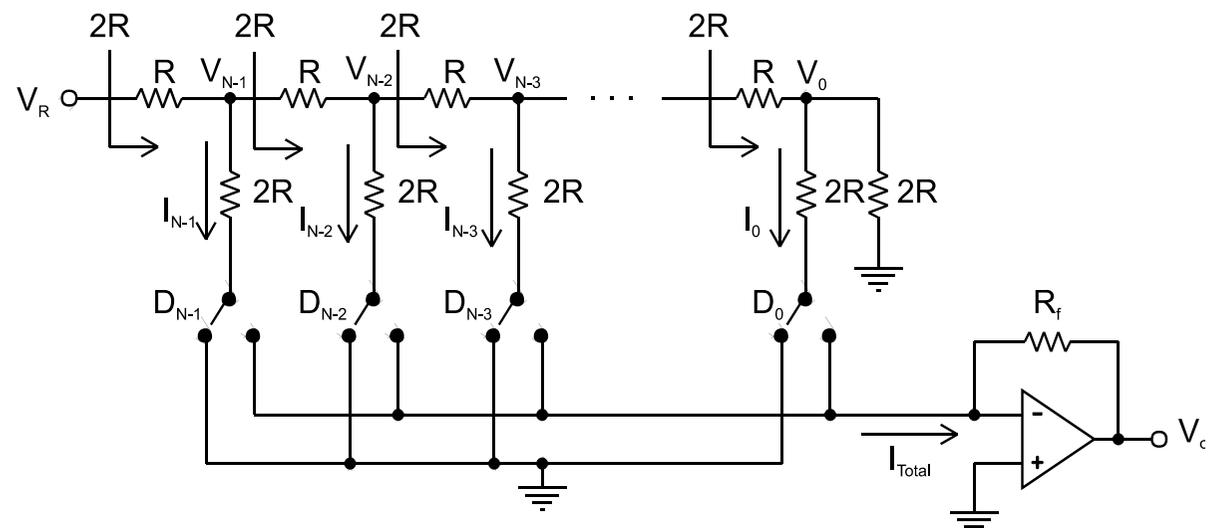
$$N - n = k \rightarrow I_{Total} = \sum_{k=0}^{N-1} [D_k I_k] = \sum_{k=0}^{N-1} \left[ \frac{V_R}{2R2^N} D_k 2^k \right] = \frac{V_R}{2^{N+1} R} \sum_{k=0}^{N-1} [D_k 2^k]$$

$$V_k = \frac{V_R}{2^N} 2^k$$

$$I_k = \frac{V_R}{2R2^N} 2^k$$

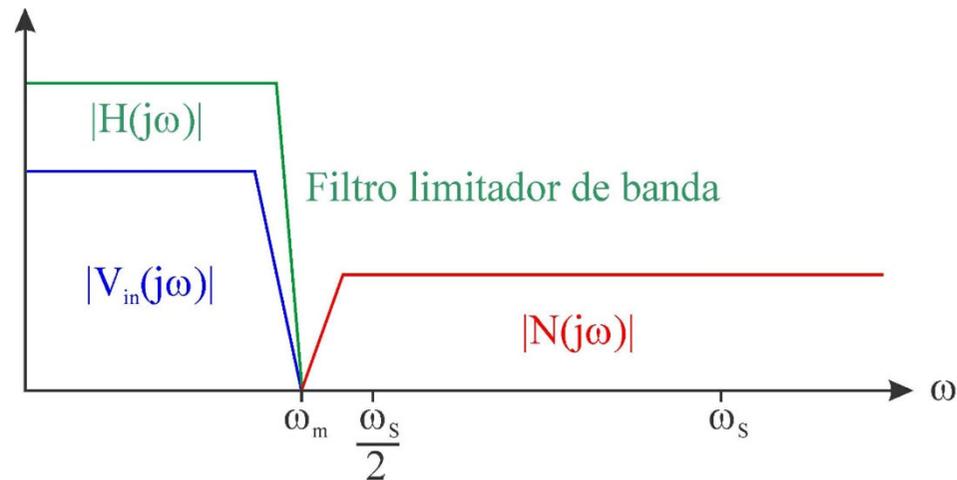
$$V_o = -\frac{V_R R_f}{2^{N+1} R} \sum_{k=0}^{N-1} [D_k 2^k]$$

# Transformação de um sinal digitalizado em analógico



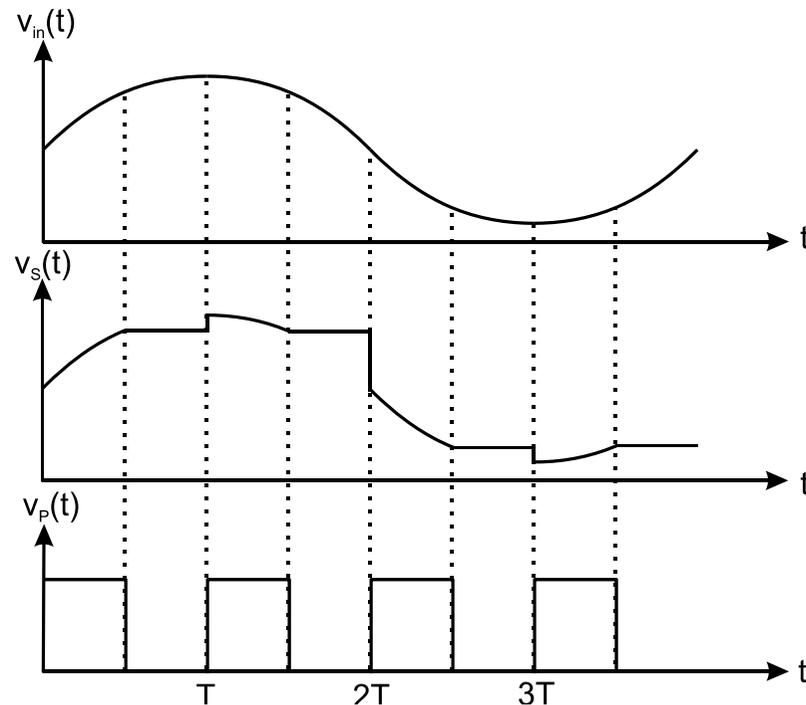
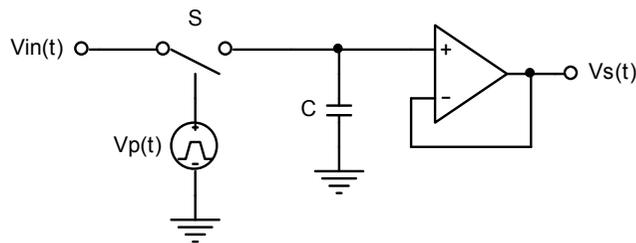
# Filtro Limitador de Banda

O teorema da amostragem obriga que a frequência de amostragem seja maior ou igual à máxima frequência do sinal a ser digitalizado. Porém, acima da máxima frequência do sinal existem outros sinais que, muitas vezes, não são perceptíveis. Como exemplo, o sinal de áudio termina em 20kHz, mas no ambiente existem sinais ultrassônicos que não são audíveis. Durante a amostragem, parte deste sinal ultrassônico é rebatida para dentro do espectro audível. Então, devemos filtrar o sinal a ser digitalizado antes de realizarmos a amostragem. Isto é feito pelo filtro limitador de banda.

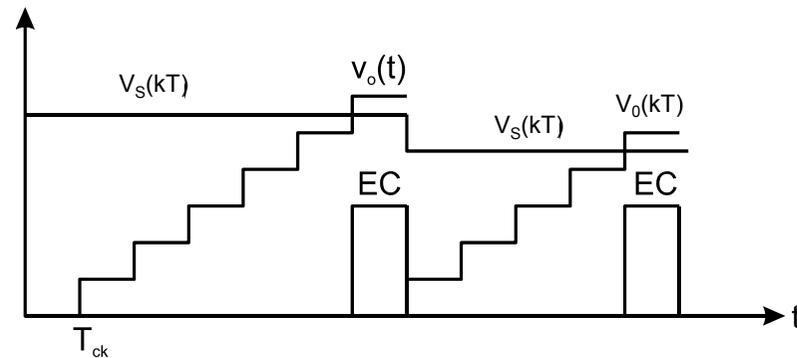
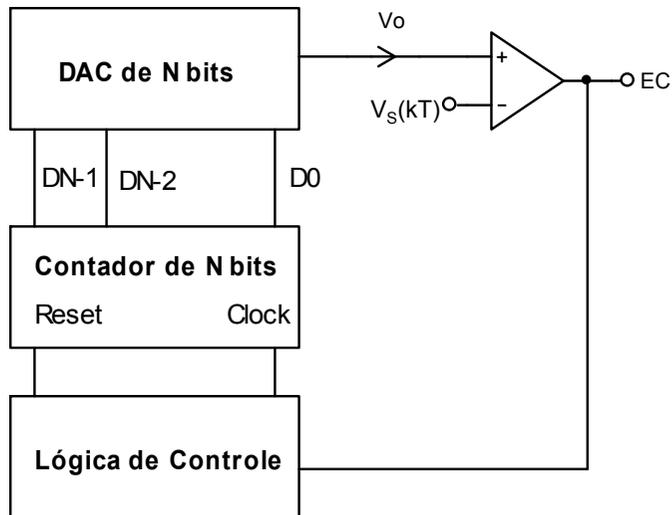


# Circuito Sample-Hold

O processo de converter um sinal analógico em um equivalente digital não acontece instantaneamente, mas demora algum tempo. Portanto, é fundamental que o sinal amostrado no instante de tempo  $t_n$  seja memorizado e mantido constante durante todo o intervalo de conversão. Para este propósito se usa o Sample-Hold (SH).



# ADC de Rampa Digital

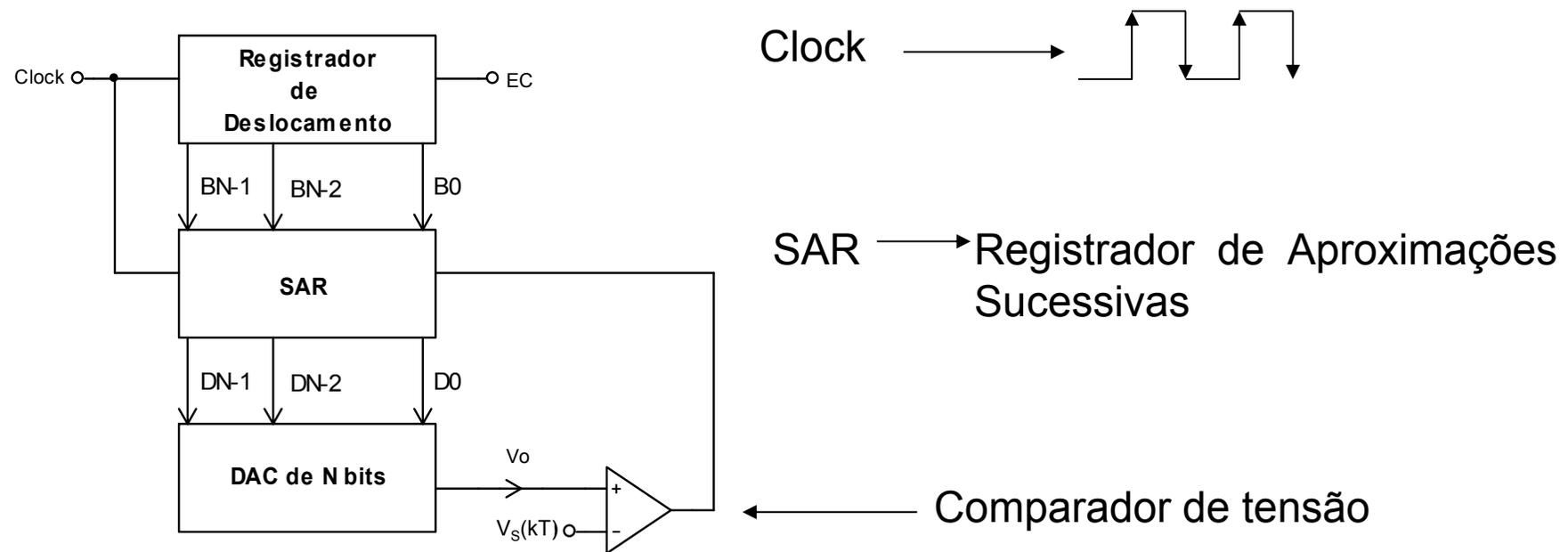


Tempo máximo de conversão  $\longrightarrow T_{Cmax} = (2^N - 1)T_{ck}$

Frequência de conversão  $\longrightarrow f_S = \frac{1}{T_{Cmax}}$

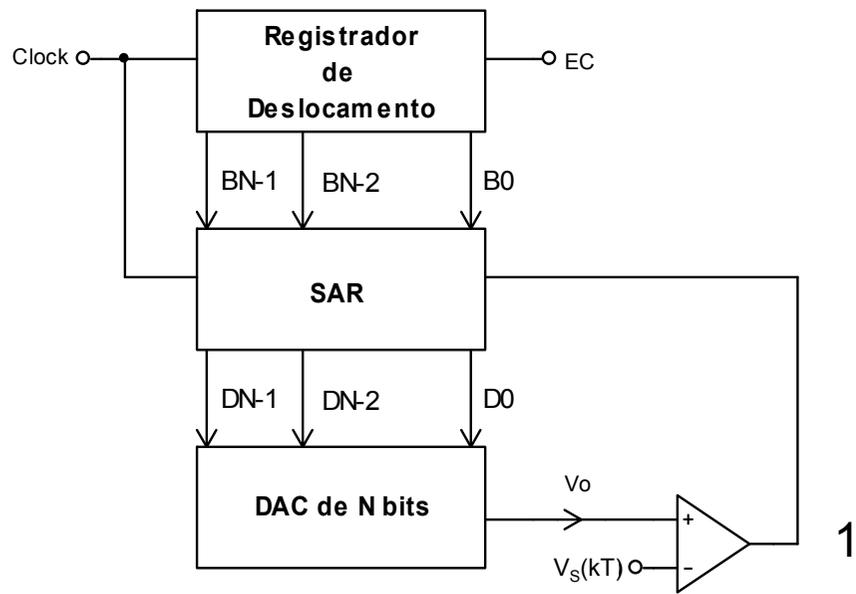
Frequência de clock  $\longrightarrow f_{ck} = (2^N - 1)f_S$

# ADC de Aproximações Sucessivas

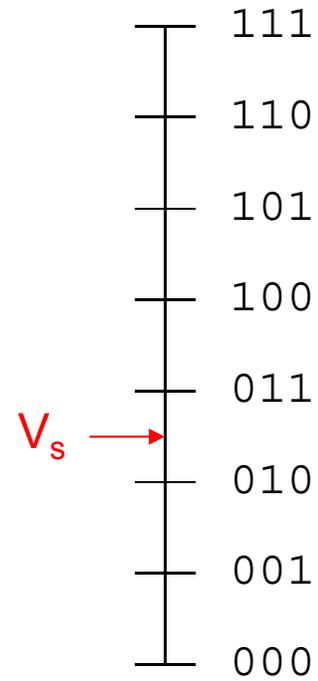


Este conversor necessita N pulsos de clock.

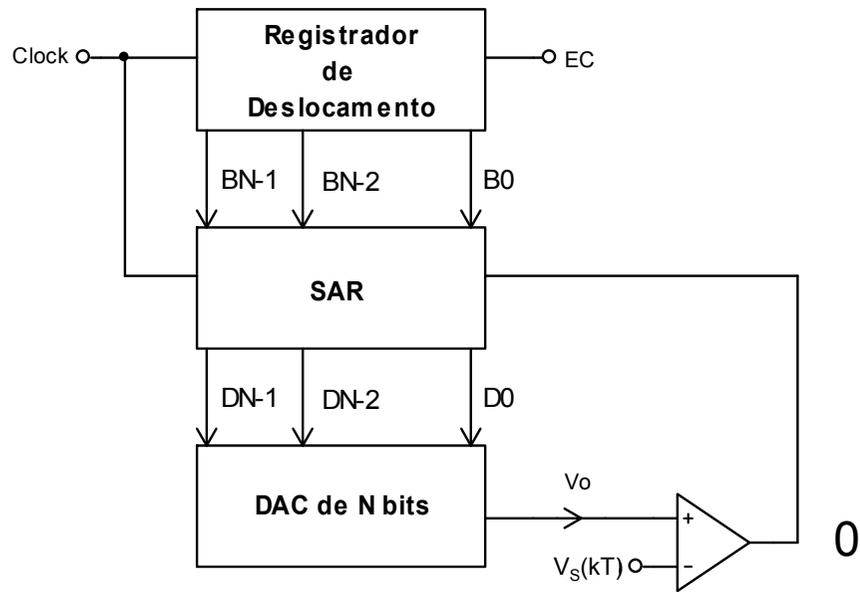
$$T_C = NT_{ck} \quad f_S = \frac{1}{T_C} \quad f_{ck} = Nf_S$$



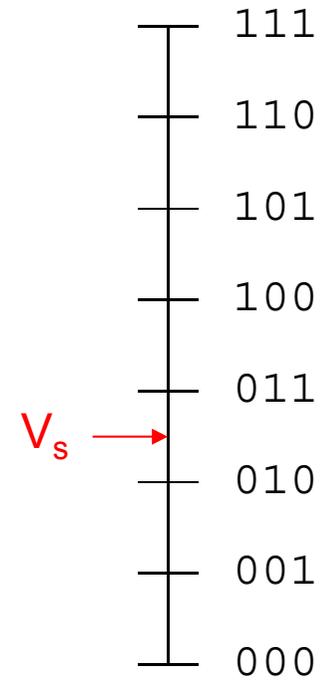
## Conversor de 3 bits



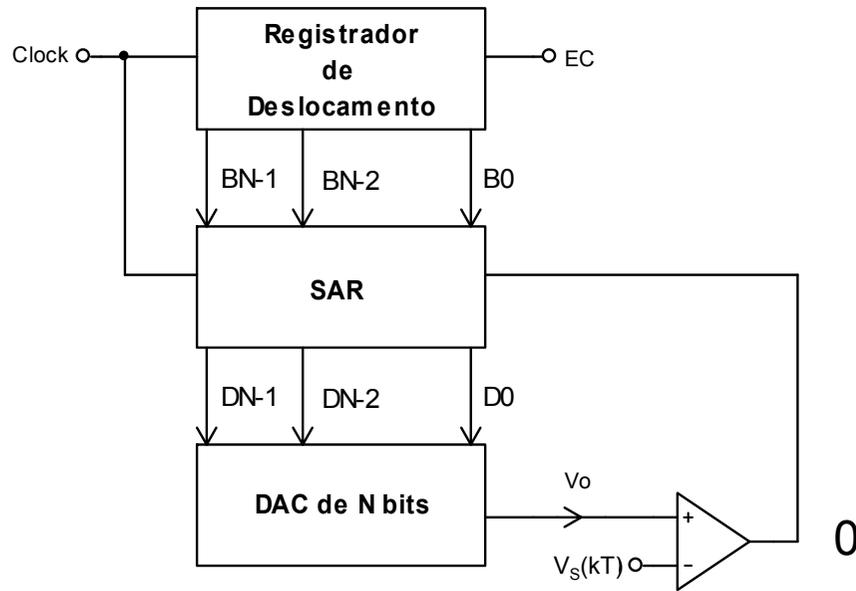
Clock  $\longrightarrow$   $\uparrow$  1  
 RD  $\longrightarrow$  100  
 SAR  $\longrightarrow$  **1**00



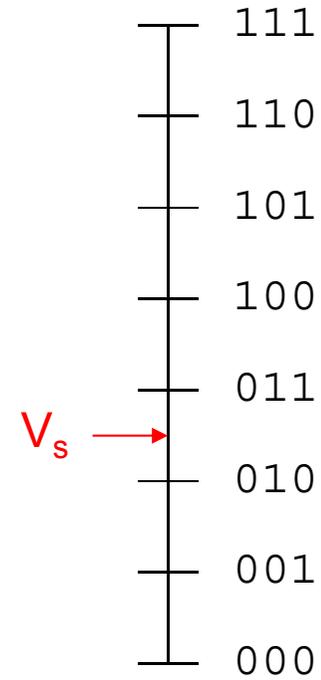
## Conversor de 3 bits



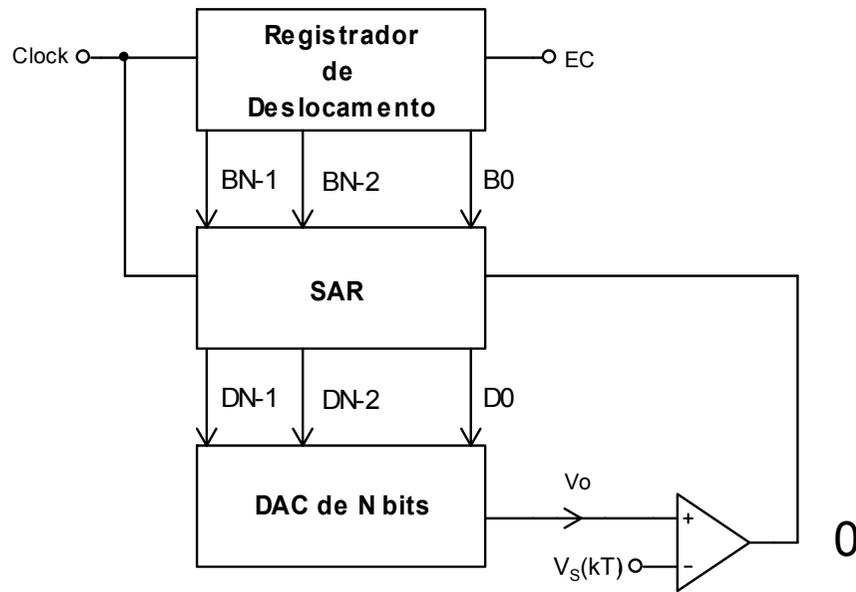
Clock  $\longrightarrow$   $\downarrow$  1  
 RD  $\longrightarrow$  100  
 SAR  $\longrightarrow$  000



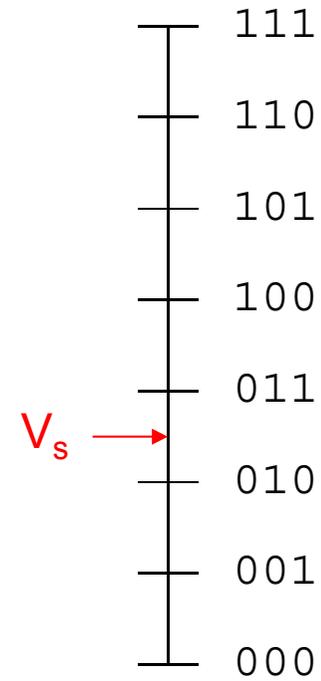
## Conversor de 3 bits



Clock  $\longrightarrow$   $\uparrow$  2  
 RD  $\longrightarrow$  010  
 SAR  $\longrightarrow$  010

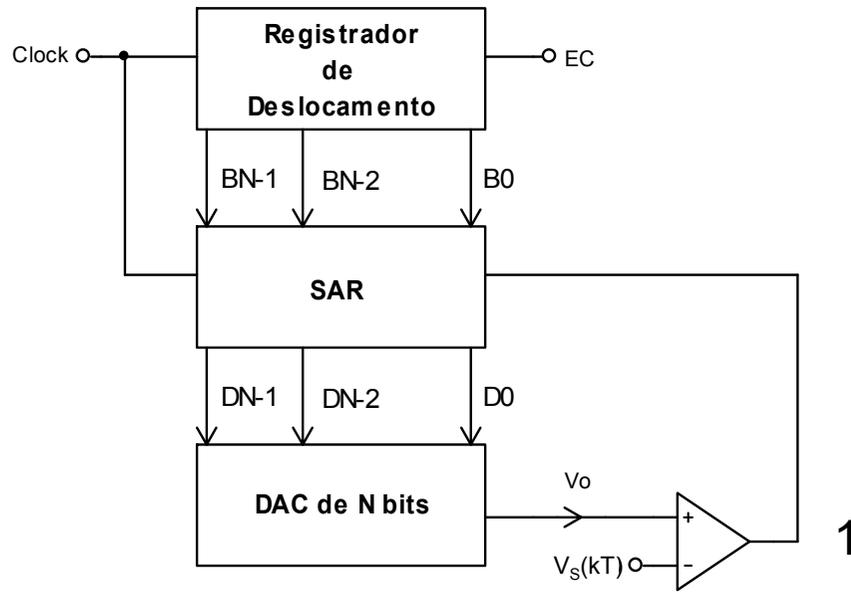


## Conversor de 3 bits

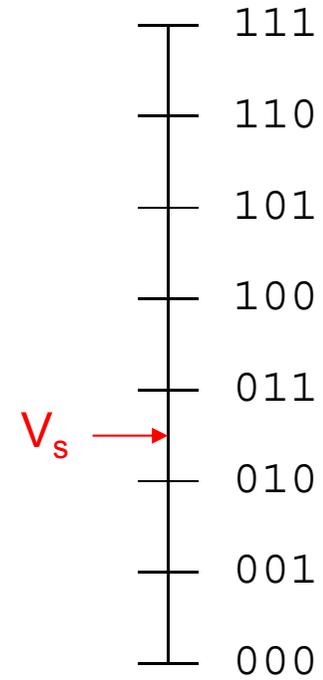


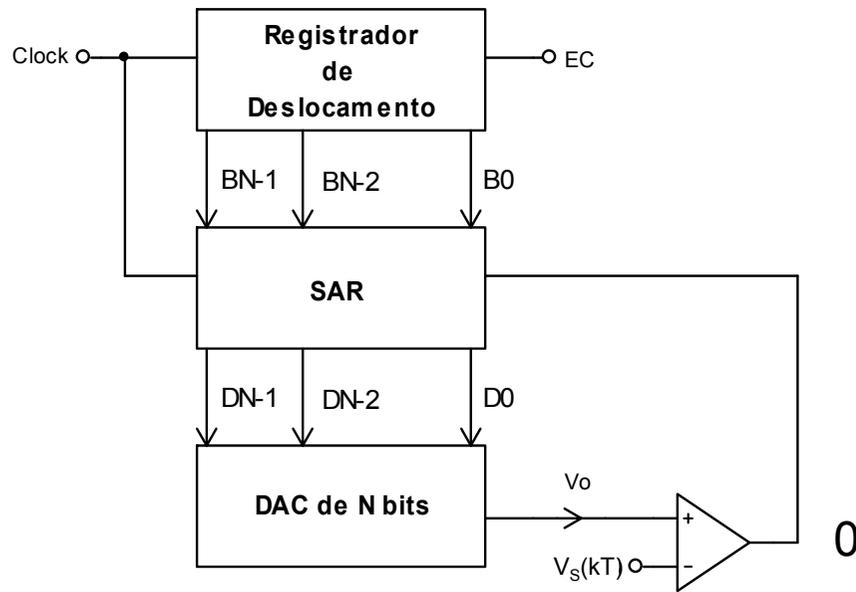
Clock  $\longrightarrow$   $\downarrow$  2  
 RD  $\longrightarrow$  010  
 SAR  $\longrightarrow$  010

# Conversor de 3 bits

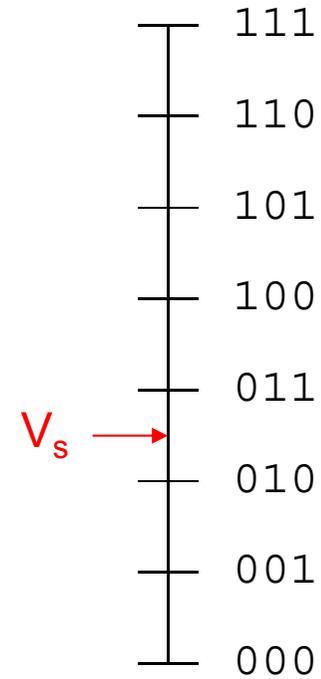


Clock  $\longrightarrow$   $\uparrow$  3  
 RD  $\longrightarrow$  001  
 SAR  $\longrightarrow$  011





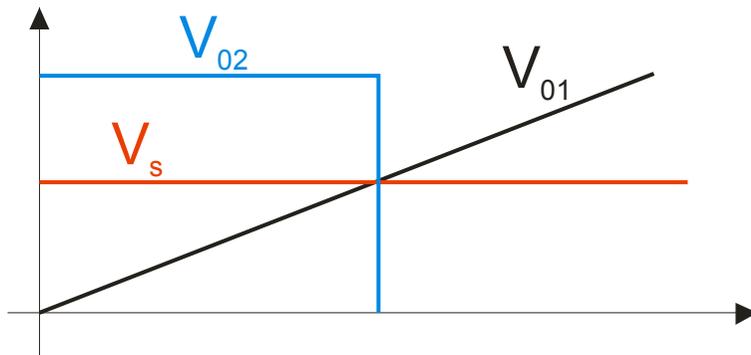
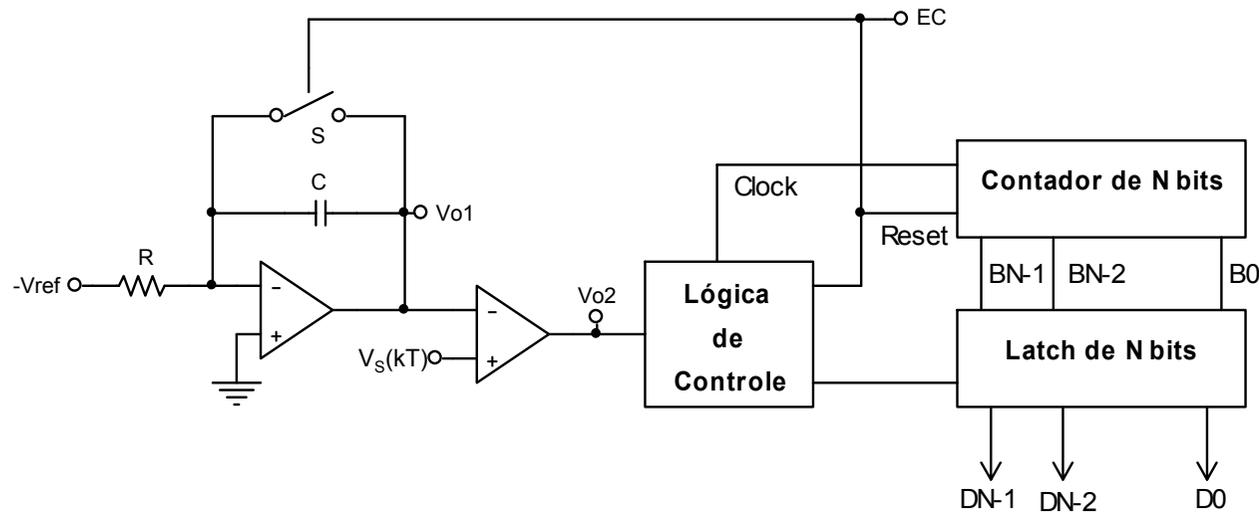
## Conversor de 3 bits



Clock  $\longrightarrow$   $\downarrow$  3  
 RD  $\longrightarrow$  001  
 SAR  $\longrightarrow$  010

Conversão finalizada com 3 pulsos de clock

# ADC de Rampa Simples



$$V_{o1} = \frac{1}{RC} \int_0^t V_{ref} d\tau = \frac{V_{ref}}{RC} t$$

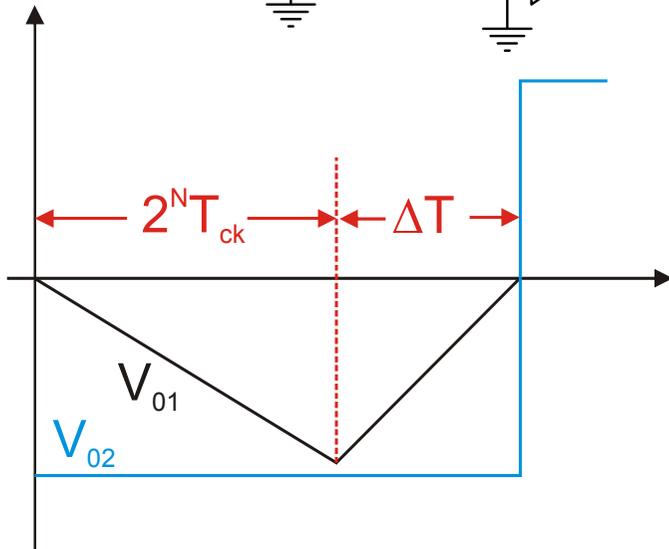
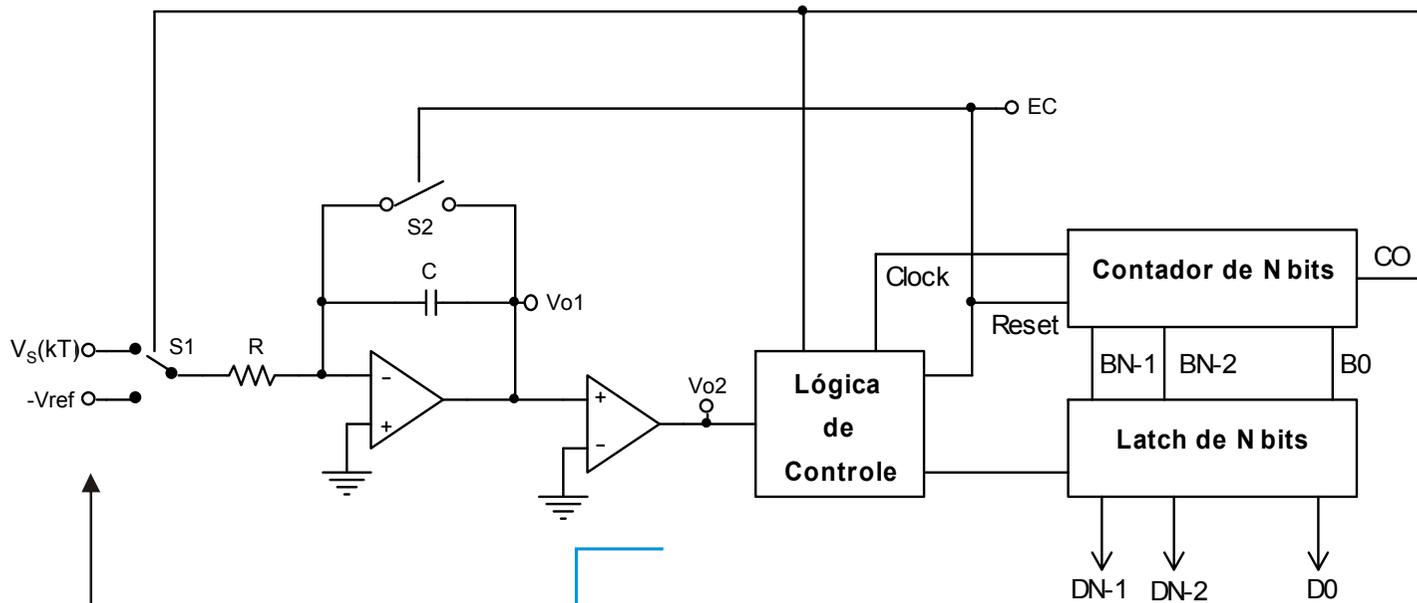
$$T_C = RC \frac{v_s(kT)}{V_{ref}}$$

$$D = \text{int} \left( \frac{T_C}{T_{ck}} \right) = \text{int} \left( \frac{v_s(kT) RC}{V_{ref} T_{ck}} \right)$$

$$T_{Cmax} = (2^N - 1) T_{ck}$$

$$f_{ck} = (2^N - 1) f_s$$

# ADC de Rampa Dupla



$$\frac{V_{ref}}{RC} \Delta T - \frac{v_S(kT) 2^N T_{ck}}{RC} = 0 \rightarrow \Delta T = 2^N T_{ck} \frac{v_S(kT)}{V_{ref}}$$

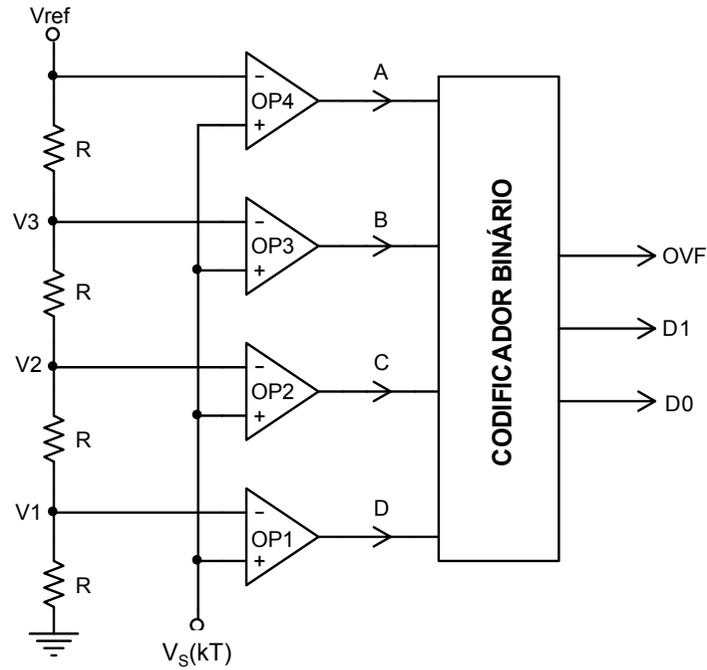
$$D = \text{int} \left( \frac{\Delta T}{T_{ck}} \right) = \text{int} \left( 2^N \frac{v_S(kT)}{V_{ref}} \right)$$

$$T_{Cmax} = 2^N T_{ck} + (2^N - 1) T_{ck} = (2^{N+1} - 1) T_{ck}$$

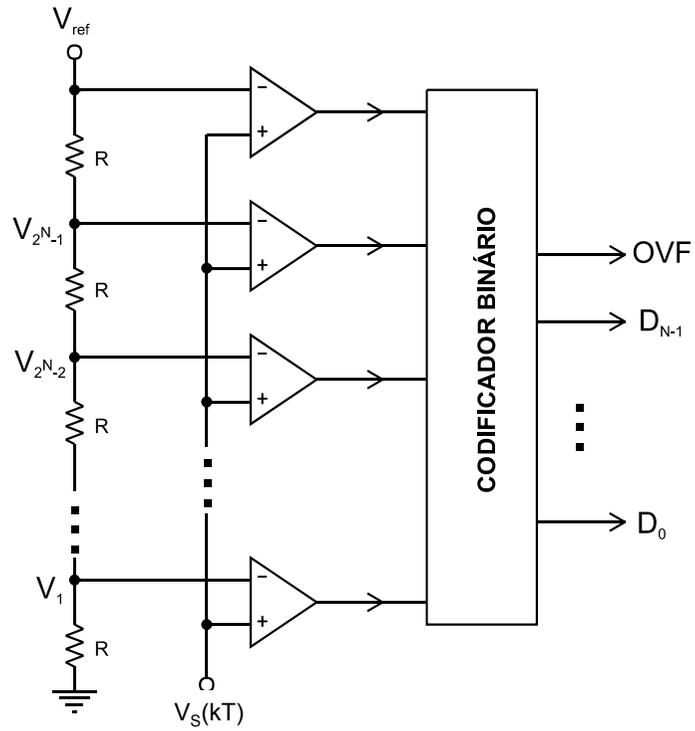
$$V_{o1} = -\frac{1}{RC} \int_0^t v_S(kT) d\tau = -\frac{v_S(kT)}{RC} t$$

$$f_{ck} = (2^{N+1} - 1) f_S$$

# ADC Flash



CONDIÇÃO	<i>A</i>	<i>B</i>	<i>C</i>	<i>D</i>	<i>OVF</i>	<i>D<sub>1</sub></i>	<i>D<sub>0</sub></i>
$v_S(kT) < V_1$	0	0	0	0	0	0	0
$V_1 \leq v_S(kT) < V_2$	0	0	0	1	0	0	1
$V_2 \leq v_S(kT) < V_3$	0	0	1	1	0	1	0
$V_3 \leq v_S(kT) < V_4$	0	1	1	1	0	1	1
$v_S(kT) \geq V_{ref}$	1	1	1	1	1	0	0

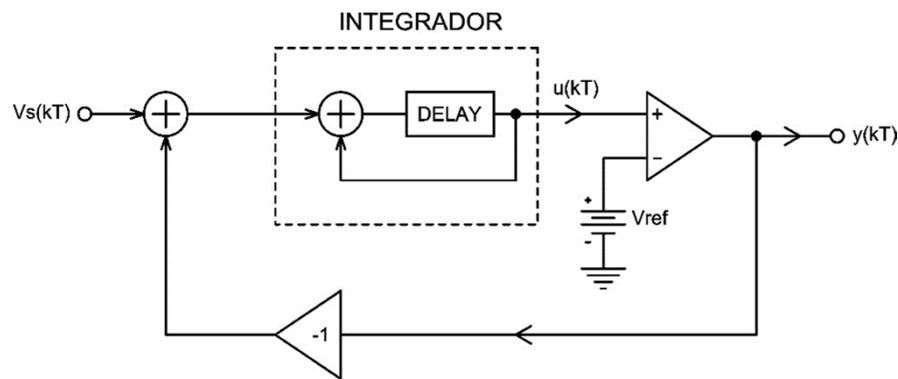


Tempo de conversão depende basicamente do tempo de propagação das portas lógicas e da resposta dos comparadores de tensão.

$$V_k = \frac{k}{2^N} V_{ref} ; k = 1, \dots, 2^N - 1$$

# ADC $\Sigma\Delta$

Estes conversores amostram o sinal a uma taxa muito acima do limite de Nyquist, e conseguem digitalizar sinais com um número muito grande de bits.



$$u(kT) = v_s(kT - T) - y(kT - T) + u(kT - T)$$

$$Q_e(kT) = y(kT) - u(kT) \longrightarrow \text{Erro de quantização}$$

$$y(kT) = Q_e(kT) + u(kT)$$

$$y(kT) = Q_e(kT) + v_s(kT - T) - y(kT - T) + u(kT - T)$$

$$Q_e(kT - T) = y(kT - T) - u(kT - T)$$

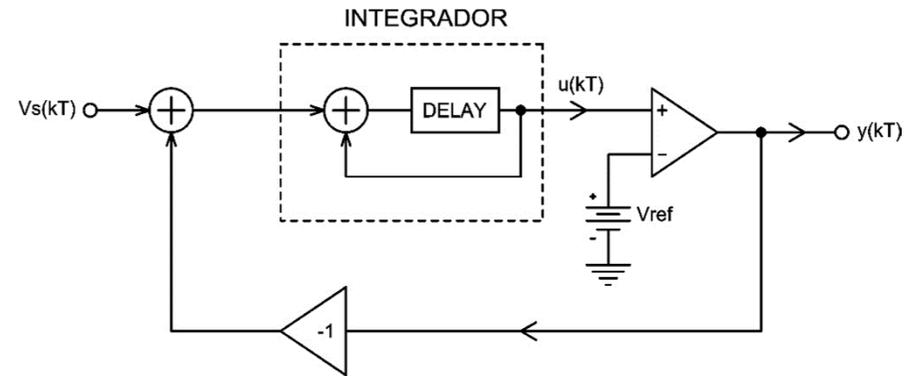
$$y(kT) = Q_e(kT) + v_s(kT - T) - y(kT - T) + u(kT - T)$$

$$y(kT) = v_s(kT - T) + Q_e(kT) - Q_e(kT - T)$$

Aplicando a transformada z

$$Y(z) = V_s(z)z^{-1} + (1 - z^{-1})Q_e(z)$$

$$Y(z) = X(z) + N(z)$$



Sinal desejado  $\longrightarrow X(z) = V_s(z)z^{-1}$

Ruído  $\longrightarrow N(z) = (1 - z^{-1})Q_e(z)$

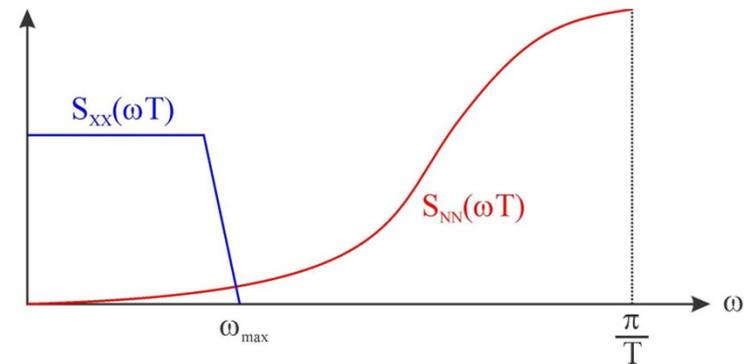
É comum aproximar o erro de quantização  $Q_e(kT)$  por um ruído branco, cuja densidade espectral de potência é  $S_{QQ}(\omega) = N_0/2$

$$z = e^{j\omega T}$$

$$Y(e^{j\omega T}) = V_s(e^{j\omega T})e^{-j\omega T} + (1 - e^{-j\omega T})Q_e(e^{j\omega T})$$

$$S_{NN}(\omega) = |1 - e^{-j\omega T}|^2 S_{QQ}(\omega)$$

$$S_{NN}(\omega) = (1 - \cos(\omega T))N_0$$



## Relação Sinal-Ruído

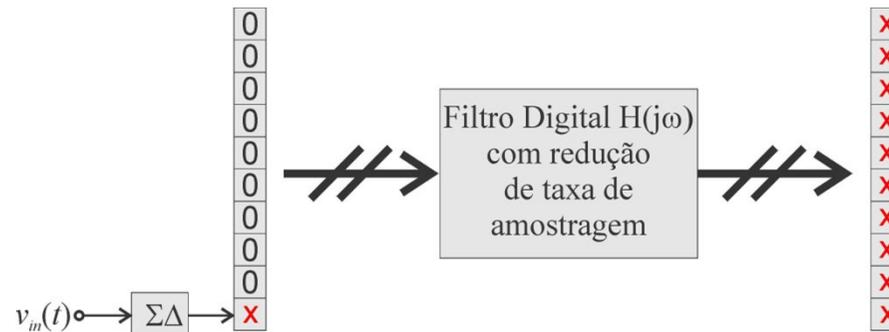
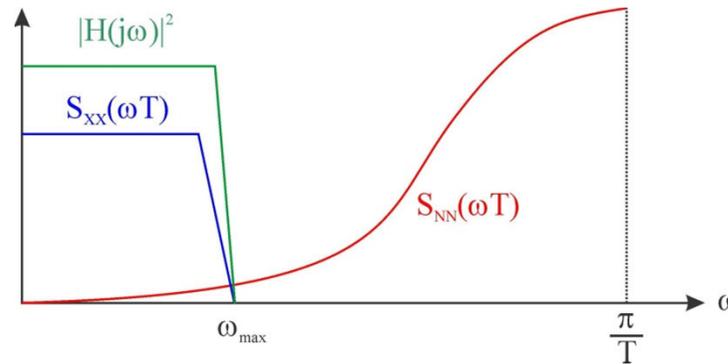
$$SNR = \frac{\int_0^{\omega_{max}} S_{XX}(\omega T) d\omega}{\int_0^{\omega_{max}} S_{NN}(\omega T) d\omega} = \frac{\int_0^{\omega_{max}} S_{XX}(\omega T) d\omega}{\int_0^{\omega_{max}} (1 - \cos(\omega T)) N_0 d\omega} = \frac{\int_0^{\omega_{max}} S_{XX}(\omega T) d\omega}{N_0 \omega_{max} - \frac{N_0 \sin(\omega_{max} T)}{T}}$$

Como o sinal  $y(kT)$  é passado em um filtro digital de  $N$  bits, a relação Sinal-Ruído, em dB ( $10\log(P_X/P_N)$ ) deve ser maior que  $6.02N+1.76$ .

## Filtragem digital

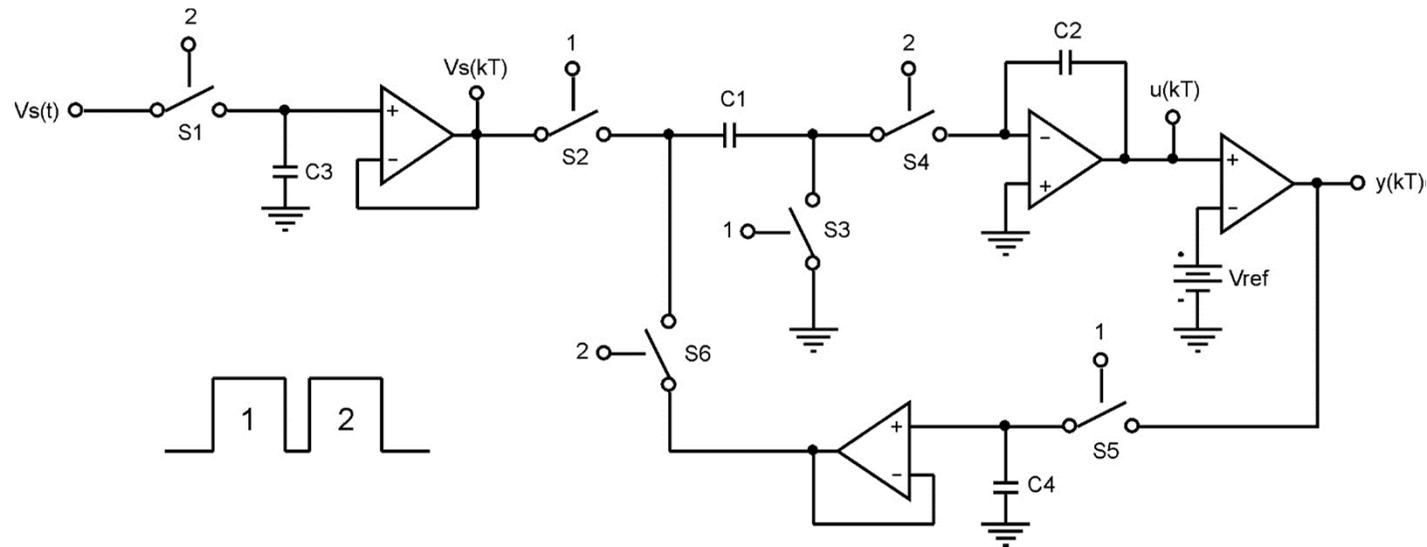
Como o sinal  $y(kT)$  é passado em um filtro digital de  $N$  bits, a relação Sinal-Ruído, em dB ( $10\log(P_X/P_N)$ ) deve ser maior que  $6.02N+1.76$ .

$$SNR = \frac{\int_0^{\omega_{max}} S_{XX}(\omega T) d\omega}{N_0 \omega_{max} - \frac{N_0 \sin(\omega_{max} T)}{T}}$$



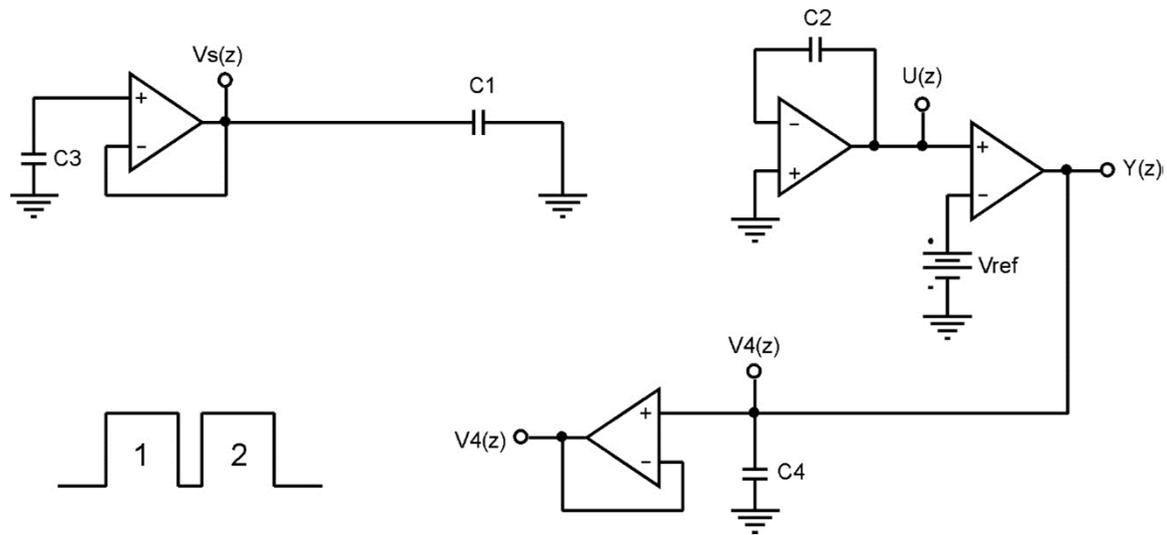
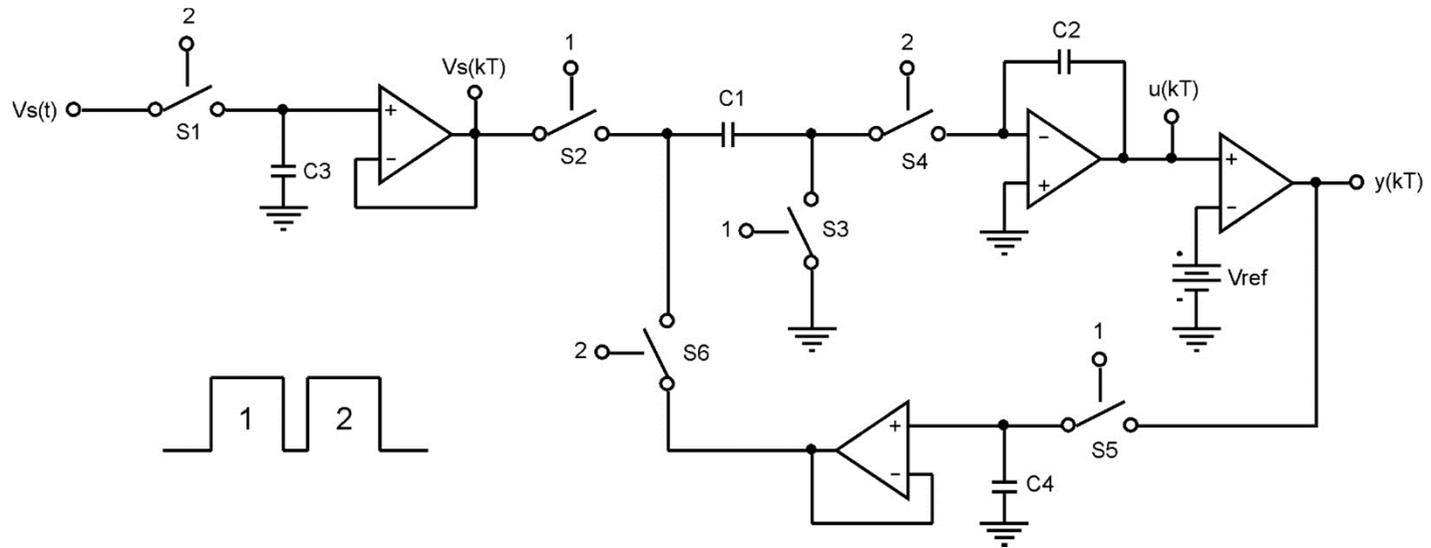
## Implementação em Capacitor Chaveado

A técnica de capacitores chaveados é muito usada para realizar o processamento discreto de sinais no tempo. Mas ao contrário dos filtros digitais, o capacitor é usado como elemento armazenador e não há quantização do sinal.

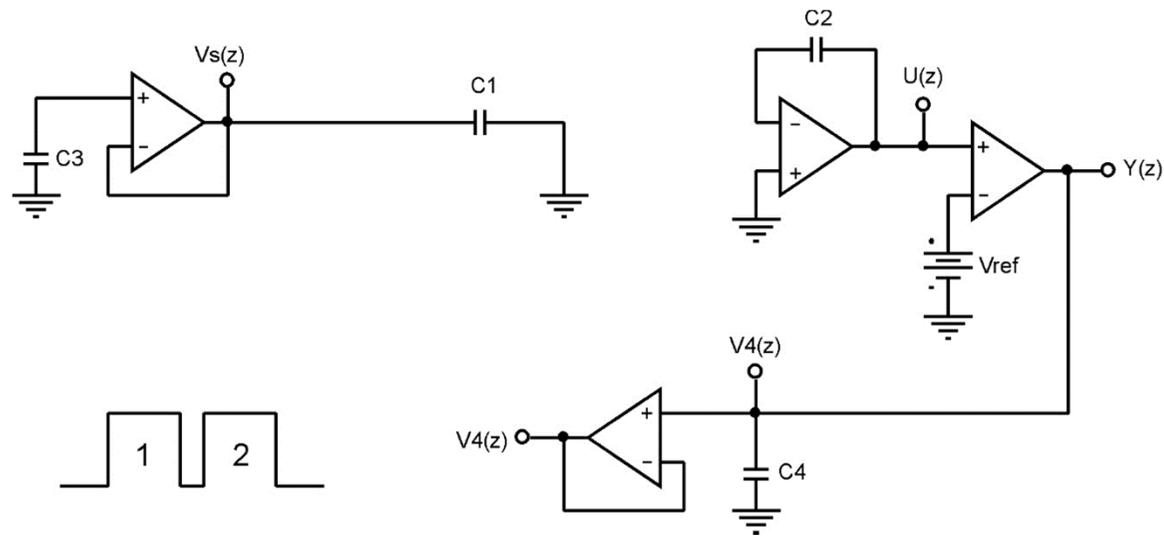


Cada ciclo de trabalho possui 2 fases (1 e 2), e cada fase representa meio atraso,  $T/2$ . O circuito deve ser analisado distintamente na fase 1 e 2, e a conexão entre uma fase e outra é feita pelo meio atraso.

## Análise na Fase 1



## Análise na Fase 1



$${}_1V_S(z) = {}_2V_S(z)z^{-\frac{1}{2}}$$

$${}_1q_1(z) = C_{11}V_S(z) = C_{12}V_S(z)z^{-\frac{1}{2}}$$

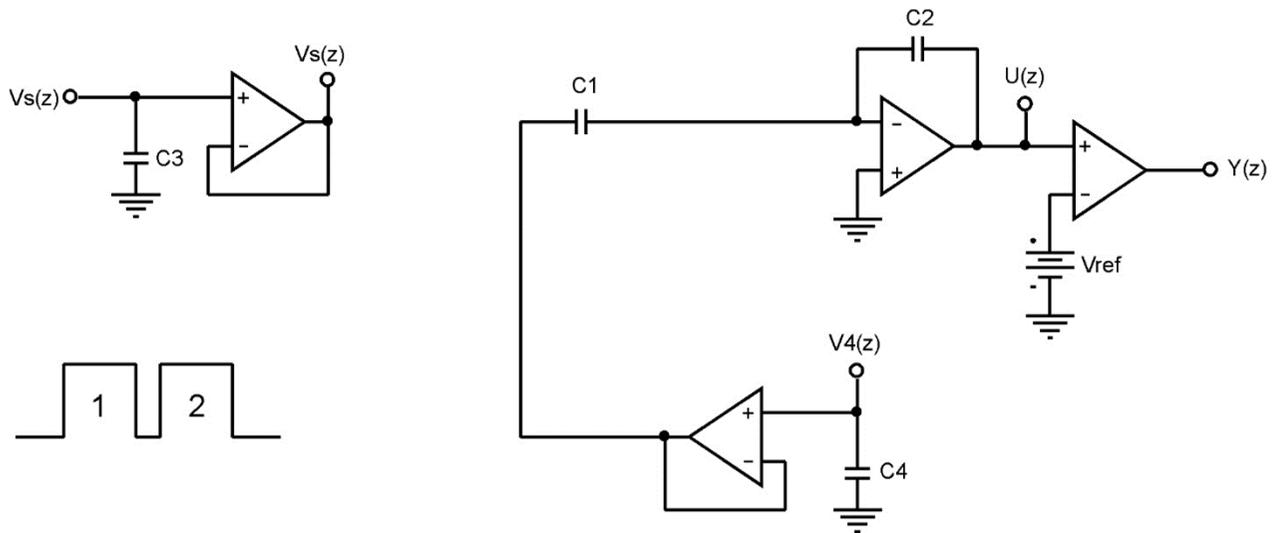
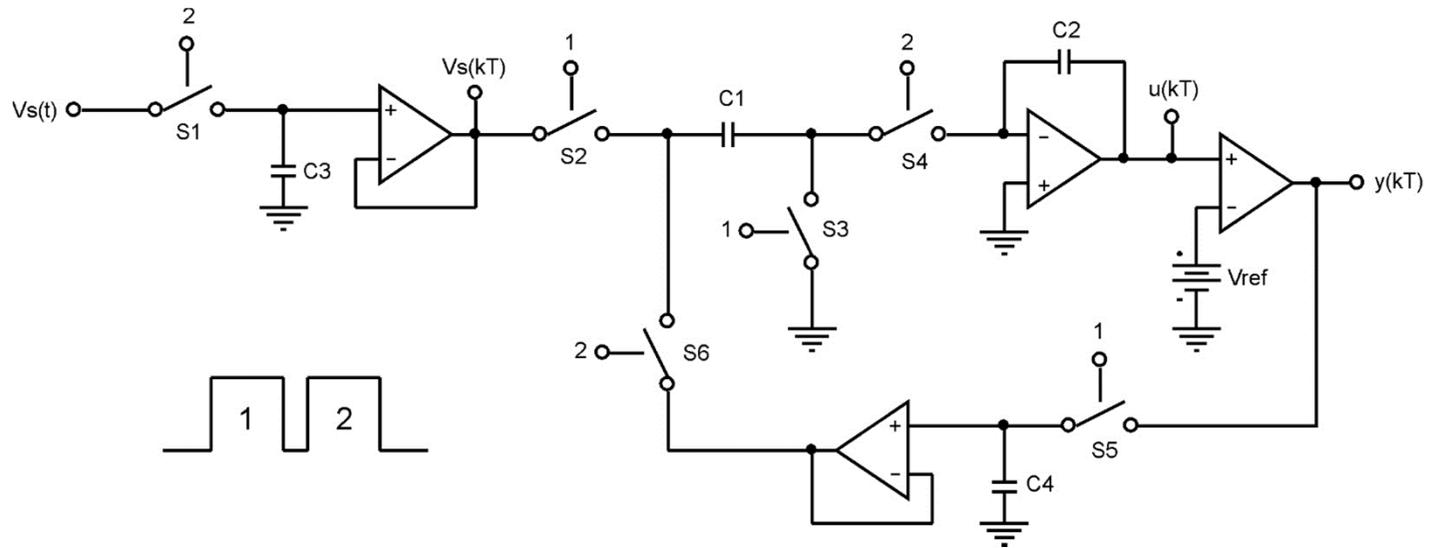
$${}_1U(z) = {}_2U(z)z^{-\frac{1}{2}}$$

$${}_1Y(z) = {}_1Q_e(z) + {}_1U(z) = {}_2Q_e(z)z^{-\frac{1}{2}} + {}_2U(z)z^{-\frac{1}{2}}$$

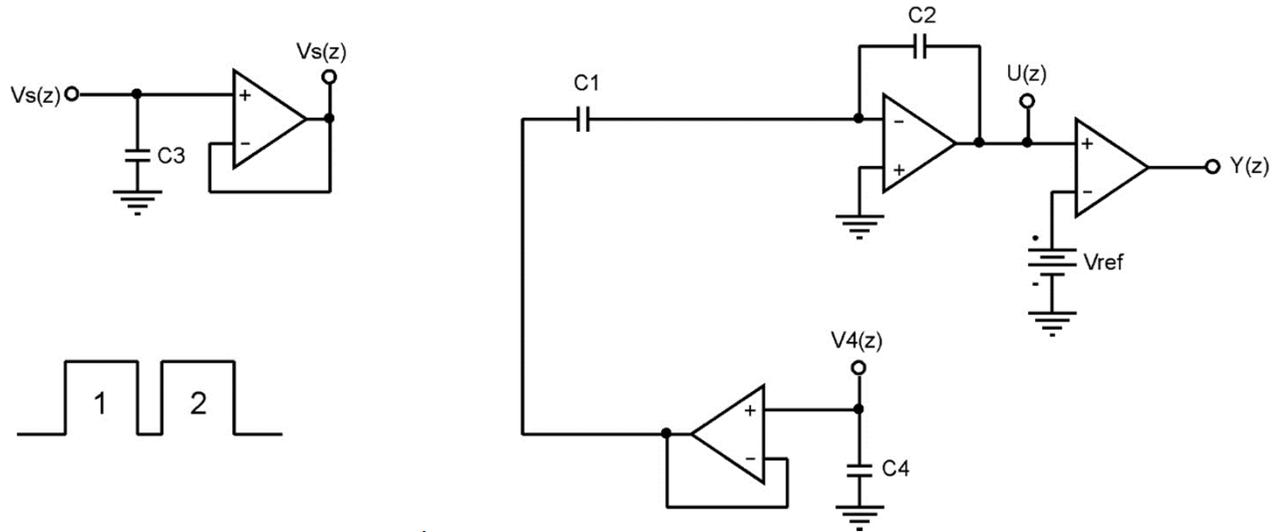
$${}_1V_4(z) = {}_1Y(z) = {}_2Q_e(z)z^{-\frac{1}{2}} + {}_2U(z)z^{-\frac{1}{2}}$$

$$Y(z) = V_S(z)z^{-1} + (1 - z^{-1})Q_e(z)$$

## Análise na Fase 2



## Análise na Fase 2



$${}_2q_1(z) = C_{12}V_4(z) = C_{11}V_4(z)z^{-\frac{1}{2}}$$

$${}_2\Delta q_1(z) = {}_2q_1(z) - {}_1q_1(z)z^{-\frac{1}{2}} = C_{11}V_4(z)z^{-\frac{1}{2}} - {}_1q_1(z)z^{-\frac{1}{2}}$$

$${}_1q_2(z) = C_{21}U(z)$$

$${}_2q_2(z) = {}_1q_2(z)z^{-\frac{1}{2}} - {}_2\Delta q_1(z) = C_{21}U(z)z^{-\frac{1}{2}} - \left( C_{11}V_4(z)z^{-\frac{1}{2}} - {}_1q_1(z)z^{-\frac{1}{2}} \right)$$

$${}_2U(z) = \frac{{}_2q_2(z)}{C_2} = {}_1U(z)z^{-\frac{1}{2}} - \left( \frac{C_1}{C_2}V_4(z)z^{-\frac{1}{2}} - \frac{1}{C_2}{}_1q_1(z)z^{-\frac{1}{2}} \right)$$

$$Y(z) = V_S(z)z^{-1} + (1 - z^{-1})Q_e(z)$$

$${}_2U(z) = {}_1U(z)z^{-\frac{1}{2}} - \left( \frac{C_1}{C_2} {}_1V_4(z)z^{-\frac{1}{2}} - \frac{1}{C_2} {}_1q_1(z)z^{-\frac{1}{2}} \right)$$

$${}_1q_1(z) = C_1 {}_2V_S(z)z^{-\frac{1}{2}}$$

$$Y(z) = V_S(z)z^{-1} + (1 - z^{-1})Q_e(z)$$

$${}_1U(z) = {}_2U(z)z^{-\frac{1}{2}}$$

$${}_1V_4(z) = {}_2Q_e(z)z^{-\frac{1}{2}} + {}_2U(z)z^{-\frac{1}{2}}$$

$${}_2U(z) = {}_2U(z)z^{-\frac{1}{2}}z^{-\frac{1}{2}} - \left( \frac{C_1}{C_2} \left( {}_2Q_e(z)z^{-\frac{1}{2}} + {}_2U(z)z^{-\frac{1}{2}} \right) z^{-\frac{1}{2}} - \frac{1}{C_2} C_1 {}_2V_S(z)z^{-\frac{1}{2}}z^{-\frac{1}{2}} \right)$$

$${}_2U(z) = {}_2U(z)z^{-1} - \left( \frac{C_1}{C_2} \left( {}_2Q_e(z)z^{-1} + {}_2U(z)z^{-1} \right) - \frac{C_1}{C_2} {}_2V_S(z)z^{-1} \right)$$

$$C_1 = C_2$$

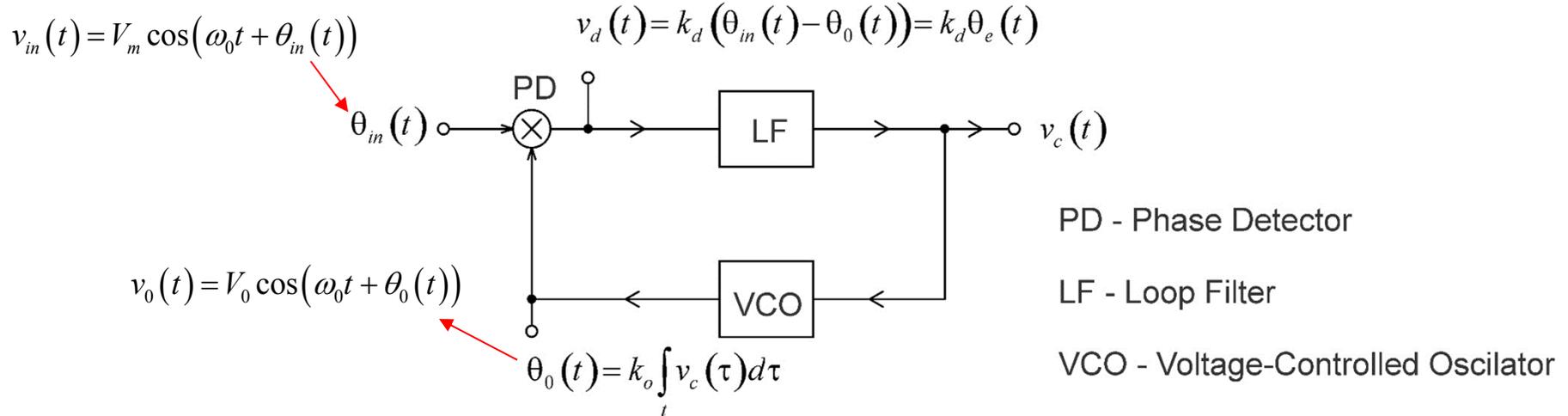
$${}_2U(z) = \cancel{{}_2U(z)z^{-1}} - {}_2Q_e(z)z^{-1} - \cancel{{}_2U(z)z^{-1}} + {}_2V_S(z)z^{-1}$$

$${}_2Y(z) = {}_2U(z) + {}_2Q_e(z)$$

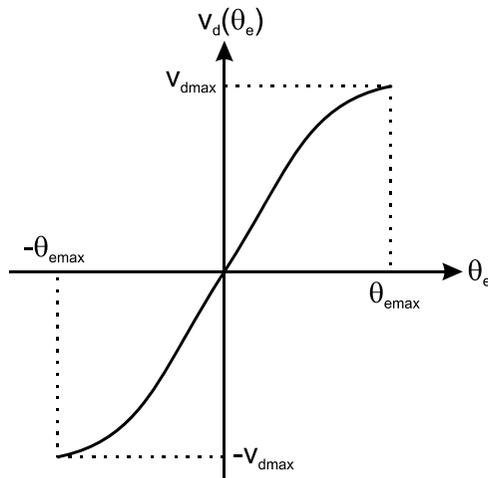
$$\boxed{Y(z) = V_S(z)z^{-1} + (1 - z^{-1})Q_e(z)} \rightarrow \text{observado na fase 2}$$

# Phase Locked Loop (PLL)

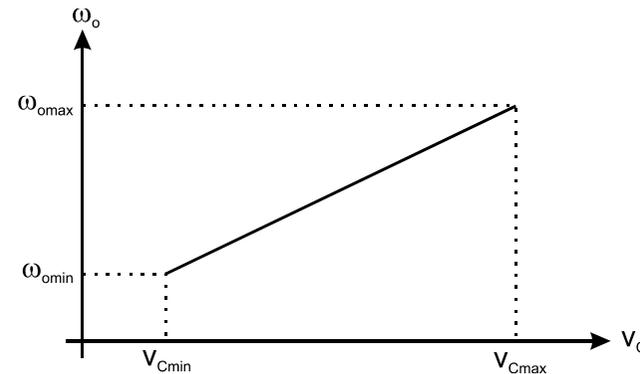
A ideia central do PLL é controlar a frequência e a fase de um VCO, através de um sinal de referência com fase  $\Theta_{in}(t)$ .



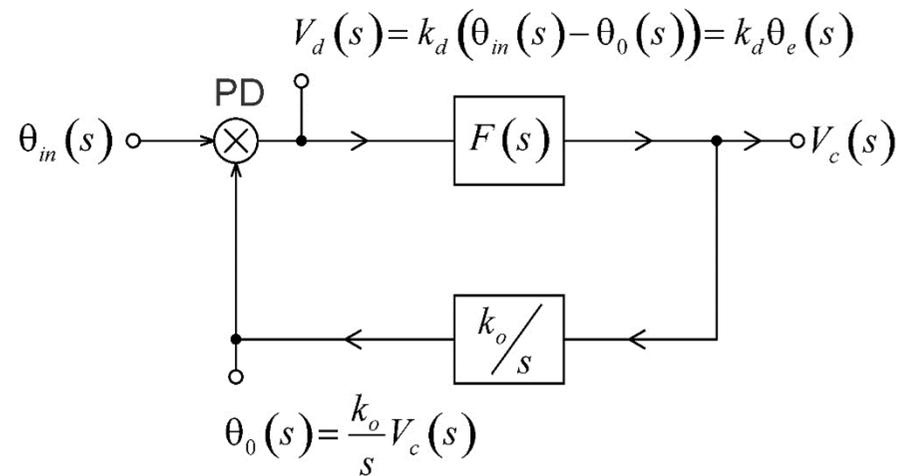
## Detector de fase



## VCO



## Funções de transferência do PLL



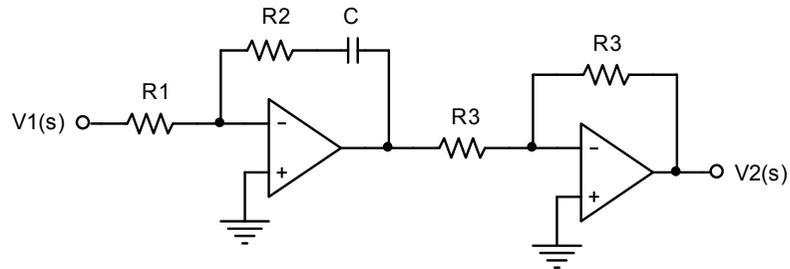
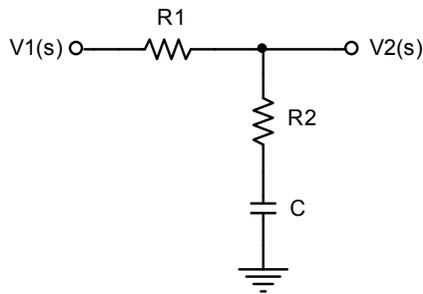
$$\frac{\theta_0(s)}{\theta_{in}(s)} = H(s) = \frac{k_o k_d F(s)}{s + k_o k_d F(s)}$$

$$\frac{V_c(s)}{\theta_{in}(s)} = \frac{s k_d F(s)}{s + k_o k_d F(s)} = \frac{s H(s)}{k_o}$$

$$\frac{\theta_e(s)}{\theta_{in}(s)} = \frac{s}{s + k_o k_d F(s)} = 1 - H(s)$$

# Loop-Filter

O loop-filter é uma das partes mais importantes do PLL, pois define a estabilidade e o desempenho do circuito.

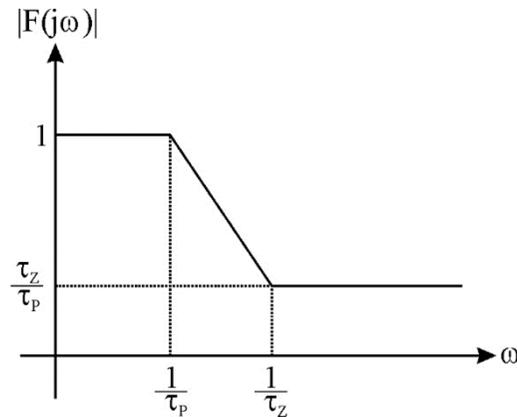


## Loop-Filter Passivo

$$F(s) = \frac{s\tau_z + 1}{s\tau_p + 1}$$

$$\tau_z = CR_2$$

$$\tau_p = C(R_1 + R_2)$$

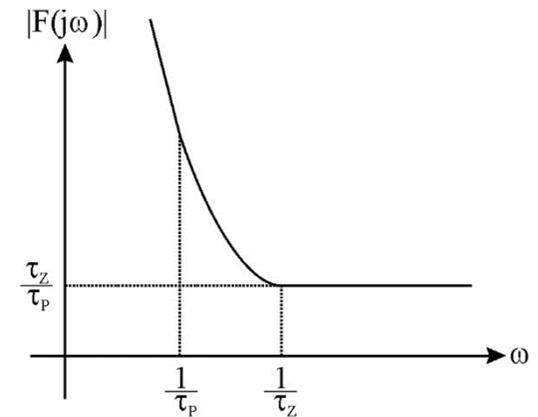


## Loop-Filter Ativo

$$F(s) = \frac{s\tau_z + 1}{s\tau_p}$$

$$\tau_z = CR_2$$

$$\tau_p = CR_1$$



## Funções de transferência com Loop-Filter passivo

$$H(s) = \frac{\theta_0(s)}{\theta_{in}(s)} = \frac{\left( \frac{\omega_1}{Q} - \frac{\omega_1^2}{k_o k_d} \right) s + \omega_1^2}{s^2 + \frac{\omega_1}{Q} s + \omega_1^2}$$

$$\tau_p = (R_1 + R_2)C$$

$$\tau_z = R_2 C$$

$$\frac{\theta_e(s)}{\theta_{in}(s)} = \frac{s^2 + \frac{s}{\tau_p}}{s^2 + \frac{\omega_1}{Q} s + \omega_1^2}$$

$$\omega_1 = \sqrt{\frac{k_o k_d}{\tau_p}}$$

$$\frac{V_C(s)}{\theta_{in}(s)} = \frac{\left( \frac{\omega_1}{k_o Q} - \frac{\omega_1^2}{k_o^2 k_d} \right) s^2 + \frac{\omega_1^2 Q}{k_o} s}{s^2 + \frac{\omega_1}{Q} s + \omega_1^2}$$

$$Q = \frac{1}{\sqrt{\frac{k_o k_d}{\tau_p}} \left( \tau_z + \frac{1}{k_o k_d} \right)}$$

## Funções de transferência com Loop-Filter ativo

$$H(s) = \frac{\theta_0(s)}{\theta_{in}(s)} = \frac{\frac{\omega_1}{Q}s + \omega_1^2}{s^2 + \frac{\omega_1}{Q}s + \omega_1^2}$$

$$\omega_1 = \sqrt{\frac{k_o k_d}{\tau_p}}$$

$$\frac{\theta_e(s)}{\theta_{in}(s)} = \frac{s^2}{s^2 + \frac{\omega_1}{Q}s + \omega_1^2}$$

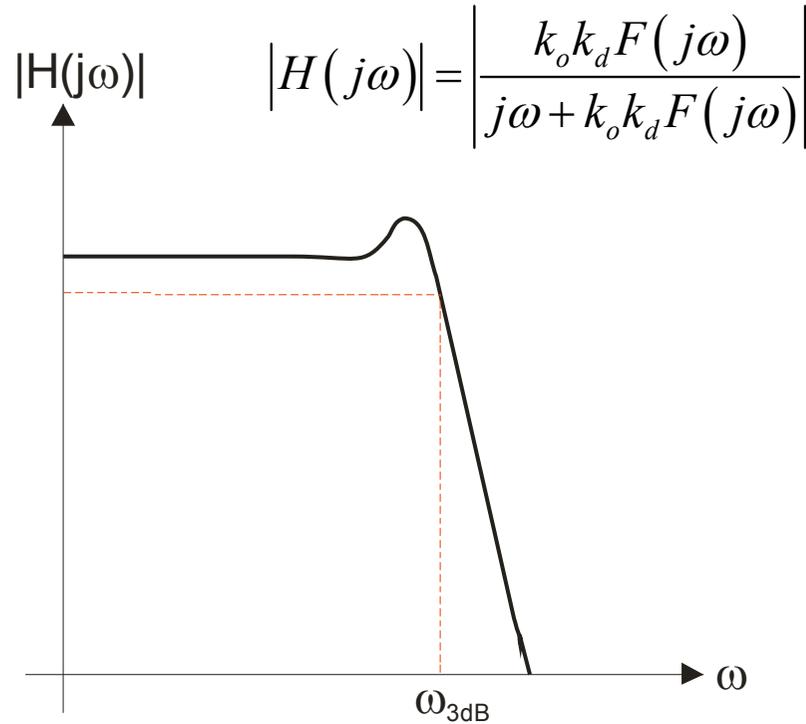
$$Q = \frac{2}{\omega_1 \tau_z}$$

$$\frac{V_C(s)}{\theta_{in}(s)} = \frac{\frac{\omega_1}{k_o Q}s^2 + \frac{\omega_1^2}{k_o}s}{s^2 + \frac{\omega_1}{Q}s + \omega_1^2}$$

$$\tau_p = R_1 C$$

$$\tau_z = R_2 C$$

## Freqüência de corte de 3dB



É comum usar  $Q=0.707$  para obter a resposta ao degrau mais rápida e sem overshoot.

Loop-filter ativo

$$\omega_{3db} = \omega_1 \sqrt{1 + \frac{1}{2Q^2} + \sqrt{\left(\frac{1}{2Q^2} + 1\right)^2 + 1}}$$

Loop-filter passivo

$$\omega_{3db} \cong \omega_1 \sqrt{1 + \frac{1}{2Q^2} + \sqrt{\left(\frac{1}{2Q^2} + 1\right)^2 + 1}}$$

Quando  $\longrightarrow \tau_z k_o k_d \gg 1$

# Erro em regime permanente para um degrau de fase

## Degráu de fase

$$\theta_{in}(t) = \Delta\theta u(t) \rightarrow \theta_{in}(s) = \frac{\Delta\theta}{s}$$

## Erro de fase

$$\theta_e(s) = \frac{s}{s + k_o k_d F(s)} \theta_{in}(s) = \frac{\Delta\theta}{s + k_o k_d F(s)}$$

## Teorema do valor final

$$\lim_{t \rightarrow \infty} y(t) = \lim_{s \rightarrow 0} [sY(s)]$$

## Erro de fase para $t \rightarrow \infty$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \theta_e(t) = \lim_{s \rightarrow 0} [s\theta_e(s)] = \lim_{s \rightarrow 0} \left[ \frac{s\Delta\theta}{s + k_o k_d F(s)} \right] = 0$$

# Erro em regime permanente para um degrau de frequência

Degrau de frequência

$$\Omega_{in}(t) = \Delta\omega u(t) \longrightarrow \theta_{in}(t) = \int_{0^-}^t \Delta\omega u(t) \rightarrow \theta_{in}(s) = \frac{\Delta\omega}{s^2}$$

$$\theta_e(s) = \frac{s}{s + k_o k_d F(s)} \theta_{in}(s) = \frac{\Delta\omega}{s(s + k_o k_d F(s))}$$

Erro de fase para  $t \rightarrow \infty$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \theta_e(t) = \lim_{s \rightarrow 0} [s\theta_e(s)] = \lim_{s \rightarrow 0} \left[ \frac{\Delta\omega}{s + k_o k_d F(s)} \right] = \frac{\Delta\omega}{k_o k_d F(0)}$$

Loop-filter ativo,  $F(0) = \infty$

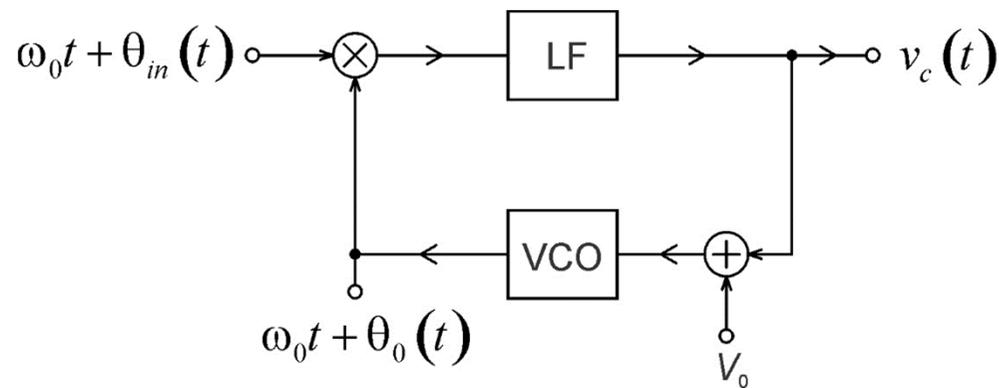
$$\lim_{t \rightarrow \infty} \theta_e(t) = 0$$

Loop-filter passivo,  $F(0) = 1$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \theta_e(t) = \frac{\Delta\omega}{k_o k_d} \longrightarrow |\Delta\omega| \leq k_o k_d \theta_{e \max}$$

## VCO com offset

O PLL sempre trabalha com um offset de frequência ou seja, com  $V_C(t)=0$  o VCO oscila em  $\omega_0$ .



$$\Theta_{in}(s) = \frac{\omega_0}{s^2} + \theta_{in}(s)$$

$$\Theta_0(s) = \frac{\omega_0}{s^2} + \theta_0(s)$$

$$k_o V_0 = \omega_0$$

$$\Theta_0(s) = H(s)\Theta_{in}(s) + \frac{1-H(s)}{s^2}\omega_0$$

$$\theta_e(s) = \frac{s\Theta_{in}(s) - \frac{\omega_0}{s}}{s + k_o k_d F(s)}$$

$$V_C(s) = \frac{sH(s)}{k_o}\Theta_{in}(s) - \frac{H(s)}{k_o s}\omega_0$$

Nesta condição, o PLL funciona de modo análogo a um amplificador de tensão operando em torno de um ponto de polarização. Só que neste caso, o ponto de polarização é  $\omega_0$ .

# Parâmetros do PLL

O PLL deve ser dimensionado em função do tipo de sinal que irá rastrear. Três parâmetros básicos são usados para caracterizar o PLL: o hold-in range, lock-in range e pull-in range.

## Hold-in Range

O hold-in range é o maior desvio de frequência, em relação à  $\omega_0$ , que pode ser aplicado ao sinal de entrada, sem que o PLL perca o sincronismo. Esta variação deve ser suave, para que não haja overshoot no transiente.

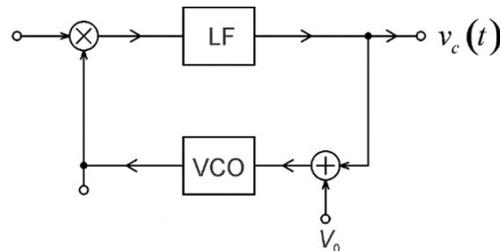
$$\omega_0 - \Delta\omega_{VCO} \leq \omega \leq \omega_0 + \Delta\omega_{VCO} \quad \longleftarrow \quad \text{Faixa de frequência de operação do VCO}$$

## Erro de fase em regime permanente

$$\theta_e = \frac{\Delta\omega}{k_o k_d}$$

$$-\theta_{emax} \leq \theta_e \leq \theta_{emax}$$

$$-\theta_{emax} \leq \frac{\Delta\omega}{k_o k_d} \leq \theta_{emax}$$



## Máxima variação de frequência

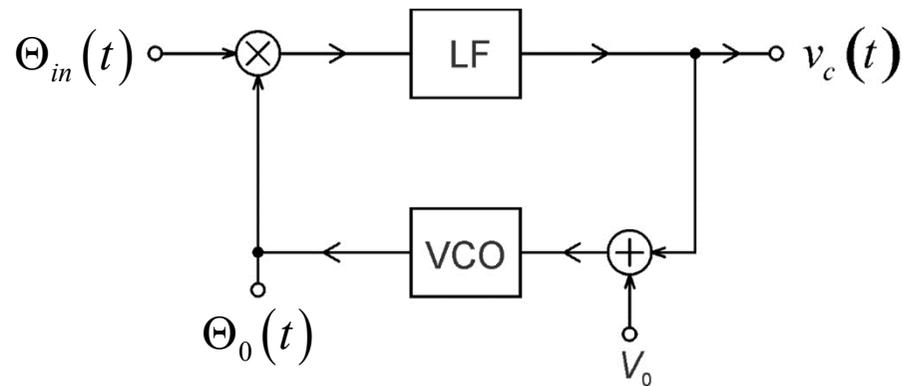
$$|\Delta\omega| \leq k_o k_d \theta_{emax}$$

$$\text{Hold-in Range} = \min(k_o k_d \theta_{emax}, \Delta\omega_{VCO})$$

## Lock-in Range

Quando o PLL não possui sinal de entrada, o VCO oscila em torno da frequência de offset. Entretanto quando uma certa frequência é aplicada à entrada, diferente de  $\omega_0$ , o PLL pode entrar em sincronismo instantaneamente ou após alguns ciclos. O lock-in range mede a máxima variação de frequência, em torno do offset, na entrada para a qual o PLL sincroniza instantaneamente.

### Lock-in range do PLL de primeira ordem, $F(s)=1$



$$F(s) = 1$$

$$v_c(t) = k_d \theta_e(t)$$

$$\omega_0 = k_o V_0$$

$$\Theta_0(t) = \omega_0 t u(t) + \int_{0^-}^t k_o k_d \theta_e(\tau) d\tau + \Theta_0(0^-) u(t)$$

$$\Theta_0(t) = \omega_0 t u(t) + \int_{0^-}^t k_o k_d \theta_e(\tau) d\tau + \Theta_0(0^-) u(t)$$

$$\theta_e(t) = \Theta_{in}(t) - \Theta_0(t)$$

$$\Theta_{in}(t) = (\omega_0 + \Delta\omega) t u(t)$$

$$\theta_e(t) = \Theta_{in}(t) - \Theta_0(t) = \Delta\omega t u(t) - \int_{0^-}^t k_o k_d \theta_e(\tau) d\tau - \Theta_0(0^-) u(t)$$

Se o sincronismo é instantâneo, a derivada do erro de fase é zero

$$\frac{d\theta_e(t)}{dt} = 0$$

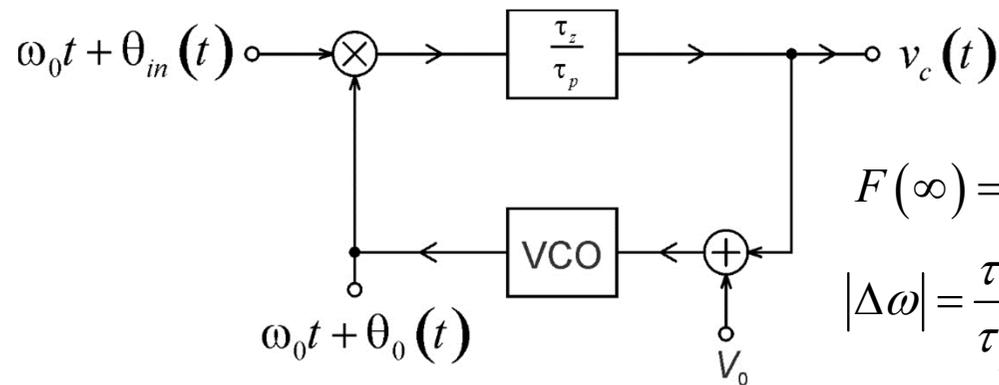
$$0 = \Delta\omega - k_o k_d \theta_e(t) \rightarrow \Delta\omega = k_o k_d \theta_e(t) \rightarrow \Delta\omega = k_o k_d \theta_{e \max} \quad \boxed{|\Delta\omega| = k_o k_d \theta_{e \max}}$$

$\omega_0 - \Delta\omega_{VCO} \leq \omega \leq \omega_0 + \Delta\omega_{VCO}$  ← Faixa de frequência de operação do VCO

$$\text{Lock-in Range} = \min(\Delta\omega_{VCO}, k_o k_d \theta_{e \max})$$

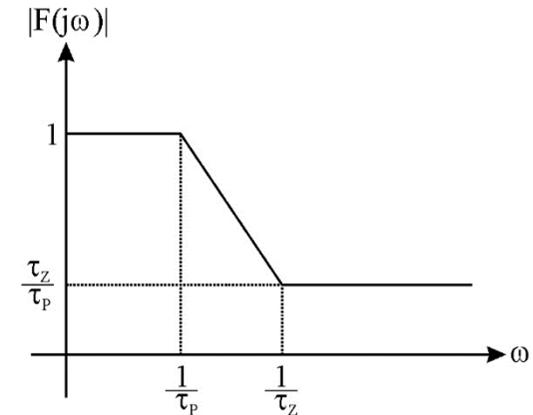
## Lock-in range do PLL de ordem maior que 1

O lock-in range está fortemente relacionado com a resposta em altas frequências do loop filter. No caso do PLL de ordem N, o lock-in range pode ser estimado considerando o PLL em altas frequências como sendo de ordem 1 mas com  $F(s) = \tau_z / \tau_p$ .



$$F(\infty) = \frac{\tau_z}{\tau_p}$$

$$|\Delta\omega| = \frac{\tau_z}{\tau_p} k_o k_d \theta_{e\max}$$



$$\text{Lock-in Range} = \min \left( \Delta\omega_{VCO}, \frac{\tau_z}{\tau_p} k_o k_d \theta_{e\max} \right)$$

## Pull-in Range

Durante o lock-in range, o PLL entra em sincronismo com o sinal de entrada logo no primeiro ciclo. Entretanto, existe uma faixa de frequências entre o lock-in e o hold-in range na qual o PLL sincroniza, mas após alguns ciclos. Esta máxima largura de faixa é o pull-in range.

$$\text{Lock-in Range} \leq |\Delta\omega| \leq \text{Hold-in Range}$$

# Demodulador de Frequência

$$v_{in}(t) = \cos\left(\omega_0 t + \Delta\omega \int_t x(\tau) d\tau\right)$$

$$\Theta_{in}(t) = \omega_0 t + \Delta\omega \int_t x(\tau) d\tau$$

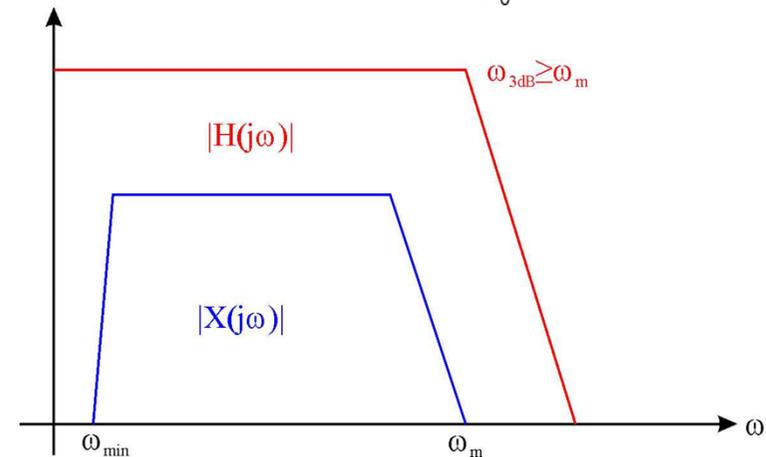
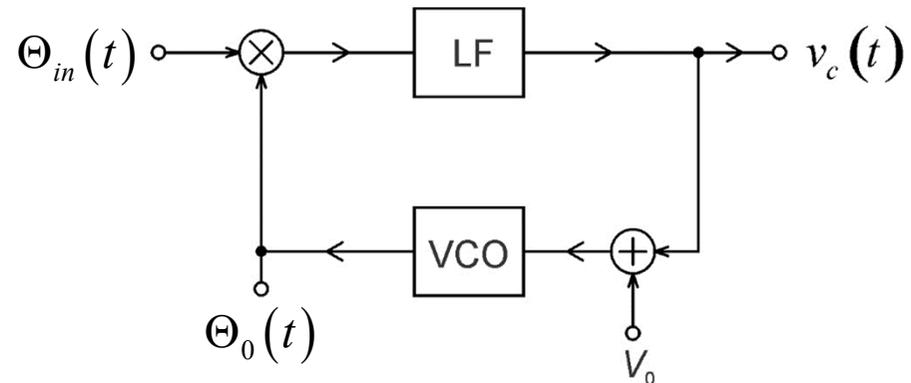
$$\Theta_{in}(s) = \frac{\omega_0}{s^2} + \frac{\Delta\omega}{s} X(s)$$

$$V_C(s) = \frac{sH(s)}{k_o} \Theta_{in}(s) - \frac{H(s)}{k_o s} \omega_0$$

$$V_C(s) = \frac{H(s)\Delta\omega}{k_o} X(s)$$

$$V_C(j\omega) = \frac{H(j\omega)\Delta\omega}{k_o} X(j\omega)$$

$$\omega_{3dB} \geq \omega_m \longrightarrow V_C(j\omega) = \frac{\Delta\omega}{k_o} X(j\omega) \rightarrow v_C(t) = \frac{\Delta\omega}{k_o} x(t)$$



Sinal demodulado

O erro de fase deve ser mantido dentro da região válida do detector de fase.

$$H(s) = \frac{k_o k_d F(s)}{s + k_o k_d F(s)}$$

$$V_C(s) = \frac{H(s) \Delta \omega}{k_o} X(s)$$

$$\theta_e(s) = \frac{V_C(s)}{F(s) k_d} = \frac{H(s) \Delta \omega}{F(s) k_d k_o} X(s) = \frac{\Delta \omega}{s + F(s) k_d k_o} X(s)$$

$$|\theta_e(t)| \leq \theta_{emax} \rightarrow \left| \frac{\Delta \omega}{j\omega + F(j\omega) k_d k_o} \right| \leq \theta_{emax}$$

Com o filtro  $F(s)$  ativo, a condição acima é alcançada para todas as frequências quando:

$$\frac{\tau_p \Delta \omega}{\tau_z k_o k_d} \leq \theta_{emax}$$

## Exemplo

Projetar um demodulador de FM com PLL, com as seguintes especificações:

### Sinal de FM

FM estéreo com faixa de frequência de 20 a 53kHz.

$$\Delta\omega = 2\pi \times 75k \text{ rd/s/V}$$

$$\omega_0 = 2\pi \times 10.7M \text{ rd/s}$$

$$|x(t)| \leq 1$$

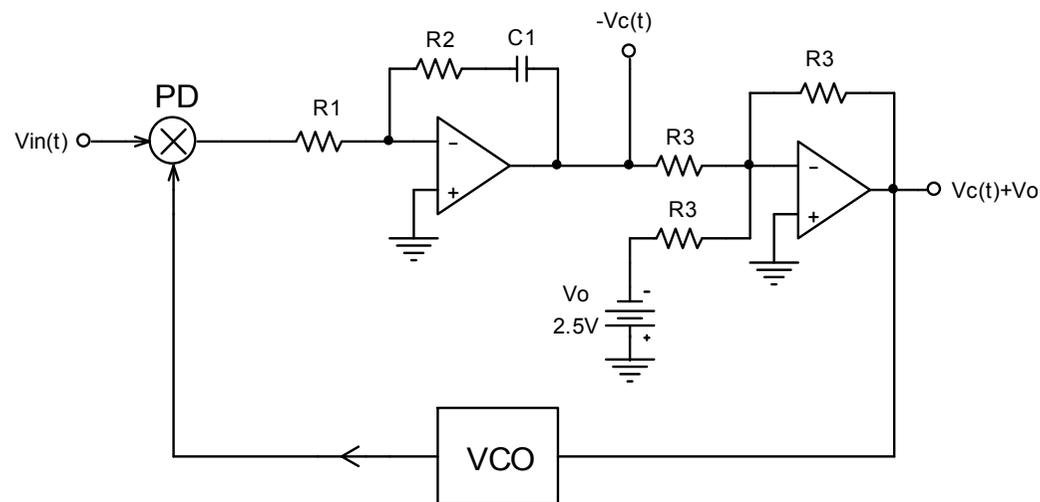
### Características do PLL

$$-\pi \leq \theta_e \leq \pi$$

$$k_d = 0.8V/\text{rd/s}$$

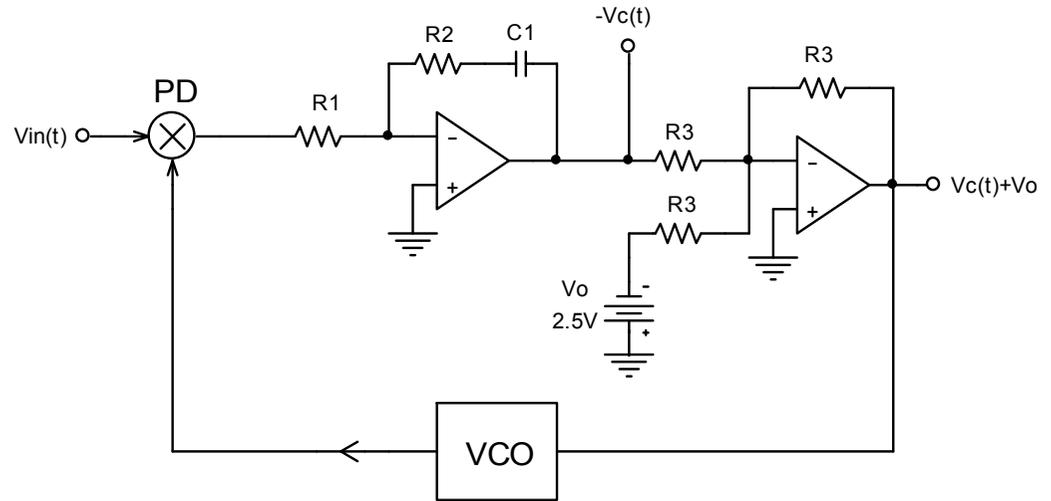
$$k_o = 26.9 \cdot 10^6 \text{ rd/s/V}$$

Frequência de offset igual a 10.7MHz



$$v_{in}(t) = V_m \cos\left(\omega_0 t + \Delta\omega \int_t x(\tau) d\tau\right)$$

$$\omega_{3db} = \omega_1 \sqrt{1 + \frac{1}{2Q^2} + \sqrt{\left(\frac{1}{2Q^2} + 1\right)^2 + 1}}$$



$Q = 1/\sqrt{2}$  → Suaviza a resposta ao transiente

$$2\pi \times 53 \cdot 10^3 = \omega_1 \sqrt{1 + \frac{1}{2\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2} + \sqrt{\left(\frac{1}{2\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2} + 1\right)^2 + 1}} \rightarrow \boxed{\omega_1 = 161.8 \cdot 10^3 \text{ rd/s}}$$

$$\omega_1 = \sqrt{\frac{k_o k_d}{\tau_p}} \rightarrow 161.8 \cdot 10^3 = \sqrt{\frac{26.9 \cdot 10^6 \times 0.8}{\tau_p}} \rightarrow \boxed{\tau_p = 822 \cdot 10^{-6}}$$

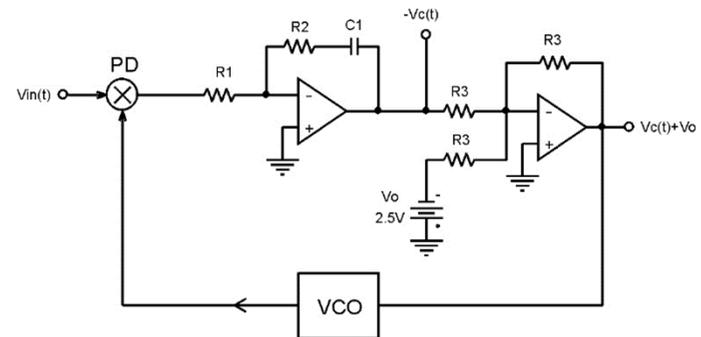
$$Q = \frac{2}{\omega_1 \tau_z} \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{2}{161.8 \cdot 10^3 \times \tau_z} \rightarrow \boxed{\tau_z = 17.5 \cdot 10^{-6}}$$

Escolhendo  $C_1 = 10 \text{ nF}$

$$\tau_z = R_2 C_1 \rightarrow 17.5 \cdot 10^{-6} = R_2 \times 10 \cdot 10^{-9} \rightarrow \boxed{R_2 = 1750 \Omega}$$

$$\tau_p = R_1 C_1 \rightarrow 822 \cdot 10^{-6} = R_1 \times 10 \cdot 10^{-9} \rightarrow \boxed{R_1 = 82.2 \cdot 10^3 \Omega}$$

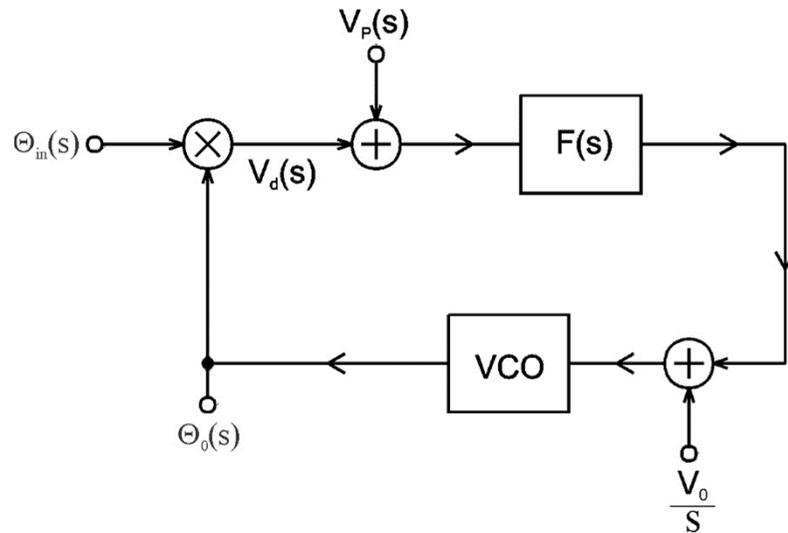
$$v_c(t) = \frac{\Delta\omega}{k_o} x(t) \rightarrow v_c(t) = \frac{2\pi \times 75 \cdot 10^3}{26.9 \cdot 10^6} x(t) \rightarrow \boxed{v_c(t) = 0.018 \cdot x(t)}$$



Teste do erro de fase

$$\frac{\tau_p \Delta\omega}{\tau_z k_o k_d} \leq \theta_{max} \rightarrow \frac{822 \cdot 10^{-6} \times 2\pi \times 75 \cdot 10^3}{17.5 \cdot 10^{-6} \times 26.9 \cdot 10^6 \times 0.8} \leq \pi \rightarrow \boxed{1 < \pi}$$

# Modulador de Fase



$$\Theta_0(s) = H(s)\Theta_{in}(s) + \frac{k_o(1-H(s))V_0}{s} + \frac{H(s)}{k_d}V_P(s)$$

$$\theta_e(s) = (1-H(s))\Theta_{in}(s) - \frac{k_o(1-H(s))V_0}{s} - \frac{H(s)}{k_d}V_P(s)$$

$$\Theta_{in}(t) = \omega_0 t \longrightarrow \text{ sinal de um oscilador a cristal}$$

$$\omega_0 = k_o V_0 \longrightarrow \text{ frequência de offset}$$

$$\Theta_0(s) = H(s)\Theta_{in}(s) + \frac{k_o(1-H(s))V_0}{s} + \frac{H(s)}{k_d}V_P(s)$$

$$\theta_e(s) = (1-H(s))\Theta_{in}(s) - \frac{k_o(1-H(s))V_0}{s} - \frac{H(s)}{k_d}V_P(s)$$

$$\Theta_0(s) = \frac{\omega_0}{s^2} + \frac{H(s)}{k_d}V_P(s)$$

$$\theta_e(s) = -\frac{H(s)}{k_d}V_P(s)$$

A frequência de corte de  $H(j\omega)$  deve estar acima da máxima frequência do sinal modulador, desta forma  $H(s) \approx 1$ .

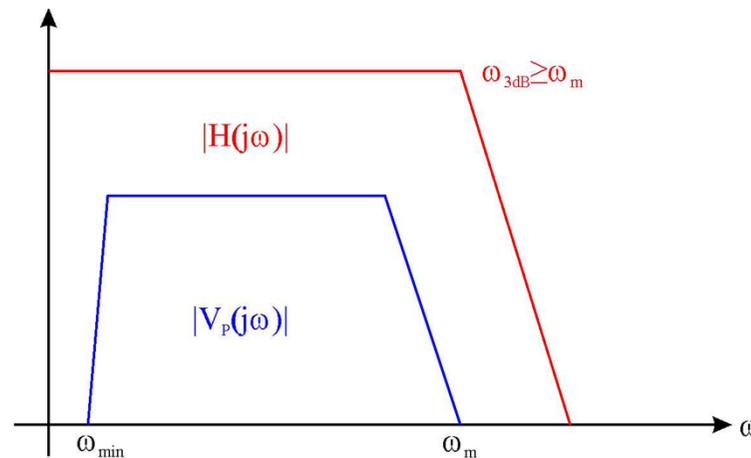
$$\Theta_0(s) = \frac{\omega_0}{s^2} + \frac{H(s)}{k_d} V_P(s)$$

$$\theta_e(s) = -\frac{H(s)}{k_d} V_P(s)$$

$$\omega_{3dB} \geq \omega_m \rightarrow |H(j\omega)| \cong 1$$

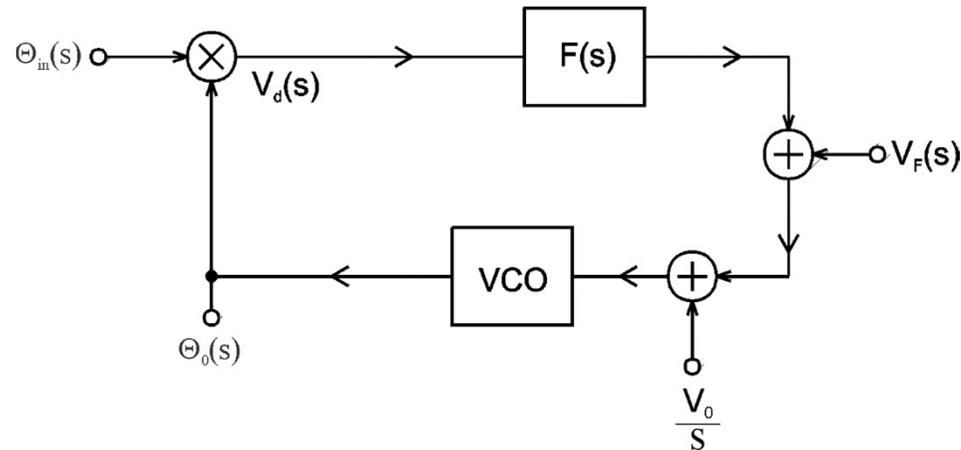
$$\Theta_0(t) = \omega_0 t + \frac{v_P(t)}{k_d}$$

$$\theta_e(t) = -\frac{v_P(t)}{k_d}$$



Desvio de fase  $\longrightarrow \Delta\phi = 1/k_d$

# Modulador de Frequência



$$\Theta_0(s) = H(s)\Theta_{in}(s) + \frac{k_o(1-H(s))}{s} \frac{V_0}{s} + \frac{k_o(1-H(s))}{s} V_F(s)$$

$$\theta_e(s) = (1-H(s))\Theta_{in}(s) - \frac{k_o(1-H(s))}{s} \frac{V_0}{s} - \frac{k_o(1-H(s))}{s} V_F(s)$$

$$\Theta_{in}(t) = \omega_0 t \longrightarrow \text{ sinal de um oscilador a cristal}$$

$$\omega_0 = k_o V_0 \longrightarrow \text{ frequência de offset}$$

$$\Theta_0(s) = H(s)\Theta_{in}(s) + \frac{k_o(1-H(s))V_0}{s} + \frac{k_o(1-H(s))}{s}V_F(s)$$

$$\theta_e(s) = (1-H(s))\Theta_{in}(s) - \frac{k_o(1-H(s))V_0}{s} - \frac{k_o(1-H(s))}{s}V_F(s)$$

$$\Theta_0(s) = \frac{\omega_0}{s^2} + \frac{k_o(1-H(s))}{s}V_F(s)$$

$$\theta_e(s) = -\frac{k_o(1-H(s))}{s}V_F(s)$$

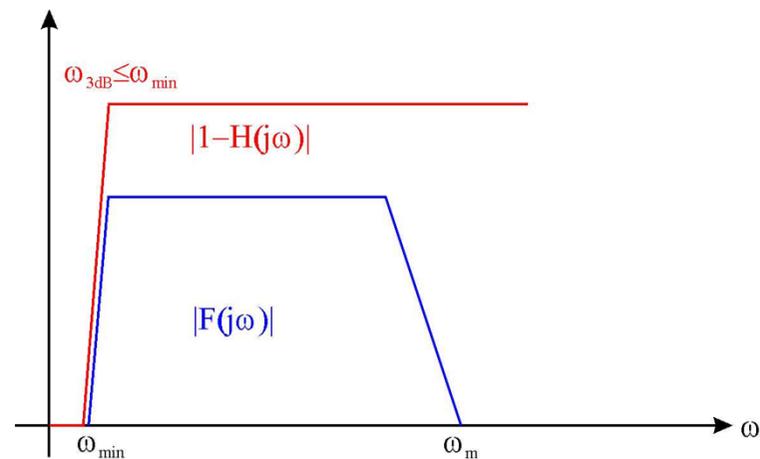
A função de transferência  $H(s)$  é passa baixas e, conseqüentemente,  $(1-H(s))$  é passa altas. Devemos escolher a frequência de corte de  $H(j\omega)$  abaixo da mínima frequência do sinal modulador, de forma que  $(1-H(s)) \approx 1$ .

$$\Theta_0(s) = \frac{\omega_0}{s^2} + \frac{k_o(1-H(s))}{s} V_F(s)$$

$$\omega_{3dB} \leq \omega_{min}$$

$$\Theta_0(s) = \frac{\omega_0}{s^2} + \frac{k_o}{s} V_F(s)$$

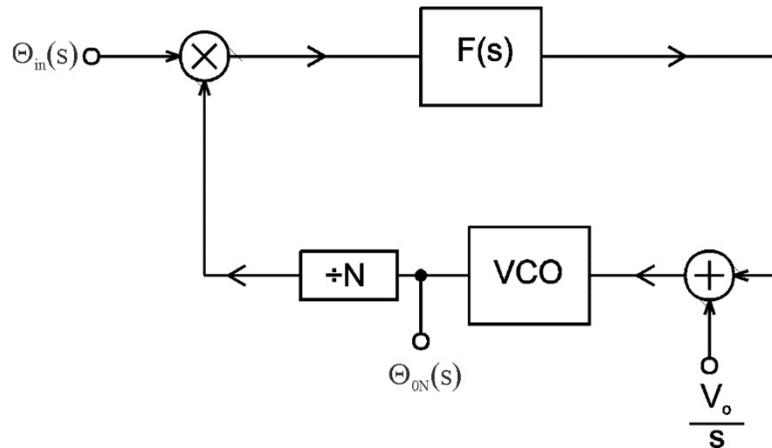
$$\Theta_0(t) = \omega_0 t + k_o \int_t v_F(\tau) d\tau$$



Desvio de frequência  $\longrightarrow \Delta\omega = k_o$



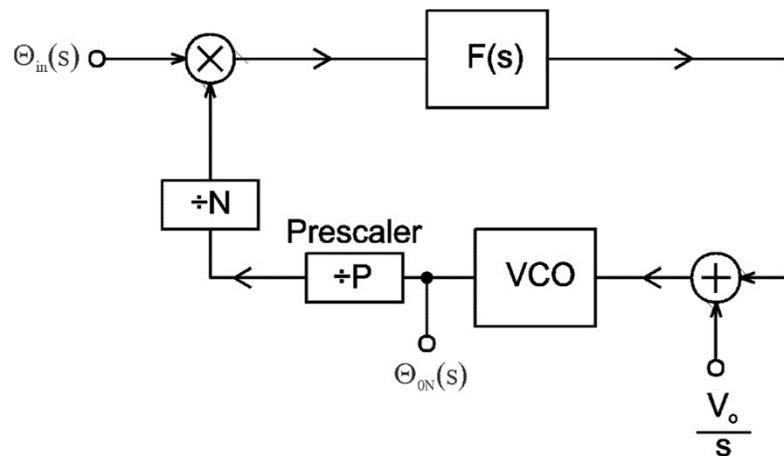
# Sintetizador de Frequências



O sintetizador de frequências é um circuito capaz de gerar frequências muito precisas, segundo uma determinada programação. Os sintonizadores de rádio digitais são exemplos típicos de sintetizadores de frequências. O sinal  $\Theta_{in}$  vem de um oscilador a cristal, com frequência  $\omega_0$  muito estável e preciso, e o sinal de saída é tomado em  $\Theta_{0N}$ . O divisor por  $N$  é programável, de forma que a frequência de saída seja  $N\omega_0$ .

# Sintetizador de Frequências com Prescaler

Os sintetizadores podem ser usados para gerar frequências muito elevadas, na faixa de centenas de MHz e alguns GHz. Os contadores programáveis, devido à complexidade dos circuitos lógicos, não conseguem operar nestas faixas de frequências. A solução para este problema é o uso de divisores fixos (não programáveis), com circuitos lógicos simples, mas rápidos, chamados prescalers.

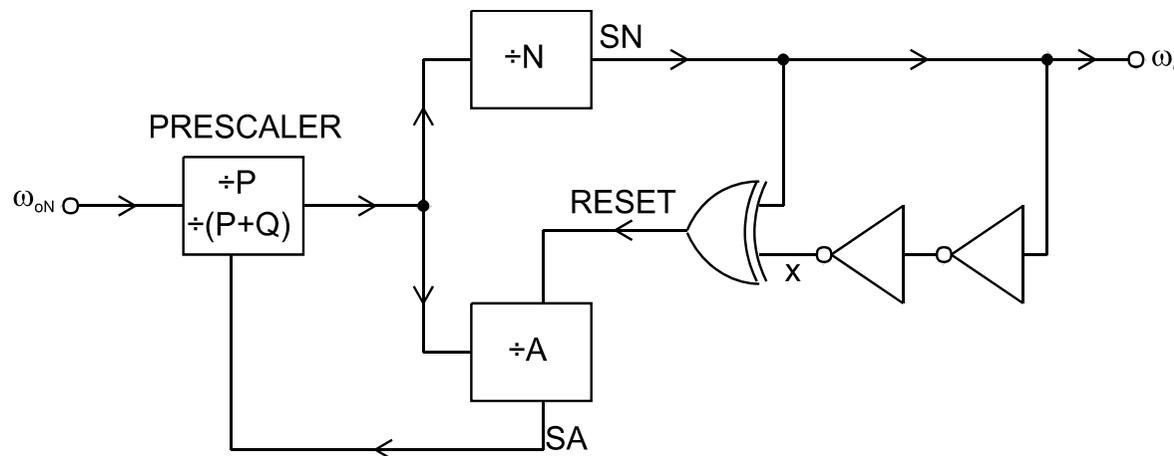


Frequência de saída  $\longrightarrow \omega_{0N} = NP\omega_0$

Passo de frequência  $\longrightarrow \Delta\omega_{0N} = P\omega_0$

# Sintetizador de Frequências com Prescaler de Módulo $P+Q$

O sintetizador com prescaler simples possui o inconveniente da frequência de saída variar em saltos de  $P\omega_0$ . Quando  $P$  é grande, no caso de frequência de saída muito elevada, a resolução do sintetizador é muito ruim. Para solucionar este problema, usamos um prescaler de módulo duplo. Este tipo de prescaler faz a divisão por  $P$  ou  $P+Q$ , segundo um sinal de controle.



$$SA = 0 \rightarrow \div(P+Q)$$

$$SA = 1 \rightarrow \div P$$

$$N > A$$

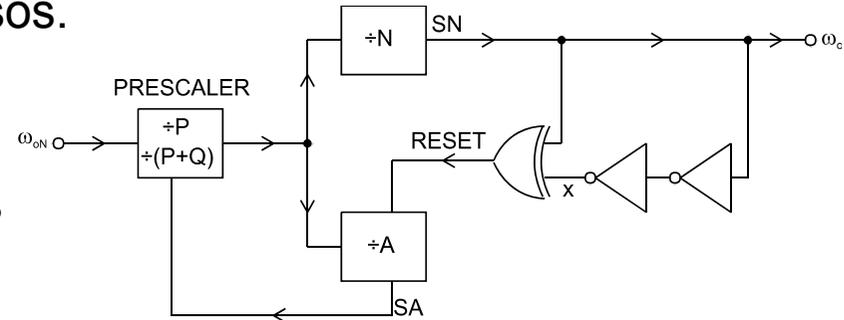
Inicialmente,  $AS=0$  e continua assim até o contador A transbordar. Quando A transborda, a contagem total é  $(P+Q)A$ . A contagem continua até o contador N transbordar. Isto ocorre para  $(N-A)P$  pulsos.

### Contagem final D

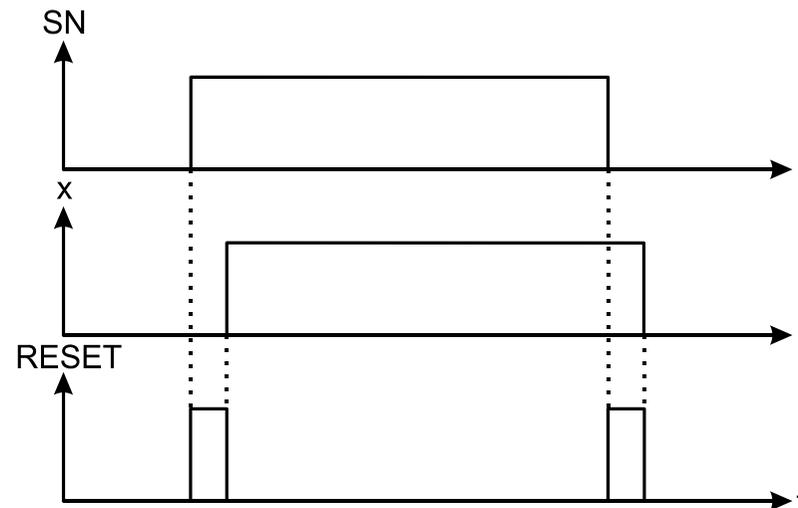
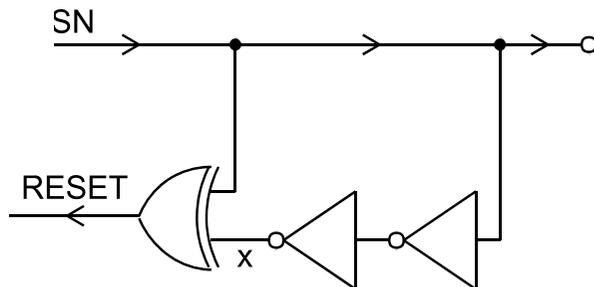
$$D = (P + Q)A + (N - A)P \rightarrow D = QA + NP$$

### Frequência de saída

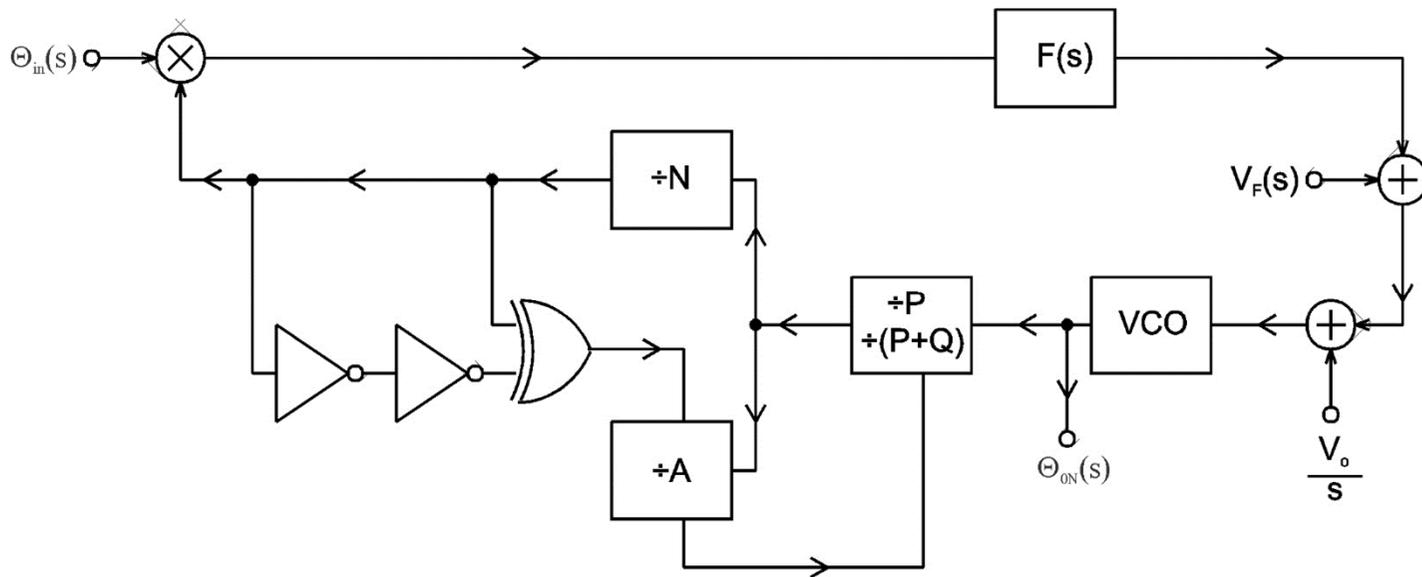
$$\omega_{0N} = (QA + NP)\omega_0 \rightarrow \text{Resolução em frequência} \rightarrow \Delta\omega_{0N} = Q\omega_0$$



### Circuito de reset



## Modulador FM com frequência de portadora ajustável



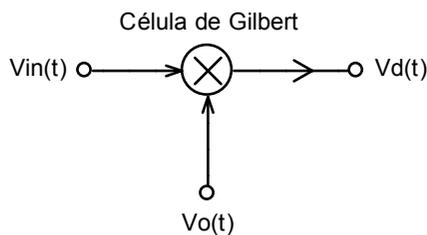
$$\omega_{oN} = (QA + NP)\omega_o$$

$$\Delta\omega_{oN} = Q\omega_o$$

# Detetores de Fase

Existem vários tipos de detetores de fase, cada um com características distintas. O comportamento do PLL é muito dependente do tipo de detector de fase.

## Detector de fase por multiplicação analógica

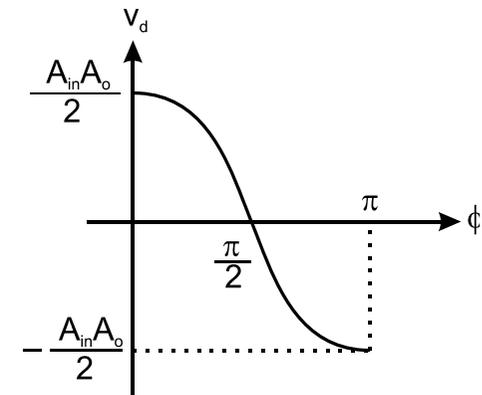


$$v_{in}(t) = A_{in} \cos(\omega_0 t + \phi)$$

$$v_o(t) = A_o \cos(\omega_0 t)$$

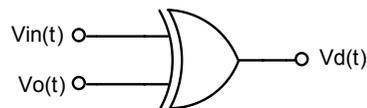
$$v_d(t) = A_o A_{in} \cos(\omega_0 t) \cos(\omega_0 t + \phi) = \frac{A_o A_{in}}{2} (\cos(\phi) + \cos(2\omega_0 t + \phi))$$

$$v_d(t) = \frac{A_o A_{in}}{2} \cos(\phi) \longrightarrow \text{Função não linear do erro de fase}$$

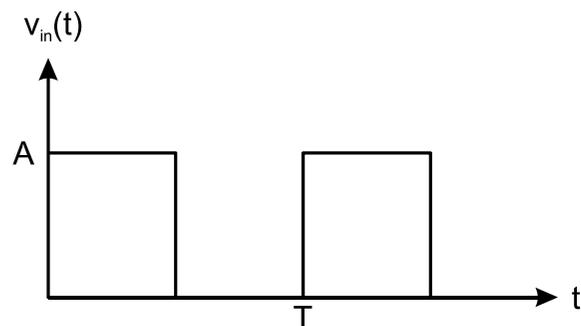


Neste detector, o erro de fase deve estar compreendido na faixa  $0 \leq \phi \leq \pi$ . A tensão  $V_d$  é zero quando  $\phi = \pi/2$ , e é neste erro de fase que o PLL sincroniza.

## Detector de fase com Ou-exclusivo

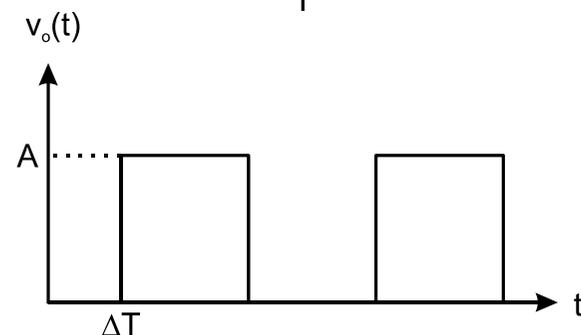


$$\phi = \frac{2\pi\Delta T}{T}$$

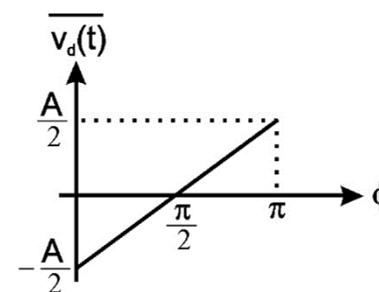
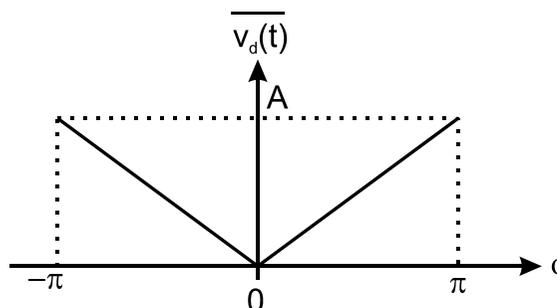
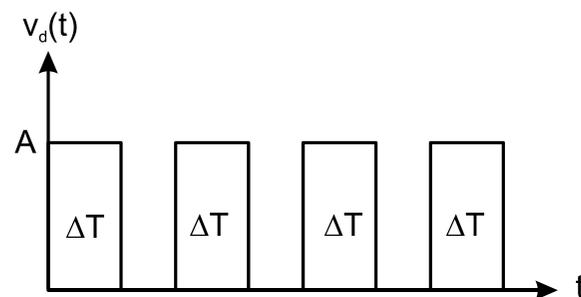


$$\overline{v_d(t)} = \frac{2A\Delta T}{T}$$

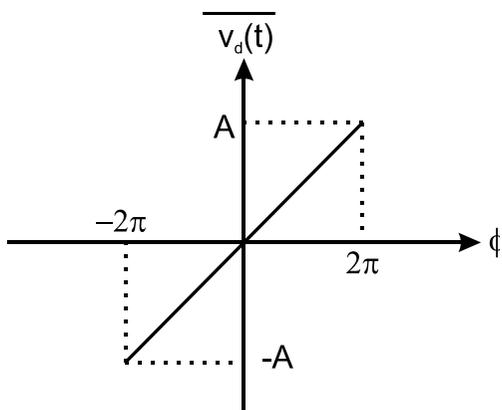
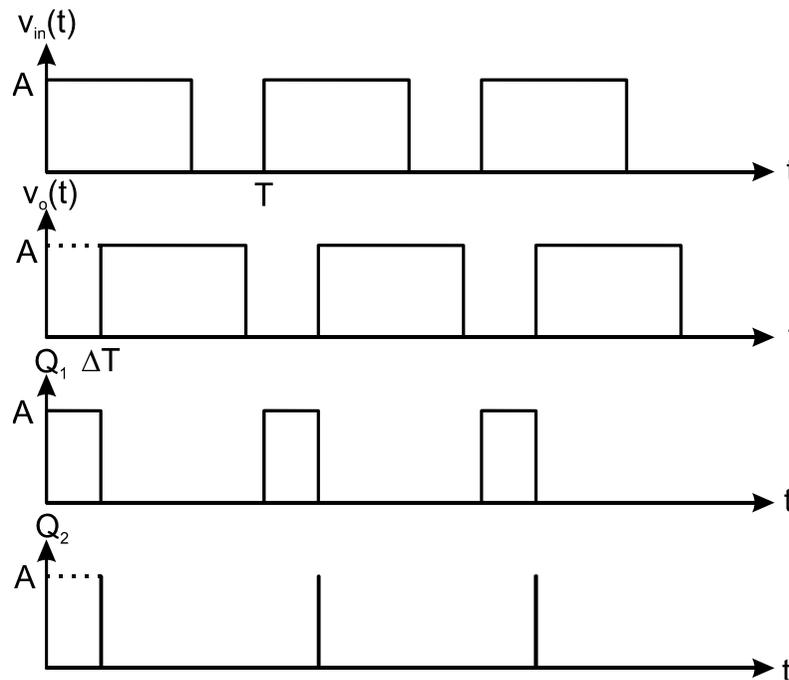
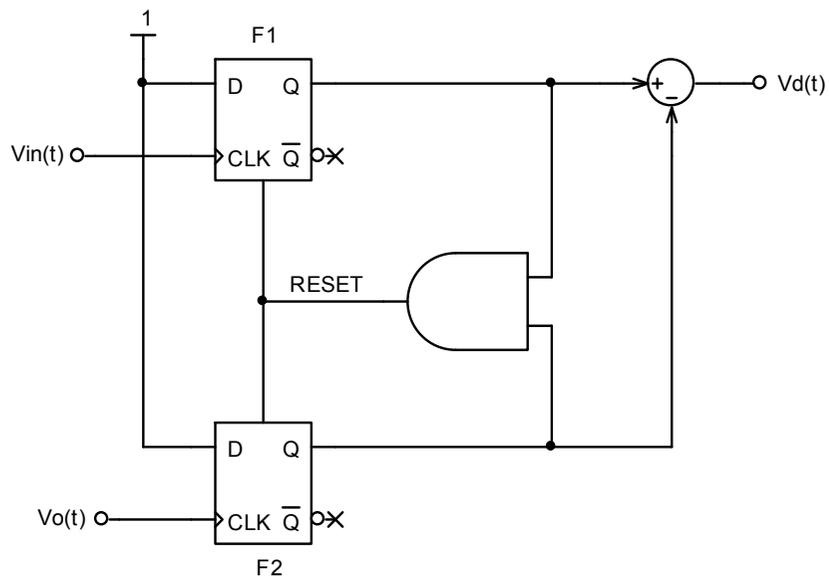
$$\overline{v_d(t)} = \frac{A}{\pi} \phi \quad \rightarrow \text{Função linear do erro de fase}$$



Por questões de simetria do detector de fase, o PLL deve ser projetado para sincronizar em  $\phi = \pi/2$



## Detector de fase sequencial com Flip-Flop



$$\overline{v_d(t)} = \frac{A\Delta T}{T}$$

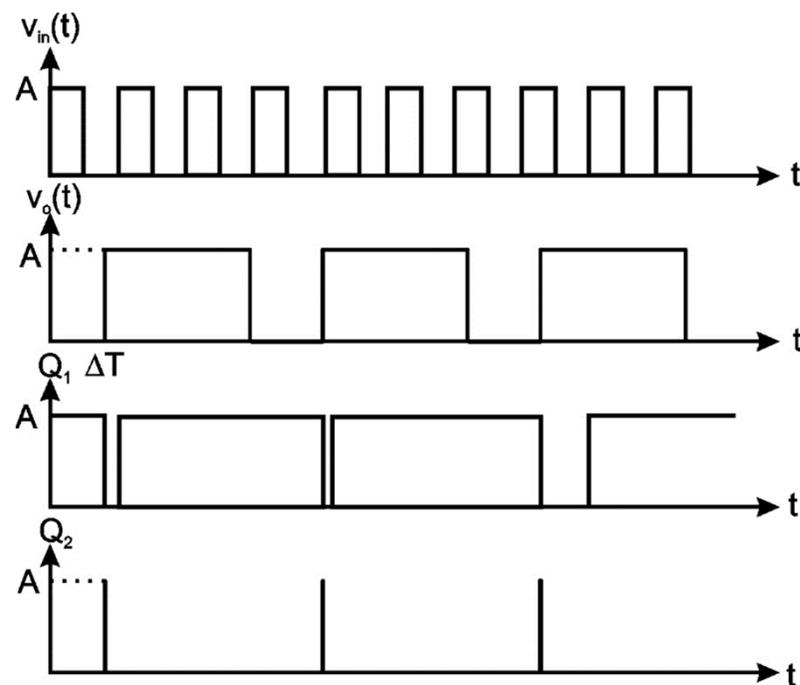
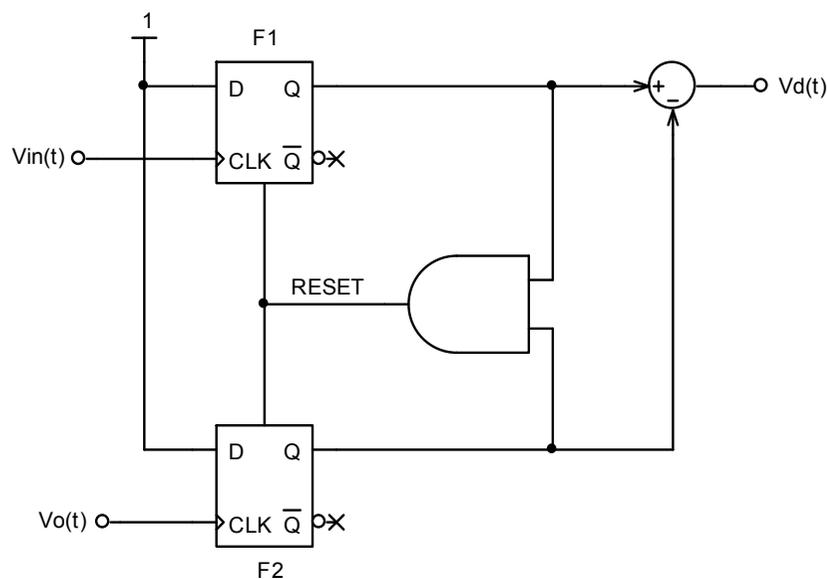
$$\phi = \frac{2\pi\Delta T}{T}$$

$$\overline{v_d(t)} = \frac{A}{2\pi}\phi$$

Função linear do erro de fase e com ampla faixa  $-2\pi \leq \phi \leq 2\pi$ . O sincronismo ocorre em  $\phi=0$ .

## Detector de frequência

Quando o sinal de entrada é muito maior que o de saída, de forma que o erro de fase seja maior que o limite do detector de fase, o detector sequencial sinaliza para o VCO aumentar a frequência, até que o erro de fase esteja dentro do limite do detector de fase. O PLL permanece sem sincronismo durante um tempo, e depois sincroniza. O detector de fase sequencial faz o Pull-in Range ser igual ao Hold-in Range. O mesmo acontece quando o sinal de entrada possui frequência muito menor que o de saída.



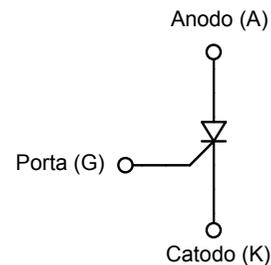
# Tiristores

Os tiristores são dispositivos semicondutores empregados na comutação de cargas com elevada potência.

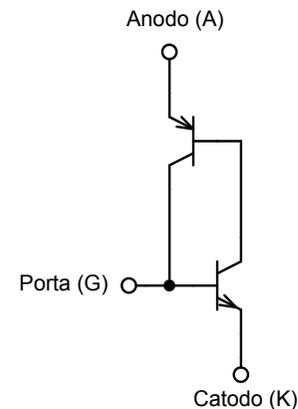
## SCR - Silicon Controlled Rectifier

O SCR é basicamente uma chave, cujo fechamento é controlado por um sinal externo. A condução, quando ocorre, é somente em um sentido, como no diodo. Uma vez acionada, a chave só abrirá quando a corrente ficar abaixo de um valor mínimo  $I_H$ .

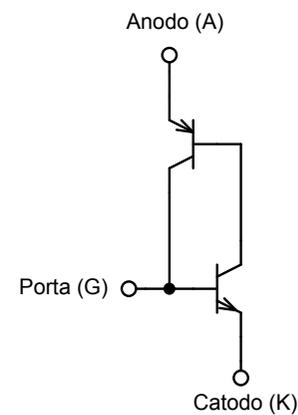
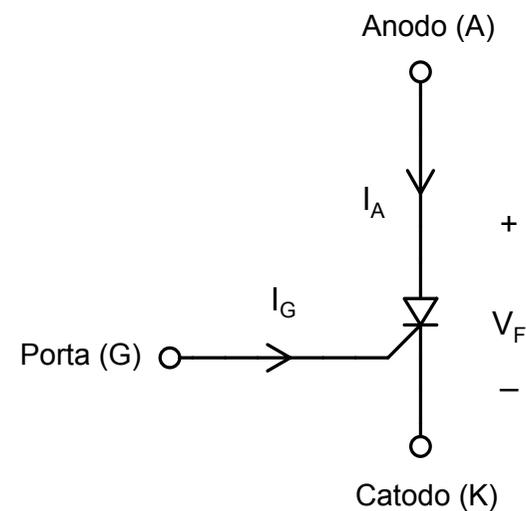
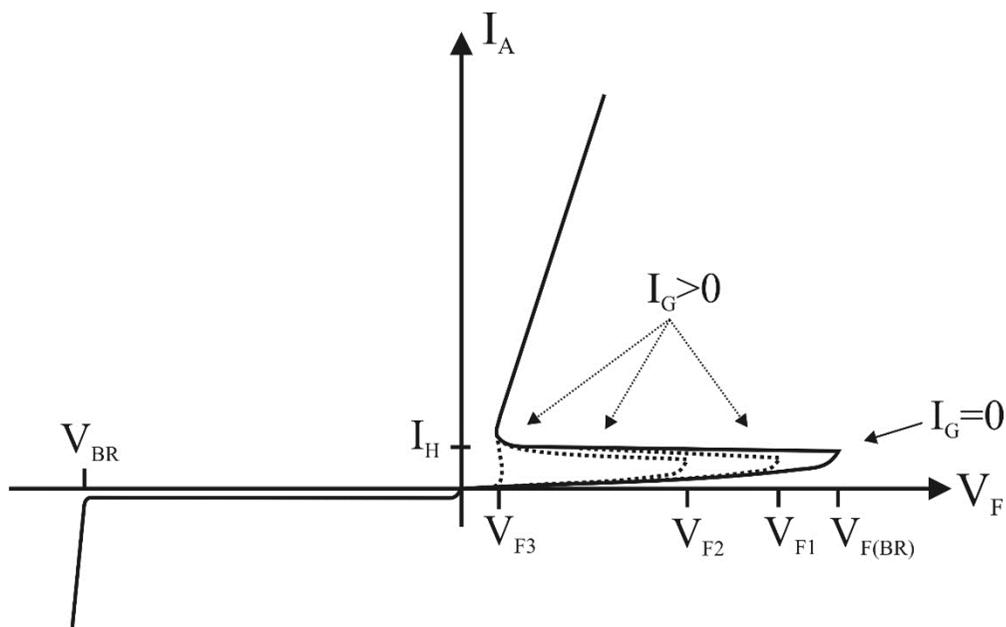
Símbolo



Circuito Equivalente



## Funcionamento do SCR



$V_{F(BR)}$  → Tensão de ruptura direta

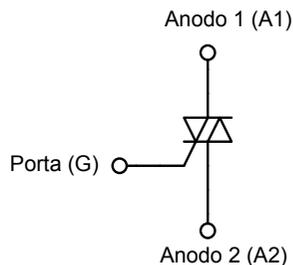
$I_H$  → Corrente de retenção (sempre positiva)

$V_{BR}$  → Tensão reversa de ruptura

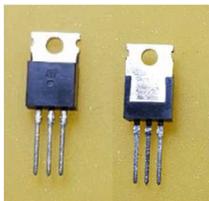
# TRIAC - Triode for Alternating Current

O TRIAC comporta-se como dois SCRs em paralelo, mas com polaridades opostas. Entretanto, pode ser acionado pela corrente de gate em ambos os sentidos. Todas as combinações de corrente de gate e anodo são possíveis: positivo-positivo, positivo-negativo, negativo-negativo e negativo-positivo.

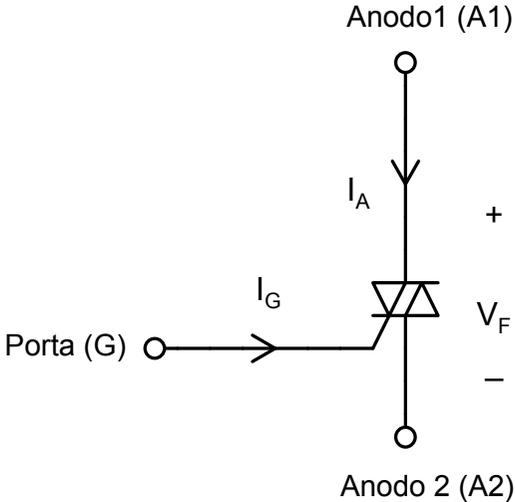
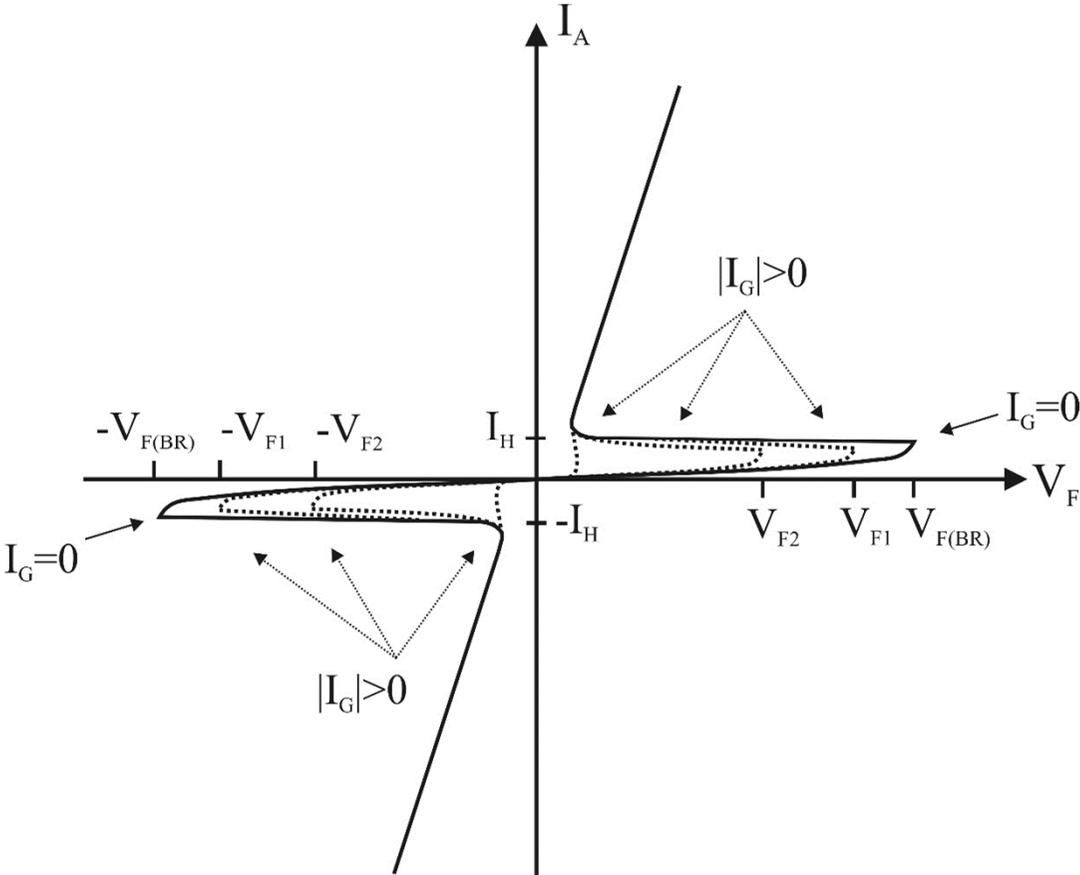
Símbolo



O TRIAC é muito usado em controle de velocidade de motores elétricos, controle de aquecimento e acionamento de cargas em corrente alternada em geral.



# Funcionamento do TRIAC



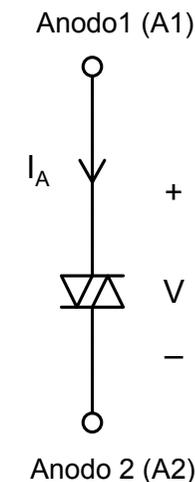
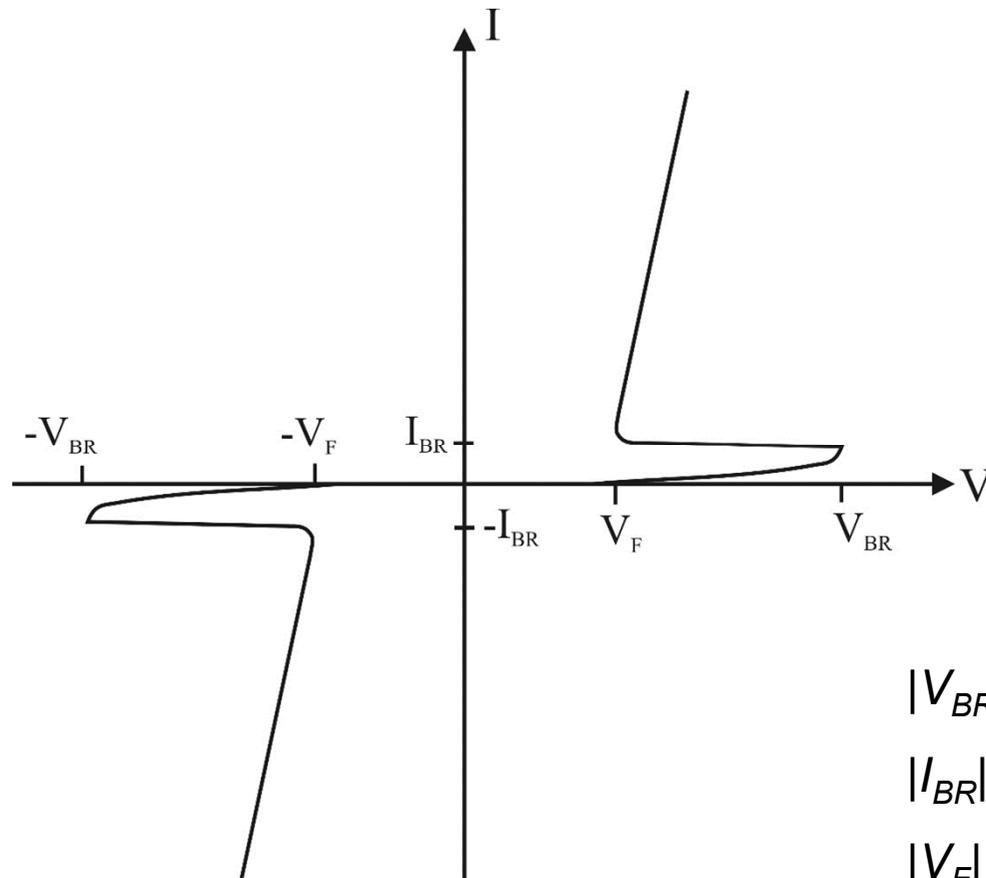
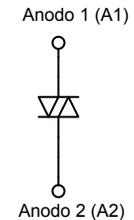
$|V_{F(BR)}| \rightarrow$  Tensão de ruptura direta

$|I_H| \rightarrow$  Corrente de retenção

# DIAC - Diode for Alternating Current

O DIAC é basicamente um TRIAC sem o gate. É comumente usado como dispositivo de disparo dos TRIACs e SCRs. Em geral, as tensões de disparo são pequenas, algumas dezenas de volts, e as correntes também, alguns amperes.

Símbolo

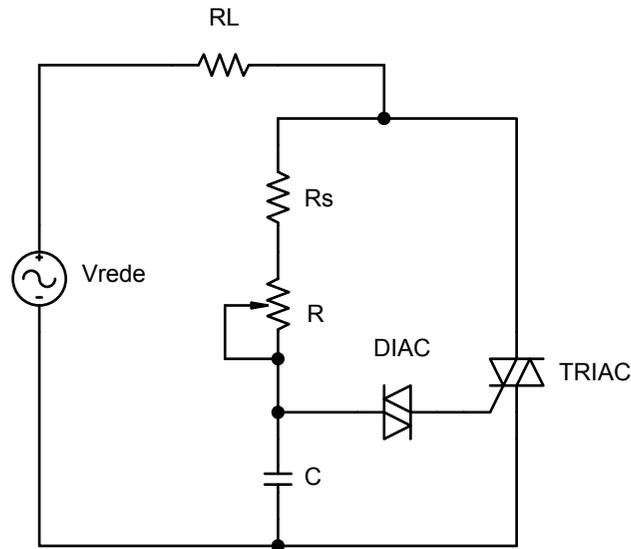


$|V_{BR}| \rightarrow$  Tensão de ruptura

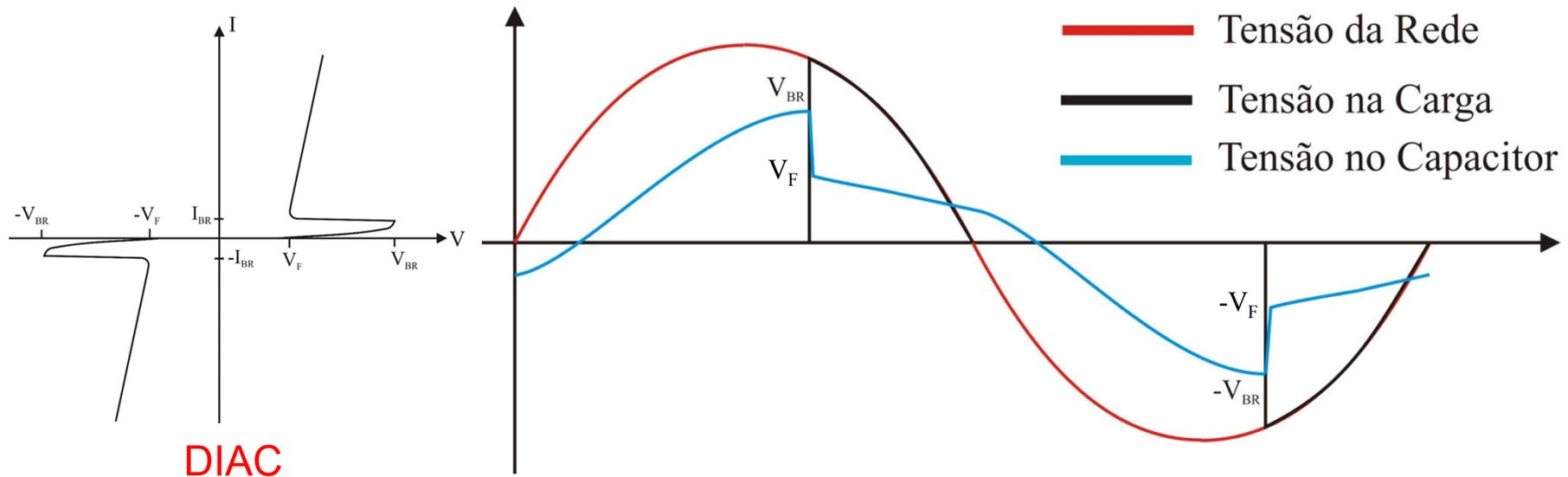
$|I_{BR}| \rightarrow$  Corrente de ruptura

$|V_F| \rightarrow$  Tensão mínima após disparo

# Exemplo de aplicação - DIMMER



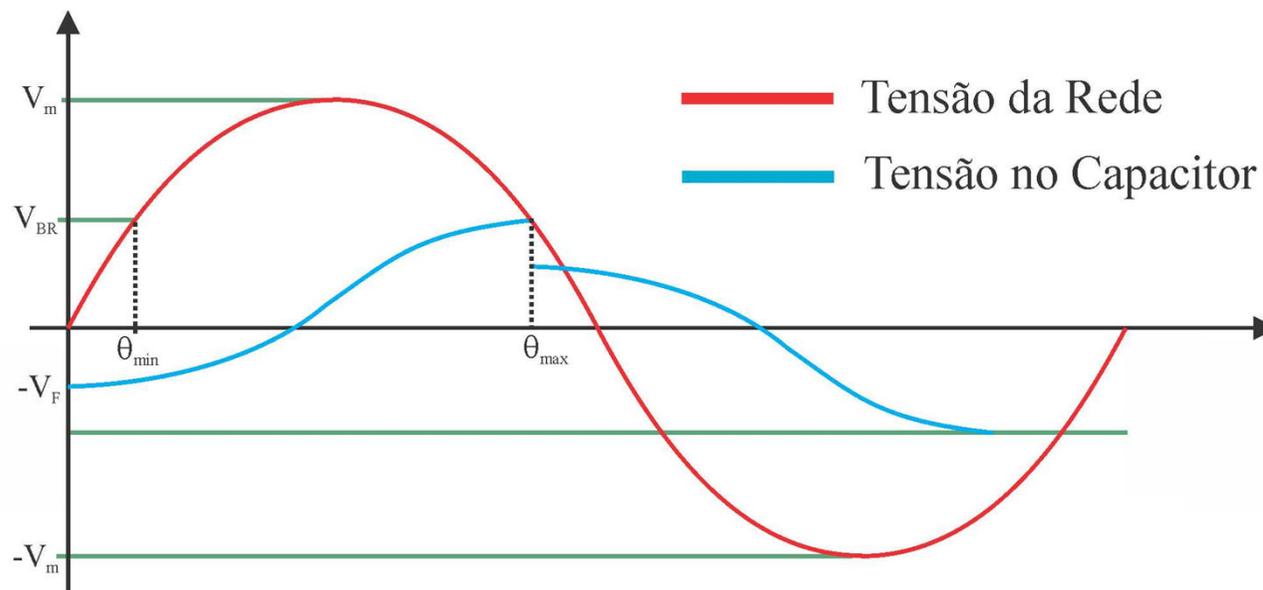
Começando pelo ciclo positivo, o capacitor se carrega até alcançar a tensão de disparo do DIAC, quando então se descarrega totalmente pelo gate do TRIAC, acionando-o. À partir deste momento, toda tensão da rede é aplicada à carga, e permanece assim até o início do ciclo negativo, onde o TRIAC se desliga. Tudo acontece de forma idêntica no ciclo negativo. A potência dissipada na carga depende do ângulo de condução do TRIAC.



## Ângulo mínimo e máximo de disparo

O tempo de condução do dimmer é controlado pelo ângulo de disparo. O tempo de condução é máximo quando o ângulo de disparo é mínimo,  $\theta_{\min}$ . O tempo de condução é mínimo quando o ângulo de disparo é máximo,  $\theta_{\max}$ .

O resistor  $R_s$  tem a função de limitar a corrente no DIAC quando  $R=0$ , e  $R_s \ll R_{\max}$ . Quando  $R=0$  praticamente não há defasagem entre a tensão no capacitor e a rede.



## Cálculo de $\theta_{\min}$

$$R_L \ll R_s + R$$

$$\theta = \omega t$$

$$V_{BR} = V_m \sin(\omega t_{\min})$$

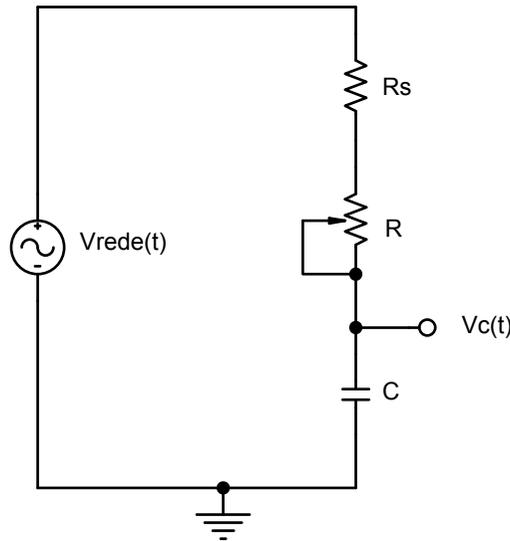
$$\theta_{\min} = \omega t_{\min}$$

$$V_{BR} = V_m \sin(\theta_{\min})$$

$$\theta_{\min} = \arcsin\left(\frac{V_{BR}}{V_m}\right)$$

O ângulo máximo de disparo,  $\theta_{\max}$ , será uma especificação de projeto. Normalmente é escolhido de forma a desligar o TRIAC, quando o potenciômetro estiver com seu valor máximo de resistência.

## Cálculo da máxima constante de tempo

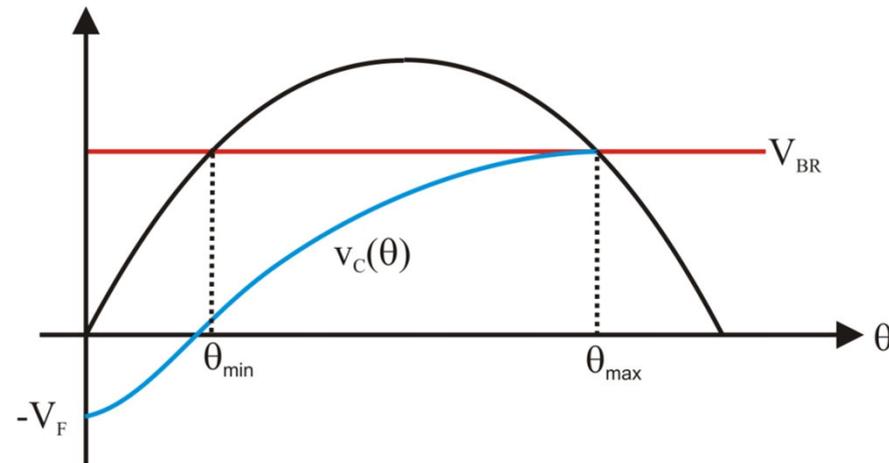


$$C \frac{dv_c(t)}{dt} + \frac{v_c(t) - V_m \sin(\omega t)}{R_s + R} = 0$$

$$\tau = (R_s + R)C$$

$$\frac{dv_c(t)}{dt} + \frac{v_c(t)}{\tau} = \frac{V_m \sin(\omega t)}{\tau}$$

$$\theta = \omega t \rightarrow dt = \frac{d\theta}{\omega}$$



$$V_c(\theta) = v_c\left(\frac{\omega t}{\omega}\right) = v_c\left(\frac{\theta}{\omega}\right)$$

$$\omega \frac{dV_c(\theta)}{d\theta} + \frac{V_c(\theta)}{\tau} = \frac{V_m \sin(\theta)}{\tau}$$

A equação diferencial deve ser resolvida com a condição inicial  $V_c(0^-) = -V_F$ .

$$V_c(\theta) = e^{\frac{-\theta}{\omega\tau}} \left( \frac{V_m \omega \tau}{1 + \omega^2 \tau^2} - V_F \right) + \frac{V_m (\sin(\theta) - \omega \tau \cos(\theta))}{1 + \omega^2 \tau^2}$$

A máxima constante de tempo pode ser calculada fazendo:

$$V_C(\theta_{\max}) = V_{BR}$$

**Simplificação de  $V_C(\theta)$ .**

$$V_C(\theta) = e^{\frac{-\theta}{\omega\tau}} \left( \frac{V_m \omega\tau}{1 + \omega^2 \tau^2} - V_F \right) + \frac{V_m (\sin(\theta) - \omega\tau \cos(\theta))}{1 + \omega^2 \tau^2}$$

$$e^{\frac{-\theta}{\omega\tau}} \cong 1$$

$$V_C(\theta) \cong \left( \frac{V_m \omega\tau}{1 + \omega^2 \tau^2} - V_F \right) + \frac{V_m (\sin(\theta) - \omega\tau \cos(\theta))}{1 + \omega^2 \tau^2}$$

$$\left( \frac{V_m \omega\tau}{1 + \omega^2 \tau^2} - V_F \right) + \frac{V_m (\sin(\theta_{\max}) - \omega\tau \cos(\theta_{\max}))}{1 + \omega^2 \tau^2} = V_{BR}$$

$$\tau = \frac{(1 - \cos(\theta_{\max}))V_m + \sqrt{V_m^2 (1 - \cos(\theta_{\max}))^2 + 4V_m \sin(\theta_{\max})(V_F + V_{BR}) - 4(V_F + V_{BR})^2}}{2(V_F + V_{BR})\omega}$$

## Exemplo de projeto

Dimmer para um aquecedor de 3000W em 110V<sub>RMS</sub>

$$R_L = \frac{110^2}{3000} = 4\Omega$$

$$I_{L\max} = \frac{156}{4} = 39A$$

$$V_m = 110\sqrt{2} = 156V$$

$$\omega = 2\pi 60 = 377\text{rd/s}$$

**TRIAC**

2N5444

$$V_{F(BR)} = 200V$$

$$I_{A\max} = 56A$$

**DIAC**

SMDB3

$$V_{BR} = 32V$$

$$V_F = 13V$$

## Cálculo dos ângulos mínimo e máximo de disparo

$$\theta_{\min} = \arcsin\left(\frac{V_{BR}}{V_m}\right) = \arcsin\left(\frac{32}{156}\right) = 0.2rd$$

$$\theta_{\max} = \pi - \theta_{\min} = 2.9rd$$

## Cálculo da máxima constante de tempo

$$\tau = \frac{(1 - \cos(\theta_{\max}))V_m + \sqrt{V_m^2(1 - \cos(\theta_{\max}))^2 + 4V_m \sin(\theta_{\max})(V_F + V_{BR}) - 4(V_F + V_{BR})^2}}{2(V_F + V_{BR})\omega}$$

$$\tau = \frac{(1 - \cos(2.9)) \cdot 156 + \sqrt{156^2 \cdot (1 - \cos(2.9))^2 + 4 \cdot 156 \cdot \sin(2.9) \cdot (13 + 32) - 4 \cdot (13 + 32)^2}}{2 \cdot (13 + 32) \cdot 377}$$

$$\tau = 0.018$$

Valor exato  $\longrightarrow$   $\tau = 0.016$

Erro  $\longrightarrow$  12.5%

## Cálculo de $R_s$ , $R$ e $C$

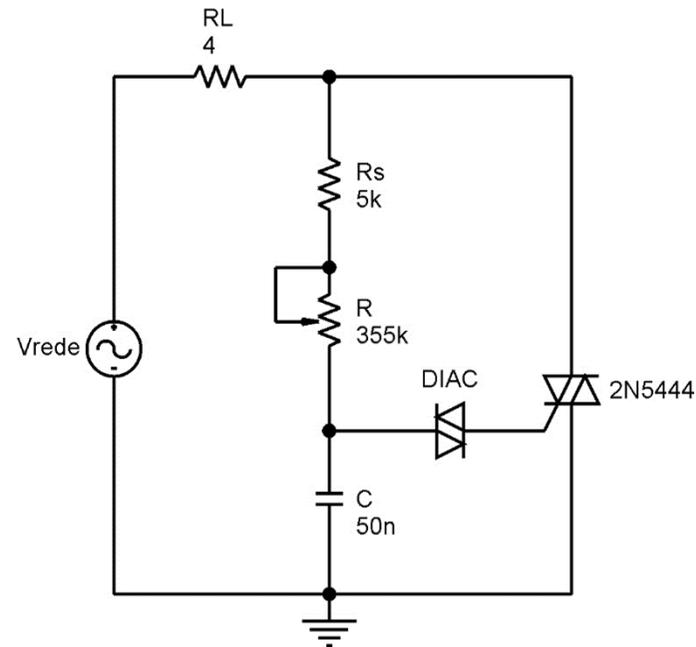
$$\tau = (R_s + R)C = 0.018$$

Adotando  $C=50\text{nF}$

$$R_s + R = \frac{0.018}{50 \cdot 10^{-9}} = 360\text{k}\Omega$$

$R_s$  deve ser escolhido de forma a limitar a corrente que circula pelo potenciômetro e o DIAC. Com  $R_s=5\text{k}\Omega$  a máxima corrente será 32mA.

$$R = 360 \cdot 10^3 - 5 \cdot 10^3 = 355\text{k}\Omega$$



## Resultados de simulações

