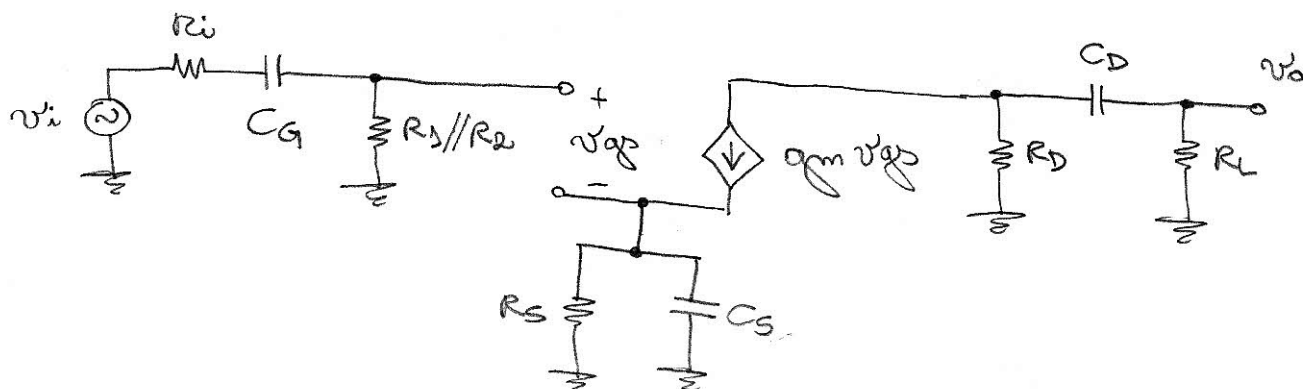


- ④ Circuito de frequências baixas para a resposta de baixas frequências:



Constantes de tempo de curto-circuito:

$$C_G \rightarrow \frac{1}{C_G \cdot (R_i + R_1 // R_2)}$$

$$C_C \rightarrow \frac{1}{C_C (R_D + R_L)}$$

$$C_S \rightarrow \frac{1}{C_S \cdot (R_S // 1/g_m)}$$

Análise do circuito no domínio da frequência:

$$v_{gg} = \frac{R_1 // R_2}{R_i + \frac{1}{j\omega C_G} + R_1 // R_2} \cdot v_i - g_m v_{gg} \cdot \frac{1}{\frac{1}{R_S} + j\omega C_S}$$

$$v_{gg} \left(1 + \frac{g_m R_S}{j\omega C_S R_S + 1} \right) = \frac{j\omega C_G \cdot R_1 // R_2}{j\omega C_G (R_i + R_1 // R_2) + 1} \cdot v_i$$

$$v_{gg} = \frac{j\omega C_S R_S + 1}{j\omega C_S R_S + (1 + g_m R_S)} \cdot \frac{j\omega C_G \cdot R_1 // R_2}{j\omega C_G (R_i + R_1 // R_2) + 1} \cdot v_i$$

Assim:

$$v_o = - g_m v_{gg} \cdot \frac{R_D}{R_D + R_L + \frac{1}{j\omega C_D}} \cdot R_L$$

$$v_o = -g_m v_{gs} \cdot \frac{R_D R_L}{(R_D + R_L) + \frac{1}{sC_D}}$$

$$v_o = -g_m v_{gs} \cdot \frac{\frac{R_D R_L}{R_D + R_L}}{s + \frac{1}{C_D (R_D + R_L)}}$$

$$v_o = - \frac{g_m R_D // R_L s}{\left(s + \frac{1}{C_D (R_D + R_L)} \right)} \cdot v_{gs}$$

$$v_o = - \frac{g_m R_D // R_L s}{\left(s + \frac{1}{C_D (R_D + R_L)} \right)} \cdot \frac{s C_S R_S + 1}{s C_S R_S + (1 + g_m R_S)} \cdot \frac{s C_G \cdot R_D // R_L}{s C_G (R_i + R_D // R_L) + 1} \cdot v_i$$

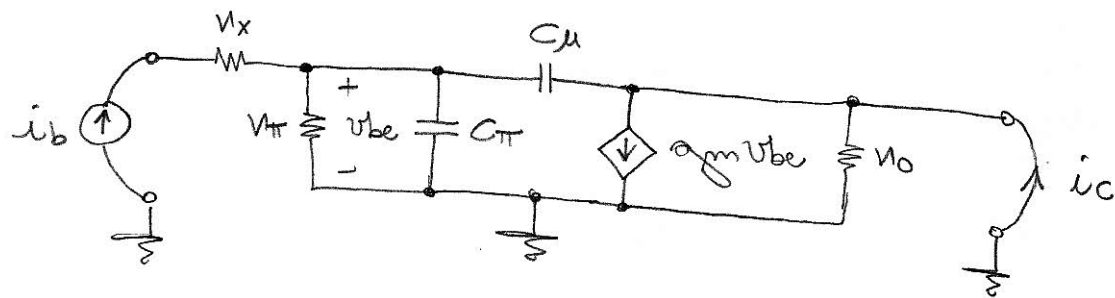
Portanto:

$$\frac{v_o}{v_i} = - \frac{g_m R_D // R_L s}{\left(s + \frac{1}{C_D (R_D + R_L)} \right)} \cdot \frac{\left(s + \frac{1}{C_S R_S} \right)}{\left(s + \frac{1 + g_m R_S}{C_S R_S} \right)} \cdot \frac{s \frac{R_D // R_L}{R_i + R_D // R_L}}{\left(s + \frac{1}{C_G (R_i + R_D // R_L)} \right)}$$

$$\frac{v_o}{v_i} = - \left(g_m R_D // R_L \cdot \frac{R_D // R_L}{R_i + R_D // R_L} \right) \cdot \frac{s}{\left(s + \frac{1}{C_D (R_D + R_L)} \right)} \cdot \frac{\left(s + \frac{1}{C_S R_S} \right)}{\left(s + \frac{1}{C_S (R_S // 1/g_m)} \right)} \cdot \frac{s}{\left(s + \frac{1}{C_G (R_i + R_D // R_L)} \right)}$$

Note que os polos acima correspondem exatamente os inversos das constantes de tempo de curto-circuito.

2



Eq. nodal da base:

$$-i_b + \frac{v_{be}}{V_T} + v_{be} \cdot sC_{\pi} + v_{be} \cdot sC_{\mu} = 0$$

$$v_{be} \left(\frac{1}{V_T} + s(C_{\pi} + C_{\mu}) \right) = i_b$$

$$v_{be} = \frac{V_T}{sV_T(C_{\pi} + C_{\mu}) + 1} \cdot i_b$$

Corrente do coletor:

$$i_c = g_m v_{be} - sC_{\mu} v_{be}$$

$$i_c = (g_m - sC_{\mu}) v_{be}$$

$$i_c = \frac{V_T (g_m - sC_{\mu})}{sV_T(C_{\pi} + C_{\mu}) + 1} \cdot i_b$$

$$\frac{i_c}{i_b} = V_T g_m \cdot \frac{1 - s \frac{C_{\mu}}{g_m}}{sV_T(C_{\pi} + C_{\mu}) + 1}$$

$$\frac{i_c}{i_b} = \beta \cdot \frac{1 - s \frac{C_{\mu}}{g_m}}{sV_T(C_{\pi} + C_{\mu}) + 1}$$

Handwritten signature

A frequência de transição:

$$\left| \frac{i_c(j\omega_r)}{i_b} \right| = \beta \left| \frac{1 - j\omega_r \frac{C_{\mu}}{g_m}}{j\omega_r V_T(C_{\pi} + C_{\mu}) + 1} \right| = 1$$

$$\beta^2 \cdot \frac{1 + \omega_r^2 \frac{C_\mu^2}{g_m^2}}{\omega_r^2 (C_\pi + C_\mu)^2 V_{\pi}^2 + 1} = 1$$

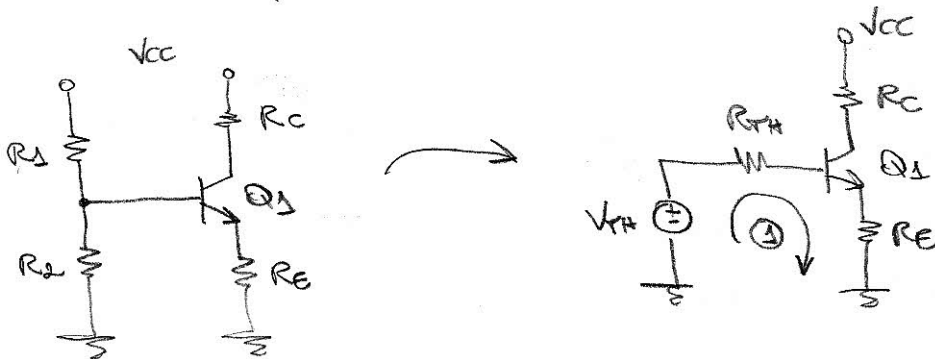
$$\beta^2 + \omega_r^2 \frac{\beta^2 C_\mu^2}{g_m^2} = \omega_r^2 (C_\pi + C_\mu)^2 V_{\pi}^2 + 1$$

$$\omega_r^2 = \frac{\beta^2 - 1}{V_{\pi}^2 (C_\pi + C_\mu)^2 - \frac{\beta^2 C_\mu^2}{g_m^2}}$$

$$\omega_r = 1,0465 \cdot 10^9 \text{ rad/s}$$

$$f_r = \frac{\omega_r}{2\pi} = 163,7 \text{ MHz}$$

③ (a) Amplificador com emissor comum - Polarização:



$$V_{TH} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot V_{CC}$$

$$R_{TH} = R_1 // R_2$$

$$\textcircled{1}: V_{TH} - R_{TH} I_B - V_{BE} - R_E I_E = 0$$

$$V_{TH} - R_{TH} I_B - V_{BE} - R_E (\beta + 1) I_B = 0$$

$$I_B = \frac{V_{TH} - V_{BE}}{R_{TH} + R_E (\beta + 1)} = 19,1 \mu\text{A}$$

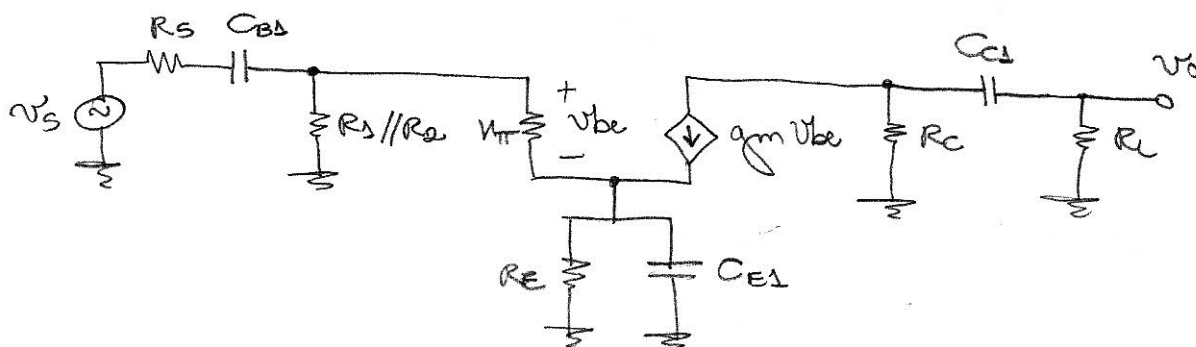
$$I_C = \beta I_B = 1,93 \text{ mA}$$

Assim, os parâmetros de freq. sinais serão dados por:

$$\begin{cases} g_m = \frac{I_C}{V_T} = 76,4 \text{ mA/V} \\ r_\pi = \frac{\beta}{g_m} = 1,3 \text{ k}\Omega \end{cases}$$

Como o circuito de polarização é o mesmo para ambos os amplificadores, os valores acima são válidos também para o amplificador com emissor degenerado.

O modelo de freq. sinais para baixas freq. do primeiro amplificador:



Constantes de tempo de curto-circuito:

$$C_{B1} \longrightarrow \frac{1}{C_{B1} \cdot (R_s + R_1 // R_2 // V_{BE})}$$

$$C_{E1} \longrightarrow \frac{1}{C_{E1} \left(R_E // \frac{V_{BE} + R_1 // R_2 // R_s}{\beta + 1} \right)}$$

$$C_{C1} \longrightarrow \frac{1}{C_{C1} \cdot (R_C + R_L)}$$

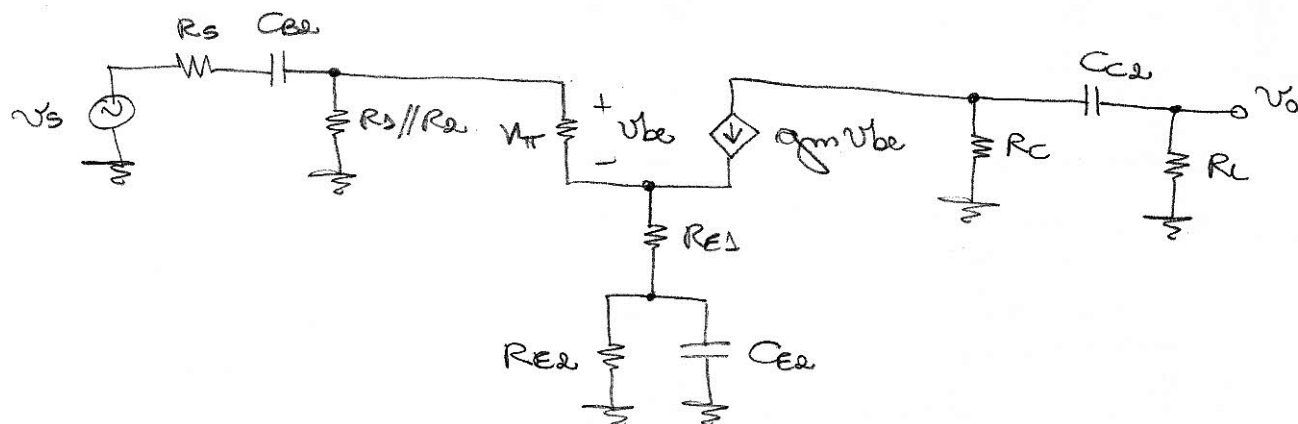
Projeto para um polo dominante em 100 Hz:

$$\frac{1}{C_{E1} \left(R_E // \frac{V_{BE} + R_1 // R_2 // R_s}{\beta + 1} \right)} = 2\pi \cdot 100 \quad \therefore C_{E1} = 93 \mu F$$

$$\frac{1}{C_{B1} \cdot (R_s + R_1 // R_2 // V_{BE})} = 2\pi \cdot 10 \quad \therefore C_{B1} = 10,2 \mu F$$

$$\frac{1}{C_{C1} (R_C + R_L)} = 2\pi \cdot 10 \quad \therefore C_{C1} = 1,4 \mu F$$

O modelo de freq. sinais para o amplificador com degeneração de emissor fica:



As constantes de tempo de curto-circuito ficam:

$$C_{E2} \rightarrow \frac{1}{C_{E2} (R_s + R_1 // R_2 // (V_{\pi} + (\beta + 1) R_{E1}))}$$

$$C_{E2} \rightarrow \frac{1}{C_{E2} \left(R_{E2} // \left(R_{E1} + \frac{V_{\pi} + R_1 // R_2 // R_s}{\beta + 1} \right) \right)}$$

$$C_{C2} \rightarrow \frac{1}{C_{C2} (R_C + R_L)}$$

Dimensionando os capacitores para uma frequência de corte dominante em 100 Hz:

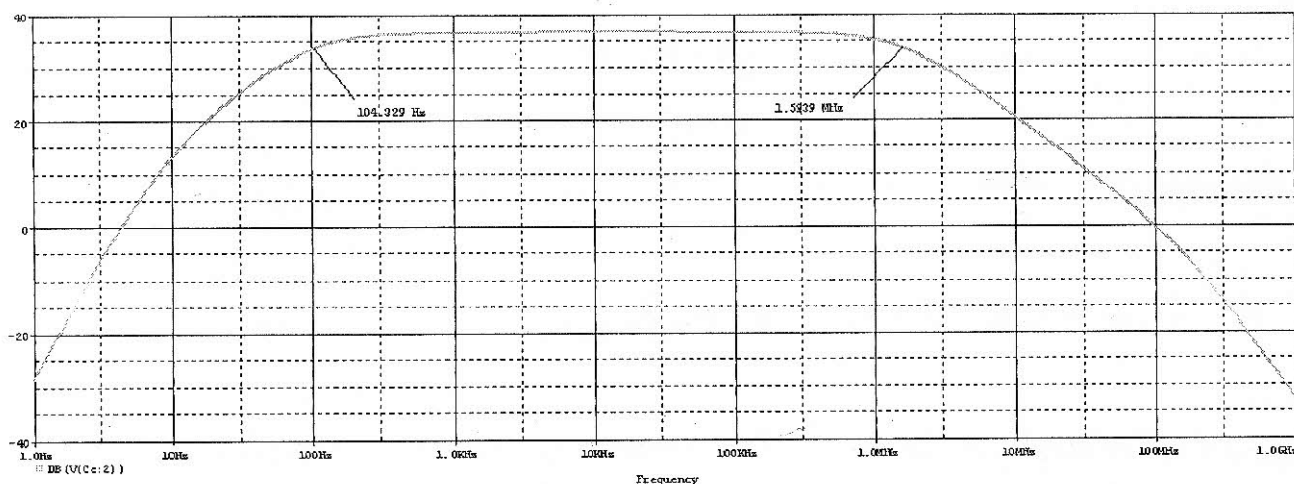
$$\frac{1}{C_{E2} \left(R_{E2} // \left(R_{E1} + \frac{V_{\pi} + R_1 // R_2 // R_s}{\beta + 1} \right) \right)} = 2\pi \cdot 100 \quad \therefore C_{E2} = 4,1 \mu F$$

$$\frac{1}{C_{E2} (R_s + R_1 // R_2 // (V_{\pi} + (\beta + 1) R_{E1}))} = 2\pi \cdot 10 \quad \therefore C_{E2} = 2,8 \mu F$$

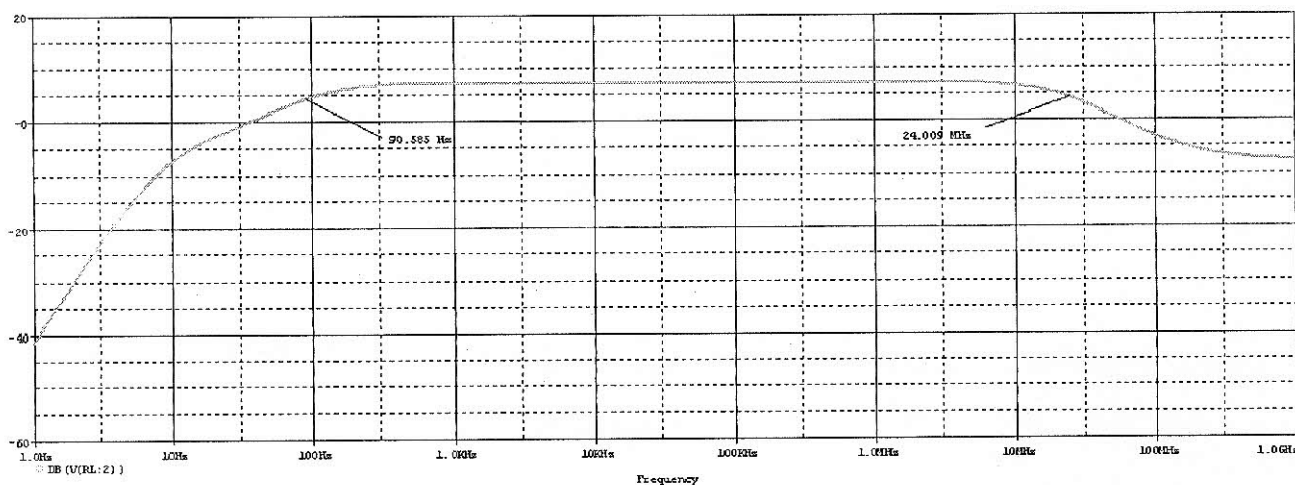
$$\frac{1}{C_{C2} (R_C + R_L)} = 2\pi \cdot 10 \quad \therefore C_{C2} = 1,4 \mu F$$

OBS.: Note que esses capacitores são menores que aqueles calculados para o emissor comum normal.

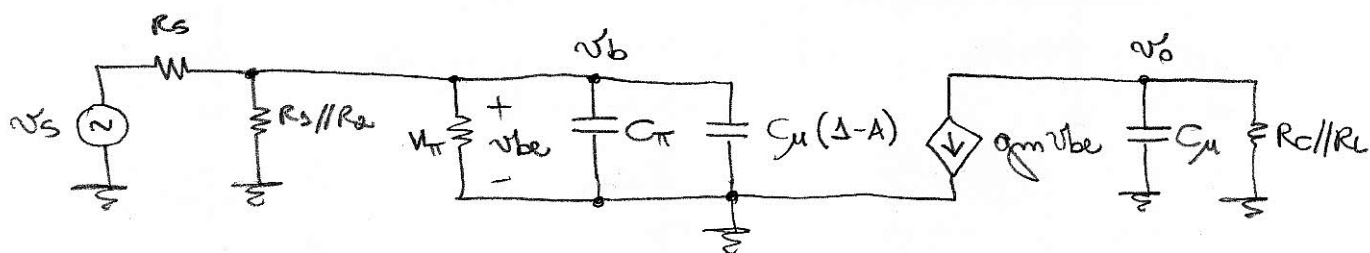
Simulando o amplificador em emissor comum simples obtém-se o gráfico abaixo com o limite inferior da banda passante em 104,3 Hz. (4)



Para o amplificador degenerado, o limite inferior da banda passante ficou em 90,5 Hz.



(c) Estimativa do limite superior da banda passante do emissor comum a partir das constantes de tempo de circuito aberto:



onde o ganho $A = \frac{v_o}{v_b} = -g_m R_C // R_L = -99,7 \text{ V/V}$.

Constantes de circuito aberto:

$$C_{\pi} + C_{\mu}(1-A) \longrightarrow (C_{\pi} + C_{\mu}(1-A)) \cdot R_S // R_1 // R_2 // V_{\pi}$$

$$C_{\mu} \longrightarrow C_{\mu} \cdot R_C // R_L$$

Estimativa da frequência de corte superior:

$$\frac{1}{\omega_H} \cong (C_{\pi} + C_{\mu}(1-A)) \cdot R_S // R_1 // R_2 // V_{\pi} + C_{\mu} \cdot R_C // R_L$$

A partir das informações dadas pelo cálculo do ponto de operação DC pelo simulador, temos:

$$C_{\pi} = 89,6 \text{ pF} \quad \text{e} \quad C_{\mu} = 1,19 \text{ pF}$$

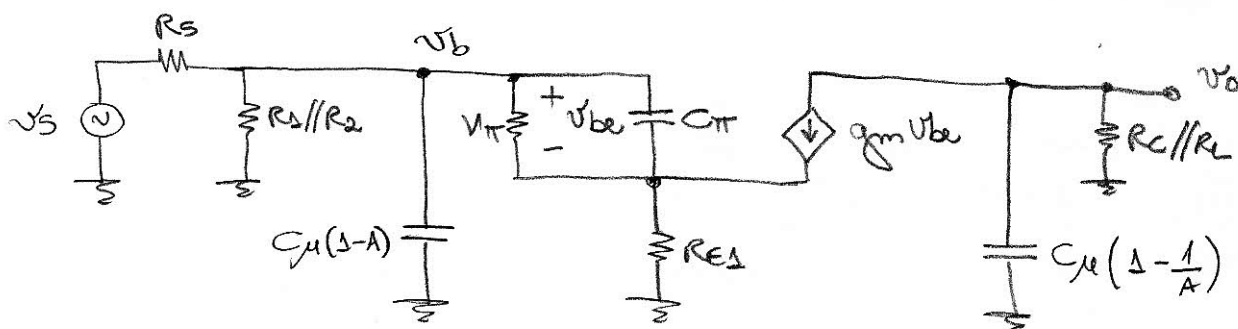
Assim:

$$\frac{1}{\omega_H} \cong 17,27 \cdot 10^{-8} \quad \therefore \quad \omega_H = 1,375 \cdot 10^7 \text{ rad/s}$$

$$f_H = \frac{\omega_H}{2\pi} = 2,19 \text{ MHz}$$

Nas simulações, foi obtido $f_H = 1,57 \text{ MHz}$ (erro de 28% em relação à estimativa aproximada).

No caso do amplificador com degeneração de emissor, temos que:

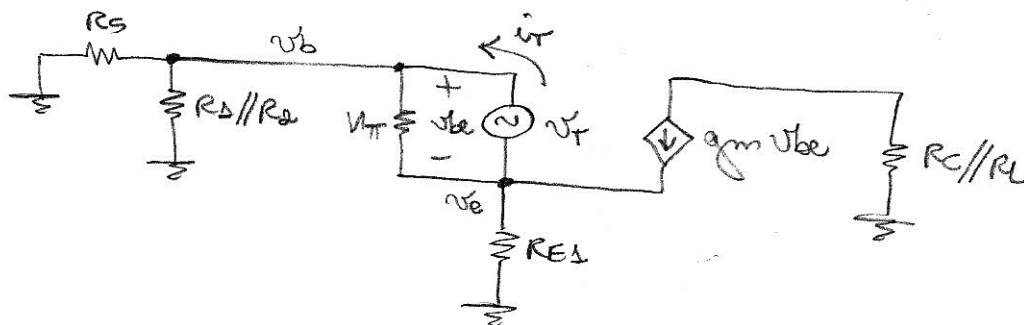


$$\text{onde } A = \frac{v_o}{v_b} = - \frac{\beta R_C // R_L}{V_{\pi} + R_{E1}(\beta + 1)} = -2,56 \text{ V/V}$$

$$C_M(1-A) \longrightarrow C_M(1-A) \cdot R_S // R_D // R_E // (V_{\pi} + R_{E1}(\beta+1))$$

$$C_M\left(1-\frac{1}{A}\right) \longrightarrow C_M\left(1-\frac{1}{A}\right) \cdot R_C // R_L$$

Para obter a constante de tempo referente a C_{π} , fazemos:



$$\frac{v_b}{R_S // R_D // R_E} + \frac{v_{be}}{V_{\pi}} - i_r = 0$$

$$-\frac{v_{be}}{V_{\pi}} + i_r - g_m v_{be} + \frac{v_e}{R_{E1}} = 0$$

$$v_b = R_S // R_D // R_E \left(i_r - \frac{v_{be}}{V_{\pi}} \right)$$

$$v_e = R_{E1} \left((g_m + \frac{1}{V_{\pi}}) v_{be} - i_r \right)$$

Então:

$$v_{be} = v_b - v_e = R_S // R_D // R_E \left(i_r - \frac{v_{be}}{V_{\pi}} \right) - R_{E1} \left(\frac{\beta+1}{V_{\pi}} v_{be} - i_r \right)$$

$$v_{be} \left(1 + \frac{R_S // R_D // R_E}{V_{\pi}} + \frac{R_{E1}(\beta+1)}{V_{\pi}} \right) = i_r \left(R_S // R_D // R_E + R_{E1} \right)$$

$$\frac{v_r}{i_r} = \frac{V_{\pi} (R_S // R_D // R_E + R_{E1})}{R_S // R_D // R_E + V_{\pi} + R_{E1}(\beta+1)}$$

Assim:

$$C_{\pi} \longrightarrow C_{\pi} \cdot \frac{V_{\pi} (R_S // R_D // R_E + R_{E1})}{R_S // R_D // R_E + V_{\pi} + R_{E1}(\beta+1)}$$

Portanto, uma estimativa do limite superior da banda passante seria:

$$\frac{1}{\omega_H} \approx C_{\mu}(1-A) \cdot R_S // R_D // R_2 // (V_{\pi} + R_{E3}(\beta+1)) + \\ + C_{\mu}\left(1 - \frac{1}{A}\right) \cdot R_C // R_L + C_{\pi} \cdot \frac{V_{\pi}(R_S // R_D // R_2 + R_{E3})}{V_{\pi} + R_S // R_D // R_2 + R_{E3}(\beta+1)}$$

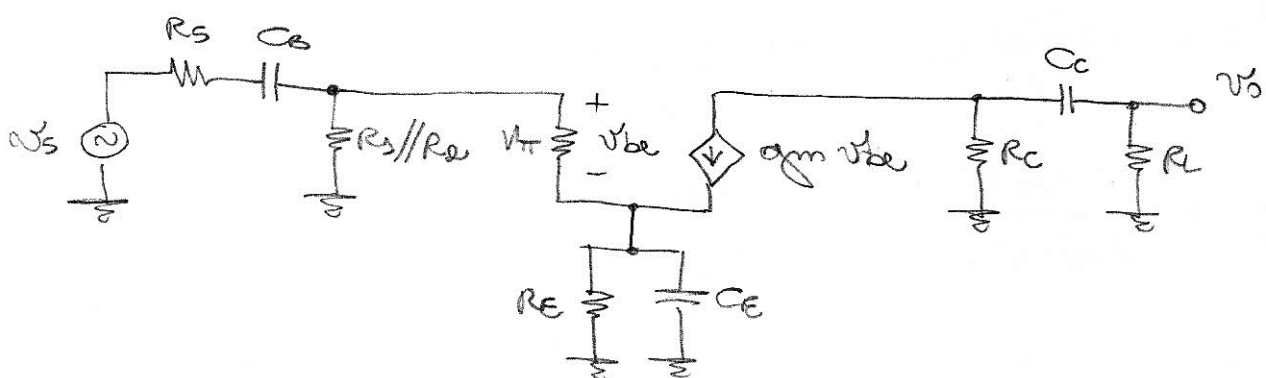
$$\frac{1}{\omega_H} \approx 5,297 \cdot 10^{-9} \quad \therefore \quad \omega_H = 1,88 \cdot 10^8 \text{ rad/s}$$

$$f_H = \frac{\omega_H}{2\pi} = 30,05 \text{ MHz}$$

Na simulação, foi obtido $f_H = 24 \text{ MHz}$ (erro de 20% em relação à previsão teórica).

Note que o amplificador degenerado apresentou uma banda passante maior. Isso acontece porque o ganho de tensão menor nesse último amplificador reduziu o efeito multiplicativo de Miller sobre C_{μ} .

(d) Para a resposta de baixas frequências do amplificador em emissor comum, temos:



A contribuição de cada capacitor para os zeros (valor de s para fazer $v_o = 0$):

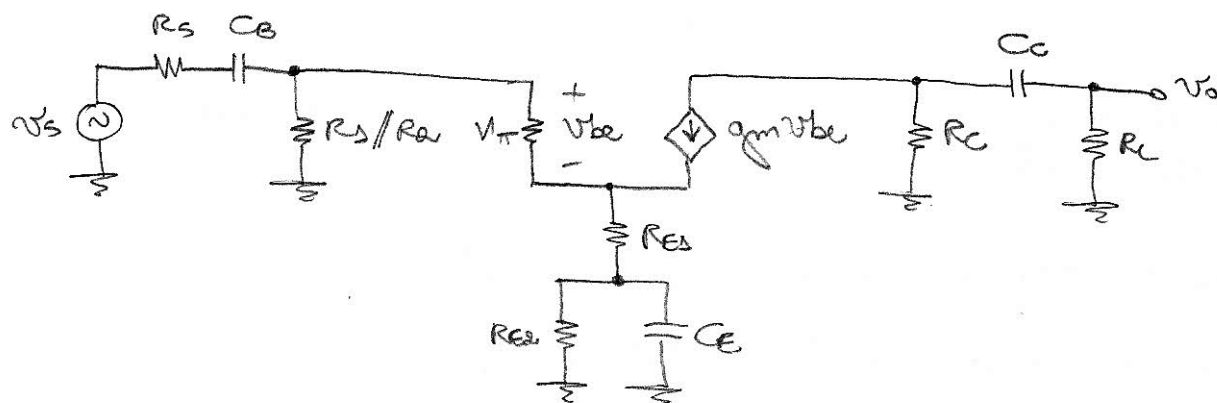
$C_B \rightarrow$ Zero em $s = 0$.

$C_C \rightarrow$ Zero em $s = 0$.

$$C_E \longrightarrow R_E // \frac{1}{sC_E} \rightarrow \infty$$

$$\frac{1}{R_E} + sC_E = 0 \quad \therefore s = -\frac{1}{R_E C_E}$$

No caso da resposta em baixas frequências do amplificador com degeneração de emissor;



A contribuição de cada capacitor para os zeros:

$$C_B \longrightarrow \text{Zero em } s=0$$

$$C_C \longrightarrow \text{Zero em } s=0$$

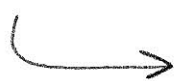
$$C_E \longrightarrow \text{Zero para } (R_{E1} + R_{E2} // \frac{1}{sC_E}) \rightarrow \infty$$

$$\frac{1}{R_{E2}} + sC_E = 0$$

$$s = -\frac{1}{R_{E2} C_E}$$

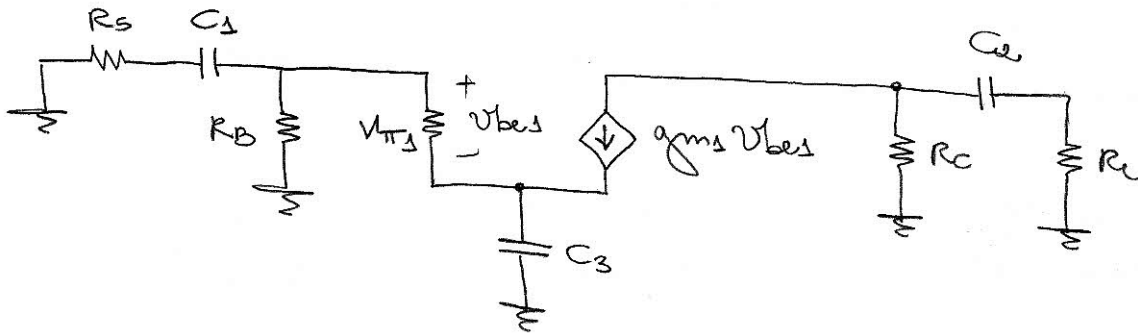
④ (a) Primeiramente, calculam-se as correntes de polarização de Q_1 e Q_2 , juntamente com os seus parâmetros de freq. sinais:

$$I_{C1} \approx 1 \text{ mA}$$



$$\begin{cases} g_{m1} = \frac{I_{C1}}{V_T} = 40 \text{ mA/V} \\ V_{\pi 1} = \frac{\beta}{g_{m1}} = 2,5 \text{ k}\Omega \end{cases}$$

O circuito de freq. sinais para a resposta de baixas frequências é:



As constantes de tempo de curto-circuito para cada capacitor são:

$$C_1 \longrightarrow \text{Req}_1 C_1 = (R_s + R_B // V_{\pi 1}) C_1$$

$$C_2 \longrightarrow \text{Req}_2 C_2 = (R_c + R_L) C_2$$

$$C_3 \longrightarrow \text{Req}_3 C_3 = \left(\frac{V_{\pi} + R_B // R_s}{\beta + 1} \right) C_3$$

Como Req_3 é a menor resistência, escolhemos $\frac{1}{\text{Req}_3 C_3}$ para ser o termo dominante na estimativa do limite inferior $\omega_L = 2\pi f_L$.

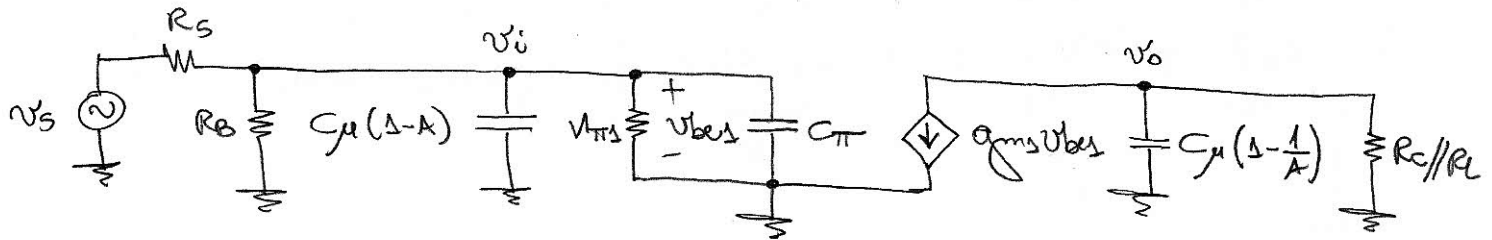
$$\text{Assim: } 2\pi f_L \approx \frac{1}{\text{Req}_3 C_3} \quad \therefore \quad C_3 = \frac{1}{2\pi f_L \cdot \text{Req}_3} = 48 \mu\text{F}$$

Para que os demais termos sejam considerados desprezíveis, fazemos:

$$\frac{1}{\text{Req}_1 C_1} = 2\pi 0,1 f_L \quad \therefore \quad C_1 = \frac{1}{2\pi 0,1 f_L \cdot \text{Req}_1} = 5,97 \mu\text{F}$$

$$\frac{1}{\text{Req}_2 C_2} = 2\pi 0,1 f_L \quad \therefore \quad C_2 = \frac{1}{2\pi 0,1 f_L \cdot \text{Req}_2} = 1,02 \mu\text{F}$$

- (b) O limite superior da banda passante do amplificador original pode ser estimado pelas constantes de tempo de circuito aberto:



Usando o Efeito Miller:

$$v_o = -g_m v_{be} R_C \parallel R_L = -g_m v_i R_C \parallel R_L$$

$$A = \frac{v_o}{v_i} = -g_m \cdot R_C \parallel R_L = -92,3 \text{ V/V}$$

Assim, teremos que:

$$\frac{1}{\omega_H} \approx R_{eq\pi} (C_{\pi} + C_{\mu}(1-A)) + R_{eq\mu} C_{\mu}(1-\frac{1}{A})$$

Como $|A| \gg 1$, então:

$$\omega_H \approx \frac{1}{R_{eq\pi} (C_{\pi} + C_{\mu}(1-A)) + R_{eq\mu} C_{\mu}}$$

As resistências equivalentes de circuito aberto são dadas por:

$$R_{eq\pi} = R_s \parallel R_B \parallel V_{TH}$$

$$R_{eq\mu} = R_C \parallel R_L$$

Então:

$$\omega_H \approx 6,56 \cdot 10^6 \text{ rad/s}$$

$$f_H = \frac{1}{2\pi} \omega_H \approx 1,04 \text{ MHz}$$

Assim, o limite superior ficará sendo:

$$\omega_H \approx \frac{1}{R_{TH}C_{\pi} + R_{TH}C_{\mu} + R_{eq\pi 2}(C_{\pi} + C_{\mu}(1-A)) + R_{eq\mu 2}C_{\mu}}$$

$$\omega_H \approx 83,6 \cdot 10^6 \text{ rad/s}$$

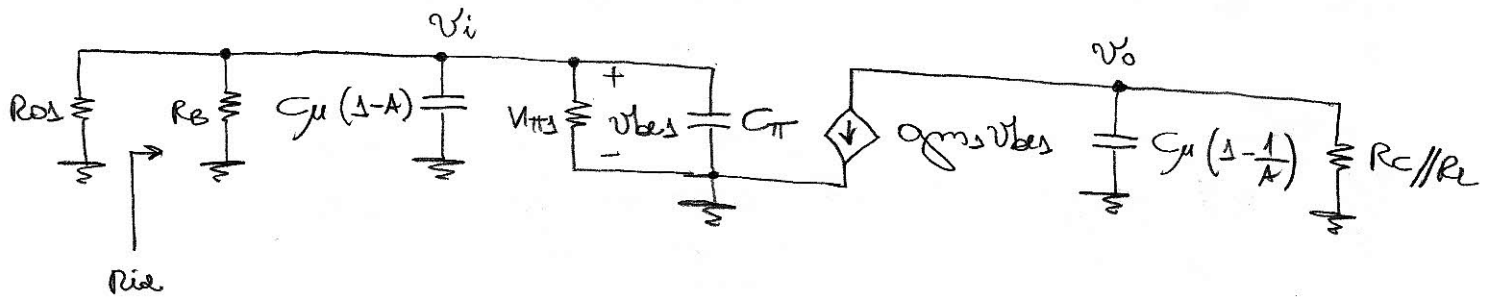
$$f_H' = \frac{1}{2\pi} \omega_H \approx 13,3 \text{ MHz}$$

Nota-se que a inclusão do estágio em coletor comum aumentou significativamente a banda passante do amplificador. O limite superior, em ambos os circuitos, é dominado pela constante de tempo:

$$[C_{\pi} + C_{\mu}(1-A)] R_{eq\pi 2}$$

em virtude do Efeito Miller. Com a inclusão do estágio em coletor comum, com a sua baixíssima impedância de saída $R_{os} = \frac{V_{ce} + R_s}{\beta + 1}$, temos que a resistência $R_{eq\pi 2}$ é sensivelmente reduzida, elevando o valor de ω_H e f_H' em comparação com o amplificador original.

No caso do amplificador em cascata, para o 2º estágio, temos:



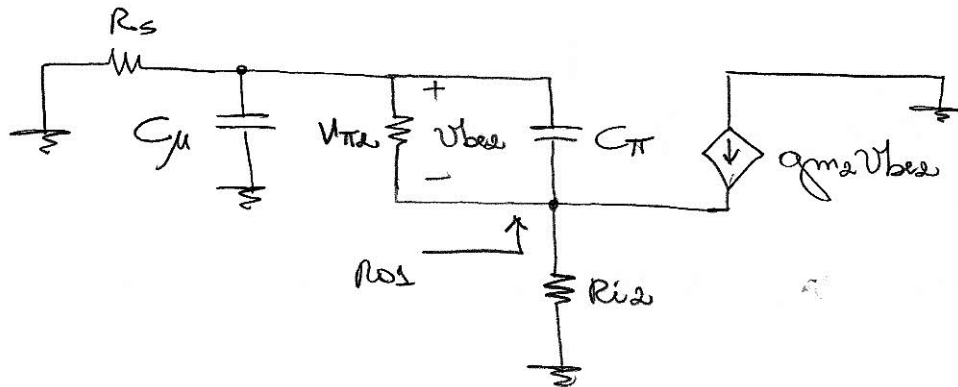
Nesse caso, também temos $A = \frac{v_o}{v_i} = -g_{m2} R_{C//R_L}$.

As constantes de tempo de circuito aberto são:

$$R_{eq1} (C_{\pi} + C_{\mu}(1-A)) = R_{os} // R_B // V_{T12} (C_{\pi} + C_{\mu}(1 + g_{m2} R_{C//R_L}))$$

$$R_{eq2} C_{\mu}(1 - \frac{1}{A}) \approx R_{C//R_L} C_{\mu}$$

No caso do 1º estágio, temos:



Como a polarização de Q2 define $I_{C2} \approx 1 \text{ mA}$, então:

$$g_{m2} = \frac{I_{C2}}{V_T} = 40 \text{ mA/V} \quad \text{e} \quad V_{T12} = \frac{\beta}{g_{m2}} = 2,5 \text{ k}\Omega$$

A impedância de saída R_{os} de circuito aberto (C_{π} e C_{μ} abertos) é:

$$R_{os} = \frac{V_{T12} + R_S}{\beta + 1}$$

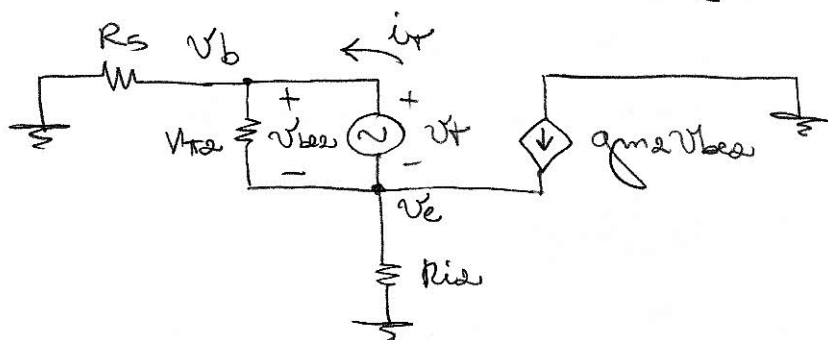
Já a impedância de entrada do 2º estágio é:

$$R_{ie} = R_B // V_{\pi 2}$$

A constante de tempo de circuito aberto associada à C_{μ} é dada por:

$$R_{eqs} C_{\mu} = R_S // (V_{\pi 2} + R_{ie}(\beta + 1)) \cdot C_{\mu}$$

Já a resistência R_{eqs} da constante de circuito aberto $R_{eqs} C_{\pi}$ é obtida da seguinte forma:



$$\frac{V_b}{R_S} + \frac{V_{be2}}{V_{\pi 2}} - i_r = 0 \quad \rightarrow \quad V_b = R_S \left(i_r - \frac{V_t}{V_{\pi 2}} \right)$$

$$\frac{V_e}{R_{ie}} - \frac{V_{be2}}{V_{\pi 2}} + i_r - g_{m2} V_{be2} = 0 \quad \rightarrow \quad V_e = R_{ie} \left[-i_r + \frac{V_t}{V_{\pi 2}} + g_{m2} V_t \right]$$

Assim:

$$V_t = V_b - V_e = R_S \left[i_r - \frac{V_t}{V_{\pi 2}} \right] - R_{ie} \left[-i_r + \frac{V_t}{V_{\pi 2}} + g_{m2} V_t \right]$$

$$V_t \left[1 + \frac{R_S}{V_{\pi 2}} + \frac{R_{ie}}{V_{\pi 2}} + g_{m2} R_{ie} \right] = i_r (R_S + R_{ie})$$

$$R_{eqs} = \frac{V_t}{i_r} = \frac{V_{\pi 2} (R_S + R_{ie})}{V_{\pi 2} + R_S + R_{ie}(\beta + 1)}$$