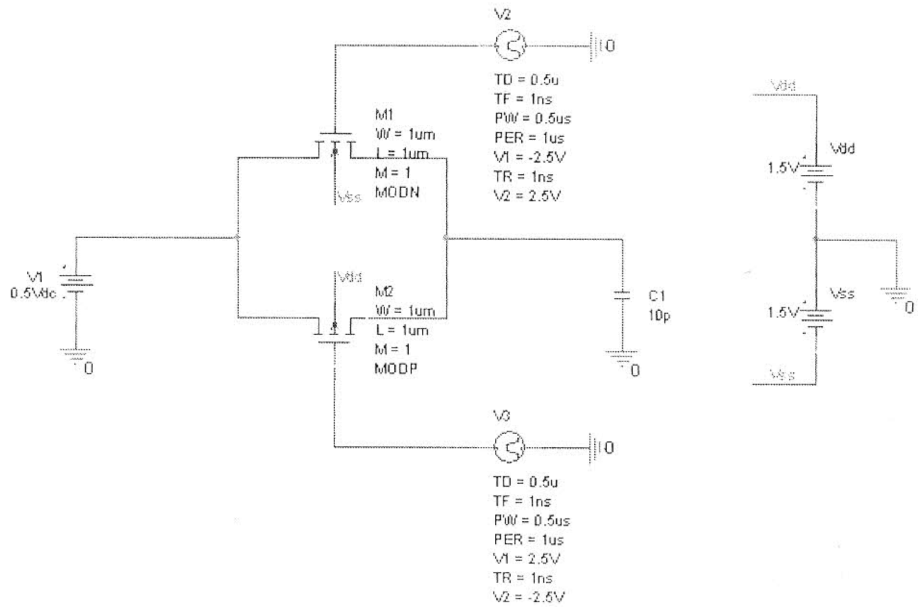
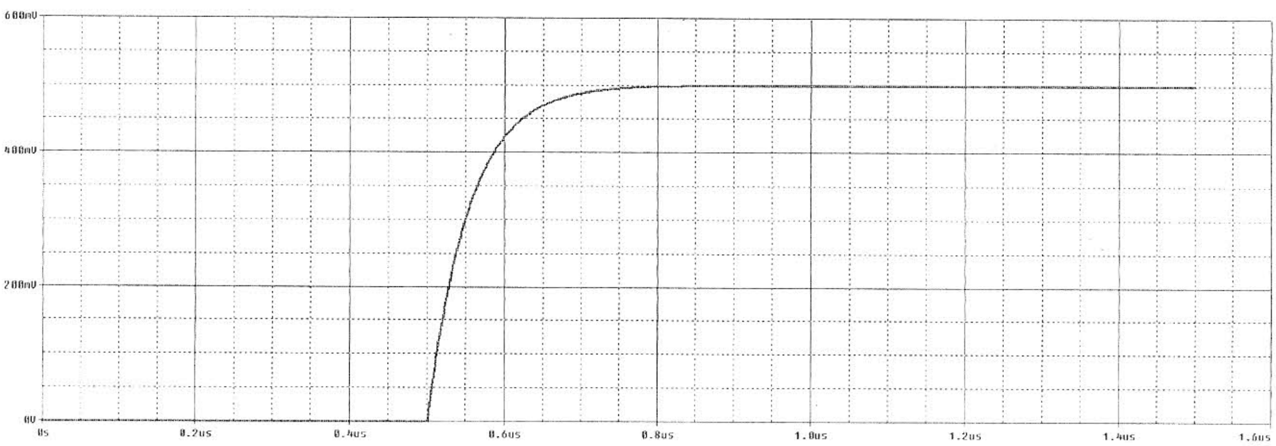
ELETRÔNICA II – 4ª LISTA – GABARITO

[Questão 01] O objetivo desta questão é realizar um estudo da chave analógica complementar, construída com transistores MOS. Abaixo, é apresentado o diagrama esquemático do circuito simulado nesta questão:

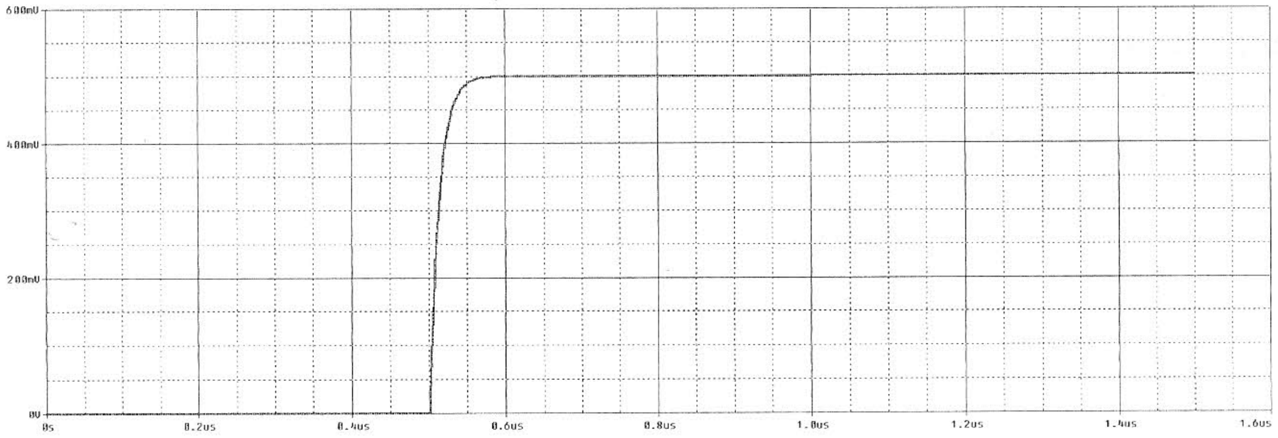


(a) Simulando o circuito no intervalo de 1,5 μs, obtém-se o seguinte gráfico para a tensão na saída vo:



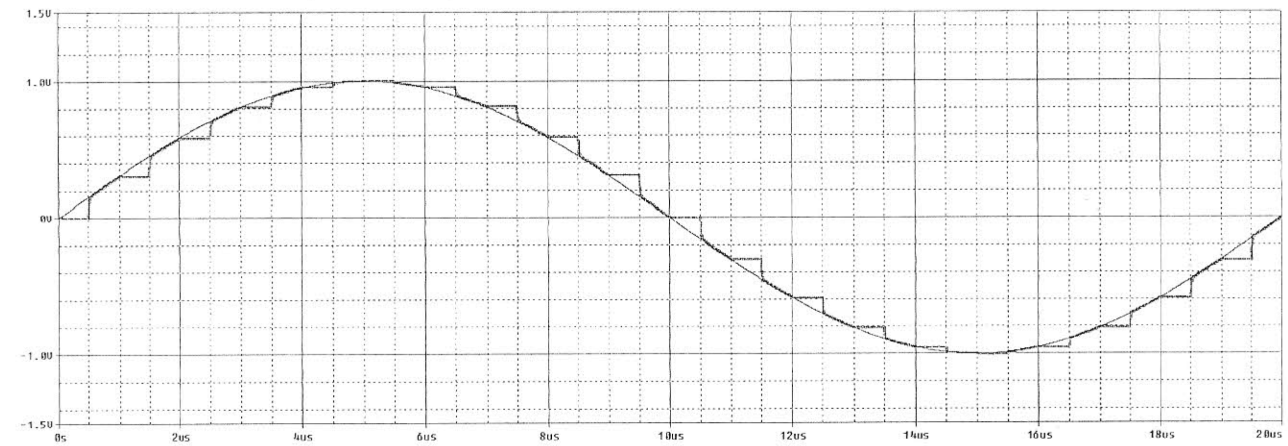
No gráfico apresentado acima, verifica-se o crescimento exponencial da tensão no capacitor de carga assim que a chave é fechada, fazendo com que o capacitor seja carregado com a mesma tensão de 0,5 V aplicada à entrada. Nota-se, também, que a tensão no capacitor se mantém quando a chave é aberta, funcionando como um elemento de memória analógica.

(b) Simulando o mesmo circuito acima, com a largura de ambos os transistores alterada para 4μm, obtém-se o seguinte gráfico para a tensão na saída:



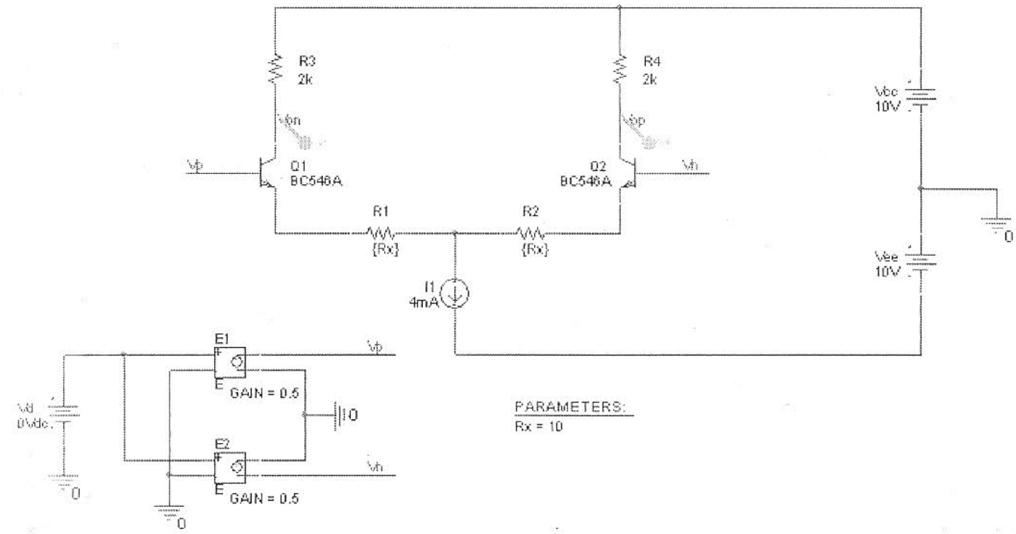
De acordo com os resultados obtidos, nota-se, novamente, que a tensão no capacitor evoluiu exponencialmente até 0,5 V. Entretanto, a diferença ficou por conta do tempo de carregamento, que foi significativamente menor nessa segunda simulação. Essa diferença se deve à menor resistência equivalente da chave analógica, em virtude do aumento da largura dos transistores. A redução na resistência equivalente da chave analógica faz com que a constante de tempo RC do circuito diminua, encurtando o tempo de carregamento do capacitor de carga.

(c) Esta simulação é um exemplo do uso do circuito acima como um *sample-and-hold*. O objetivo é amostrar o valor da tensão na entrada em instantes periódicos de tempo, retendo seu valor no intervalo em que a chave fica aberta. Assim, usando uma senóide como sinal de entrada, obtém-se como resultado o gráfico abaixo:



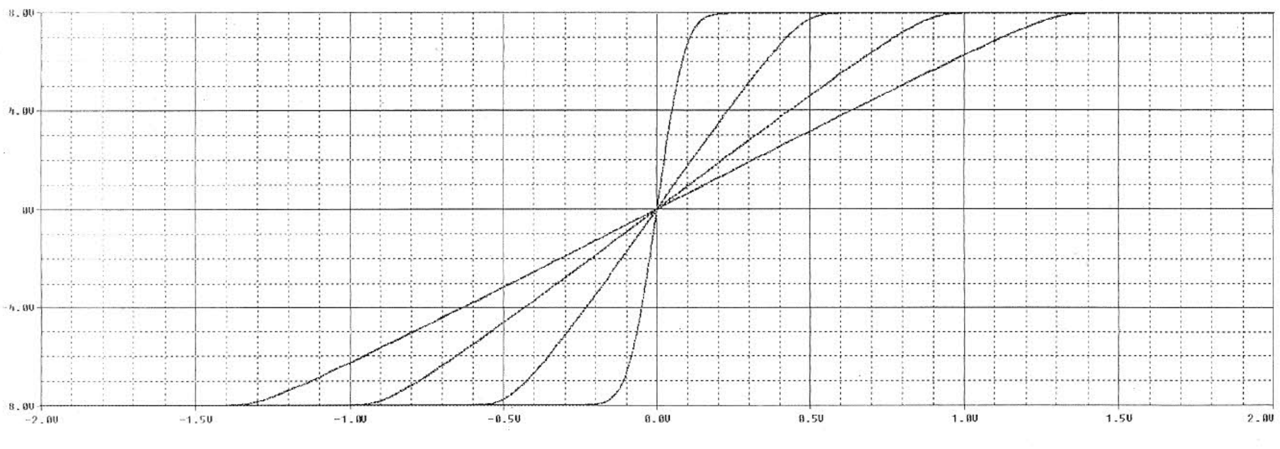
Nesse gráfico, temos a forma de onda do sinal de entrada, juntamente com a forma de onda do sinal de saída. Conforme o esperado, nos intervalos de tempo em que a chave analógica está fechada, a tensão na saída acompanha o sinal de entrada. Entretanto, a tensão na saída é mantida constante nos intervalos em que a chave é aberta, memorizando a tensão amostrada.

[**Questão 02]** O objetivo desta questão é mostrar como a adição de resistores de degeneração de emissor pode estender os limites da tensão de entrada em que um par diferencial bipolar opera de maneira razoavelmente linear. O circuito simulado aqui é apresentado abaixo:



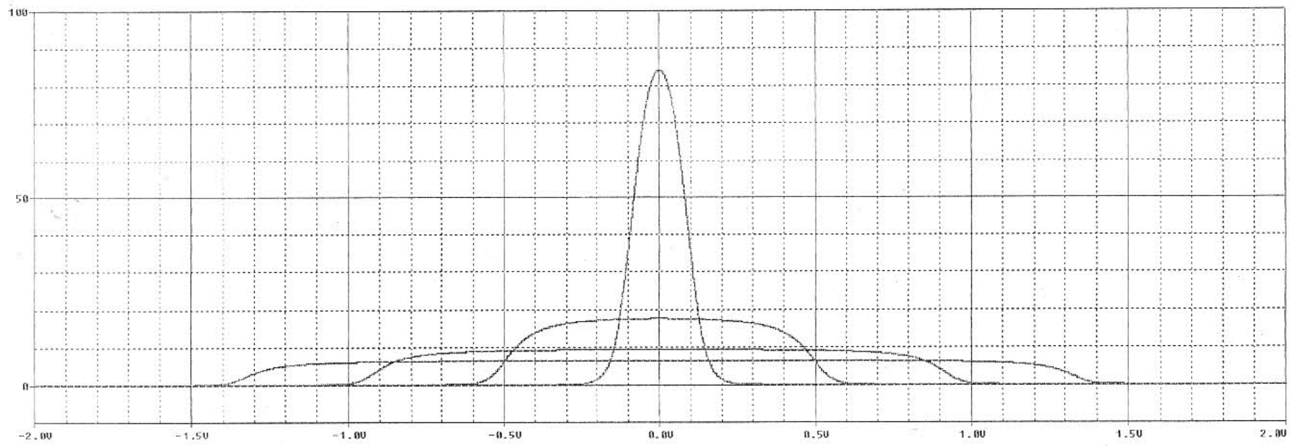
Nesse circuito, os valores dos resistores de degeneração de emissor foram definidos como sendo iguais ao valor de uma variável R_X.

(a) A fim de se obter a curva característica de transferência de tensão entre a entrada diferencial e a saída do amplificador, foi simulada uma varredura na tensão diferencial de entrada a partir de -2 V a até +2 V. Assim, obtivemos as curvas abaixo de como varia a tensão na saída em função da tensão diferencial de entrada.



Cada uma das curvas acima foi obtida para um determinado valor dos resistores de degeneração de emissor. De acordo com os resultados, nota-se que quanto maior o valor dos resistores de degeneração, maior é a faixa da tensão de entrada em que o par diferencial opera de maneira aproximadamente linear. Entretanto, o preço a ser pago por esse aumento na faixa de operação linear é a redução do ganho de tensão do amplificador diferencial, em virtude da diminuição da inclinação da curva no trecho "linear".

(b) Para obter o valor do ganho de tensão do amplificador diferencial para cada valor de resistor de degeneração, devemos obter a derivada de cada uma das curvas características apresentadas acima:



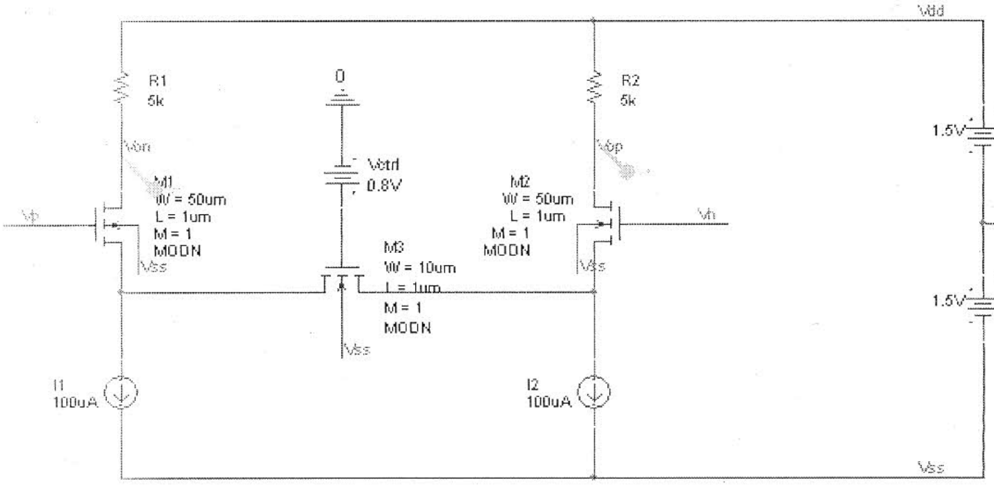
Observando as derivadas, nota-se que quanto mais baixo o ganho, maior é a faixa da tensão diferencial de entrada em que a derivada é constante, ou seja, a faixa em que o par diferencial opera linearmente.

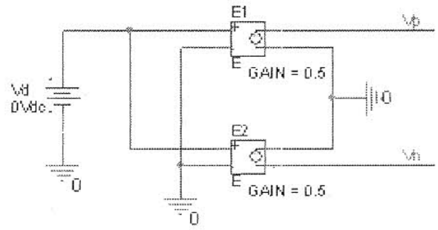
Na tabela abaixo, temos os valores de ganho medidos em $v_d = 0$, a partir das derivadas das curvas características traçadas para diferentes valores dos resistores de degeneração de emissor.

Resistores de Degeneração (Ω)	***Ganho***
10	84,1
100	17,5
200	9,3
300	6,3

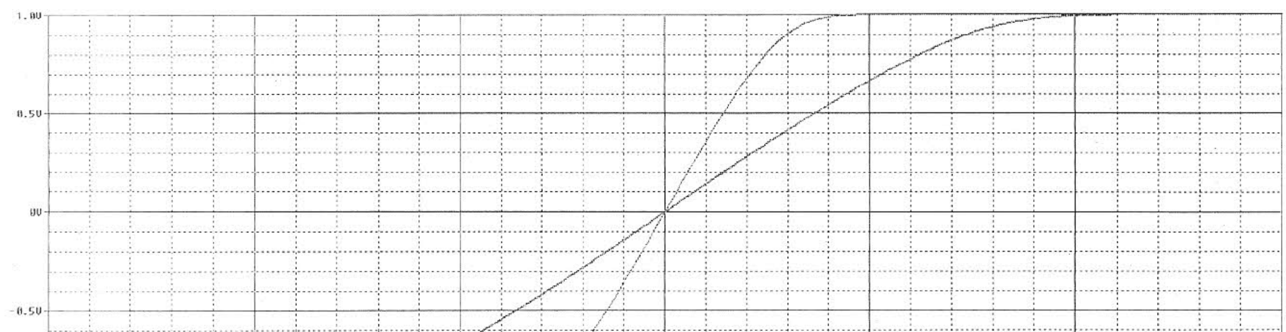
(c) Os cálculos referentes a este item são apresentados a seguir.

[Questão 03] O amplificador diferencial desta questão é similar ao da questão anterior. Uma das diferenças está no fato de que o par diferencial é implementado com transistores MOS, ao invés de transistores bipolares. A principal diferença é que, ao invés de empregar resistores de degeneração, emprega-se um transistor MOS operando na região de triodo como elemento de degeneração de fonte. Esse transistor de degeneração irá operar como um resistor, cuja resistência é controlada pela tensão de *gate*.





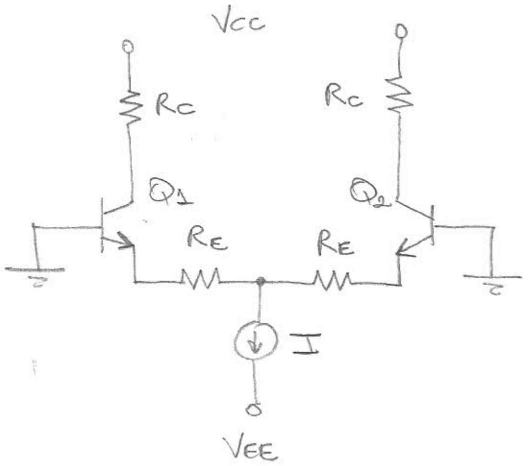
Realizando a varredura da tensão diferencial de entrada, serão obtidas duas curvas características para o amplificador diferencial acima. Uma para uma tensão de controle V_{CTRL} igual a 0 V e outra igual a 1,5 V. Ambas as curvas são apresentadas abaixo:



Nota-se que essas curvas apresentam um formato bem similar ao das curvas de transferência de tensão obtidas na questão anterior. Além disso, nota-se que tanto o ganho, como também a faixa de operação linear do par diferencial, variam ao se variar a tensão de *gate* do transistor de degeneração de fonte. Isso acontece porque o transistor de degeneração funciona como um resistor controlado pela própria tensão V_{CTRL}. Assim, ao se aumentar a tensão de controle, a resistência equivalente diminui, aumentando o ganho e reduzindo a faixa de operação linear do par diferencial.

A vantagem do circuito acima é que o ganho pode ser variado simplesmente alterando-se a tensão de controle V_{CTRL}, ao invés de trocar o valor de resistores, como no caso do par diferencial da questão anterior. Isso permite que o circuito acima seja usado em circuitos com controle automático de ganho.

(2) (c) Antes de realizar a análise de peq. sinais, obteremos os parâmetros do modelo de peq. sinais dos transistores a partir da análise DC:



Independentemente do valor de R_E, teremos que:

$$I_{E1} = I_{E2} = \frac{I}{2} = 2\ mA$$

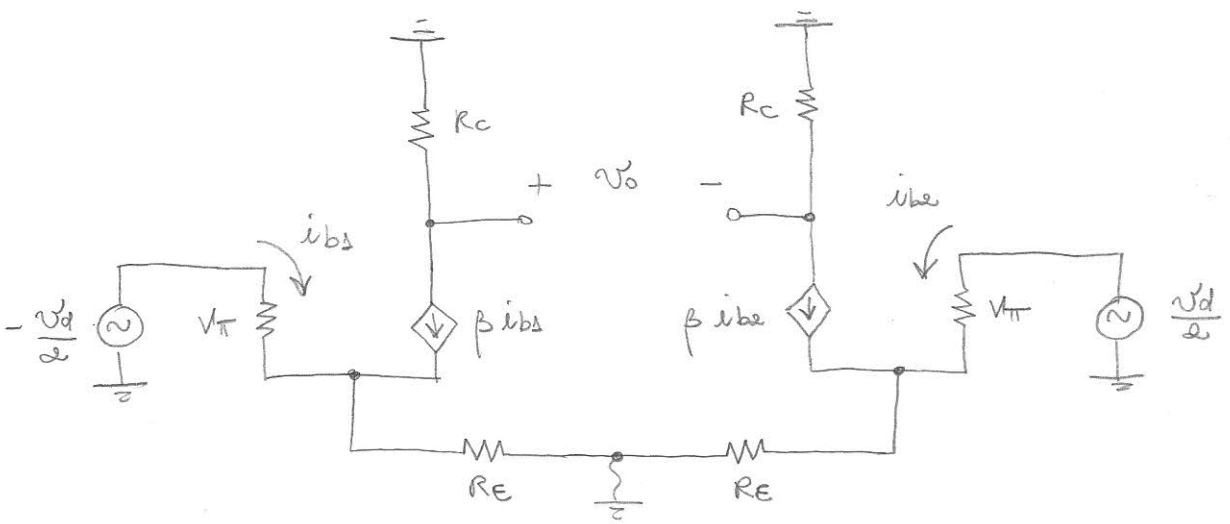
Então:

$$I_{C1} = I_{C2} = \frac{\beta}{\beta+1} \cdot \frac{I}{2} = 1{,}98\ mA$$

Consequentemente:

$$\begin{cases} g_m = \dfrac{I_C}{V_T} = 79{,}2\ mA/V \\ r_\pi = \dfrac{\beta}{g_m} = 1{,}26\ k\Omega \end{cases}$$

Assim, passamos para a análise de peq. sinais para obter o ganho diferencial:



Terra virtual, em virtude da simetria do circuito.

Então:

$$-\frac{v_d}{2} = i_{b1} r_\pi + (\beta+1)\, i_{b1} R_E$$

$$i_{b1} = -\frac{1}{r_\pi + (\beta+1) R_E} \cdot \frac{v_d}{2}$$

$$\frac{v_d}{2} = i_{b2} r_\pi + (\beta+1)\, i_{b2} R_E$$

$$i_{b2} = \frac{1}{r_\pi + (\beta+1) R_E} \cdot \frac{v_d}{2}$$

Assim:

$$v_o = v_{o1} - v_{o2} = -\beta R_C i_{b1} + \beta R_C i_{b2}$$

$$v_o = \frac{\beta R_C}{r_\pi + (\beta+1) R_E} \cdot \frac{v_d}{2} + \frac{\beta R_C}{r_\pi + (\beta+1) R_E} \cdot \frac{v_d}{2}$$

$$\Rightarrow \quad A_{vd} = \frac{v_o}{v_d} = \frac{\beta R_C}{r_\pi + (\beta+1) R_E}$$

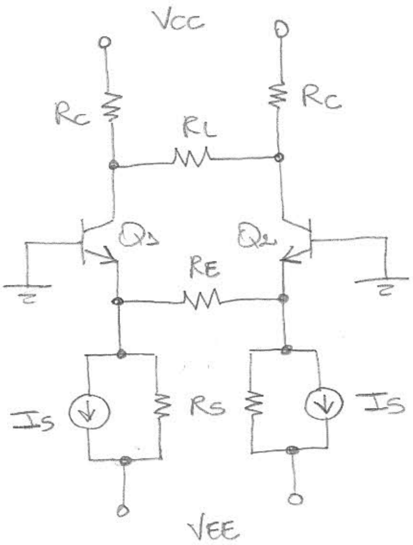
Substituindo os valores numéricos na expressão acima, teremos que:

R_E (Ω)	A_{vd}
10	122,3
100	18,73
200	9,65
300	6,5

Nota-se que quanto maior o valor de R_E, menor é o erro verificado entre o valor simulado e o calculado teoricamente para o ganho de tensão diferencial. Isso acontece porque quanto maior o valor de R_E, menor será a dependência de A_{vd} com relação a β:

$$A_{vd} \cong \frac{\beta R_C}{(\beta+1) R_E} \cong \frac{\cancel{\beta} R_C}{\cancel{\beta} R_E} = \frac{R_C}{R_E}$$

(4) (a) Começando a análise pelo cálculo do ponto de operação:



Pela simetria do circuito, temos que as correntes em R_E e R_L são nulas.

Assim:

$$I_{E1} = I_{E2} = I_S + \frac{(-V_{BE} - V_{EE})}{R_S} =$$

$$= 1{,}044 \text{ mA}$$

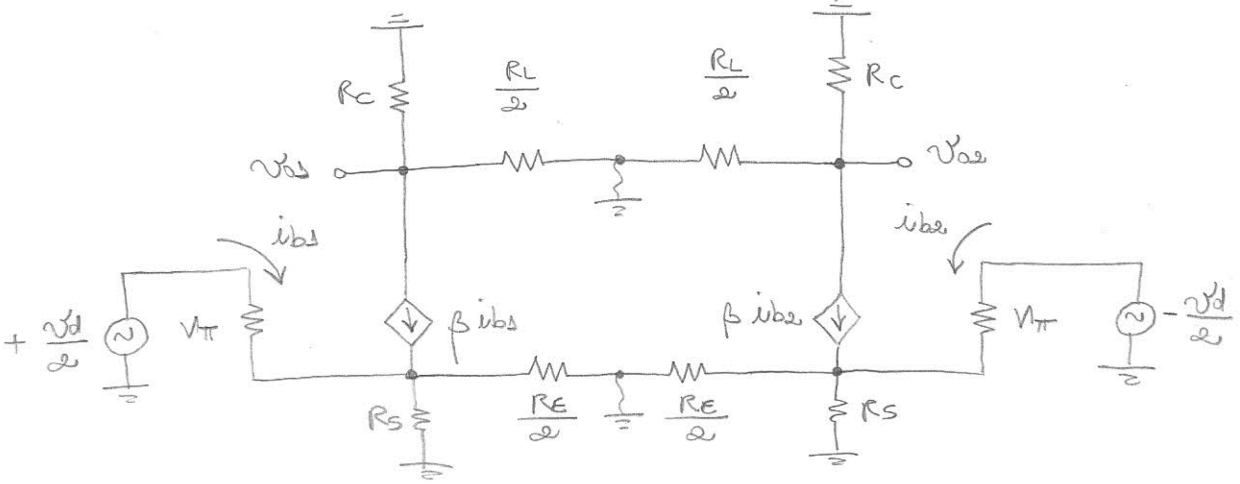
Logo:

$$I_{C1} = I_{C2} = \frac{\beta}{\beta+1} I_{E1,2} = 1{,}034 \text{ mA}$$

Portanto, os parâmetros de pequenos sinais são dados por:

$$\begin{cases} g_m = \dfrac{I_C}{v_T} = 41{,}35 \text{ mA/V} \\ r_\pi = \dfrac{\beta}{g_m} = 2{,}42 \text{ k}\Omega \end{cases}$$

Então, procedemos ao cálculo do ganho diferencial:



Pela simetria do circuito, temos os dois terras virtuais apresentados acima. Dessa forma, considerando $\frac{R_E}{2} << R_S$:

$$\frac{v_d}{2} = r_\pi i_{b1} + (\beta+1) i_{b1} \frac{R_E}{2} \quad \therefore \quad i_{b1} = \frac{1}{r_\pi + (\beta+1)\frac{R_E}{2}} \cdot \frac{v_d}{2}$$

$$-\frac{v_d}{2} = r_\pi i_{b2} + (\beta+1) i_{b2} \frac{R_E}{2} \quad \therefore \quad i_{b2} = \frac{-1}{r_\pi + (\beta+1)\frac{R_E}{2}} \cdot \frac{v_d}{2}$$

Consequentemente:

$$v_{o1} = -\beta\, i_{b1}\, R_C /\!/ \frac{R_L}{2} = -\frac{\beta\, R_C /\!/ \frac{R_L}{2}}{r_\pi + (\beta+1)\frac{R_E}{2}} \cdot \frac{v_d}{2}$$

$$v_{o2} = -\beta\, i_{b2}\, R_C /\!/ \frac{R_L}{2} = \frac{\beta\, R_C /\!/ \frac{R_L}{2}}{r_\pi + (\beta+1)\frac{R_E}{2}} \cdot \frac{v_d}{2}$$

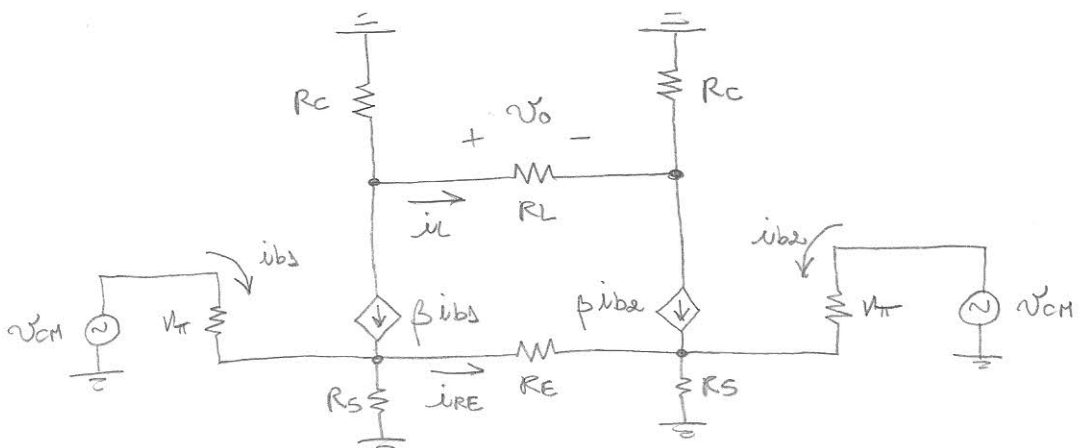
$$\Rightarrow \quad A_v = \frac{v_o}{v_d} = \frac{v_{o1} - v_{o2}}{v_d} = -\frac{\beta\, R_C /\!/ \frac{R_L}{2}}{r_\pi + (\beta+1)\frac{R_E}{2}} = -25{,}7\ V/V$$

A impedância diferencial de entrada será dada por:

$$R_{id} = \frac{v_d}{i_{b1}} = \frac{\cancel{v_d}}{\frac{1}{r_\pi + (\beta+1)\frac{R_E}{2}} \cdot \frac{\cancel{v_d}}{2}} = 2r_\pi + (\beta+1)R_E$$

$$R_{id} = 14{,}94\ k\Omega$$

Para obter o ganho de modo comum, fazemos:



Pela simetria do circuito, temos que $i_L = i_{RE} = 0$. Sendo assim, teremos:

$$v_o = i_L R_L = 0$$

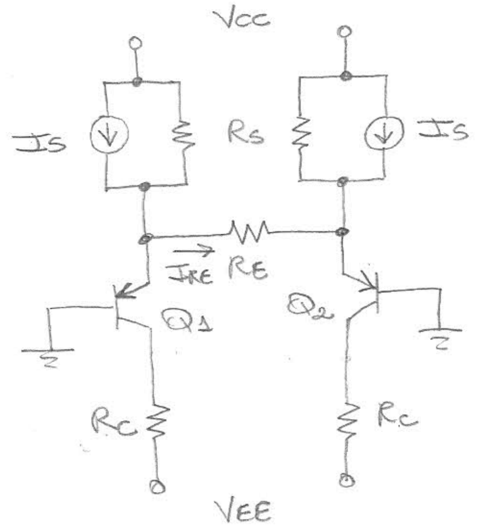
Então:

$$A_{vCM} = \frac{v_o}{v_{CM}} = 0$$

Portanto:

$$CMRR = \left| \frac{A_{vd}}{A_{vCM}} \right| \rightarrow \infty$$

(b) Iniciamos a análise pelo cálculo do ponto de operação:



Pela simetria do circuito, temos que a corrente $I_{RE} = 0$. Assim:

$$I_{E1} = I_{E2} = I_S + \frac{V_{CC} - V_{EB}}{R_S} = 2{,}094 \text{ mA}$$

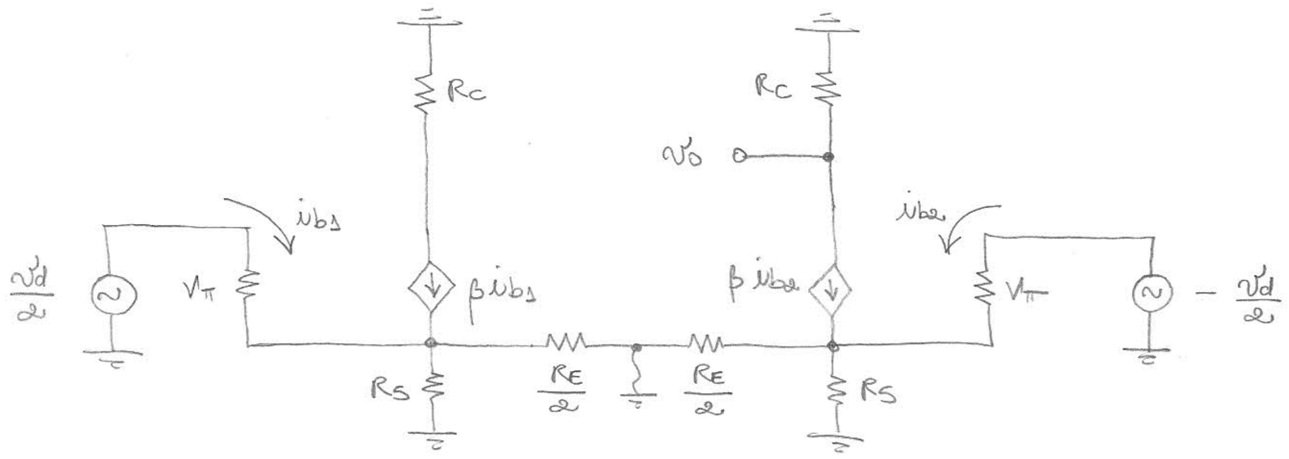
Logo:

$$I_{C1} = I_{C2} = \frac{\beta}{\beta+1} I_{E1,2} = 2{,}073 \text{ mA}$$

Portanto, os parâmetros de peq. sinais de Q1 e Q2 serão:

$$\begin{cases} g_m = \dfrac{I_C}{v_T} = 82{,}9 \text{ mA/V} \\ r_\pi = \dfrac{\beta}{g_m} = 1{,}21 \text{ k}\Omega \end{cases}$$

Assim, para o cálculo do ganho diferencial faremos:



Devido à simetria do circuito, temos o terra virtual apresentado acima. Dessa forma:

$$-\frac{v_d}{2} = r_\pi i_{b2} + (\beta+1)\, i_{b2} \frac{R_E}{2} /\!/ R_S \quad \therefore \quad i_{b2} = -\frac{1}{r_\pi + (\beta+1)\frac{R_E}{2} /\!/ R_S} \cdot \frac{v_d}{2}$$

Então:

$$v_o = -\beta i_{b2} R_C = \frac{\beta R_C}{r_\pi + (\beta+1)\frac{R_E}{2} /\!/ R_S} \cdot \frac{v_d}{2}$$

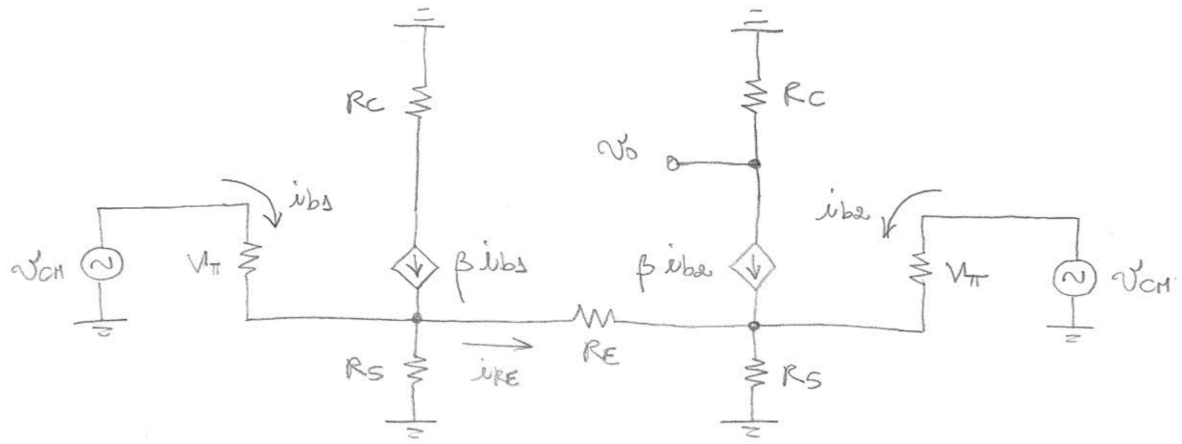
$$A_{vd} = \frac{v_o}{v_d} = \frac{\beta R_C}{2V_\pi + (\beta+1) R_E // 2R_S} = 8{,}84 \ V/V$$

Para obter a impedância de entrada diferencial, fazemos:

$$R_{id} = \frac{v_d}{i_{b1}} = \frac{\cancel{v_d}}{\dfrac{1}{V_\pi + (\beta+1)\frac{R_E}{2} // R_S} \cdot \dfrac{\cancel{v_d}}{2}} = 2V_\pi + (\beta+1) R_E // 2R_S$$

$$R_{id} = 22{,}62 \ k\Omega$$

Para obter o ganho de tensão de modo comum, fazemos a seguinte análise:



Pela simetria do circuito, temos que a corrente $i_{RE} = 0$.
Sendo assim, teremos que:

$$v_{CM} = V_\pi i_{b2} + (\beta+1) i_{b2} R_S \quad \therefore \quad i_{b2} = \frac{1}{V_\pi + (\beta+1) R_S} v_{CM}$$

Logo:

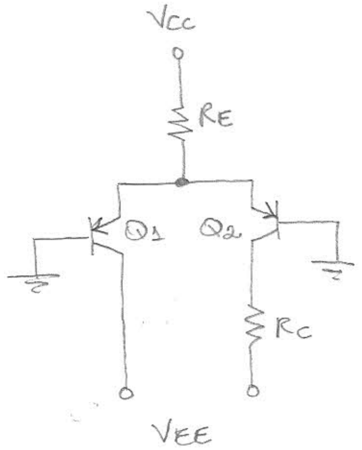
$$v_o = -\beta i_{b2} R_C = -\frac{\beta R_C}{V_\pi + (\beta+1) R_S} v_{CM}$$

$$\Rightarrow \quad A_{vCM} = \frac{v_o}{v_{CM}} = -\frac{\beta R_C}{V_\pi + (\beta+1) R_S} = -0{,}0198 \ V/V$$

Então:

$$CMRR = \left| \frac{A_{vd}}{A_{vCM}} \right| = 446{,}5 = 53 \ dB$$

(c) Começamos a análise pelo cálculo do ponto de operação DC:



Supondo Q_1 e Q_2 idênticos:

$$I_{E1} = I_{E2} = \frac{1}{2}\left[\frac{V_{CC} - V_{EB}}{R_E}\right] = 1\ mA$$

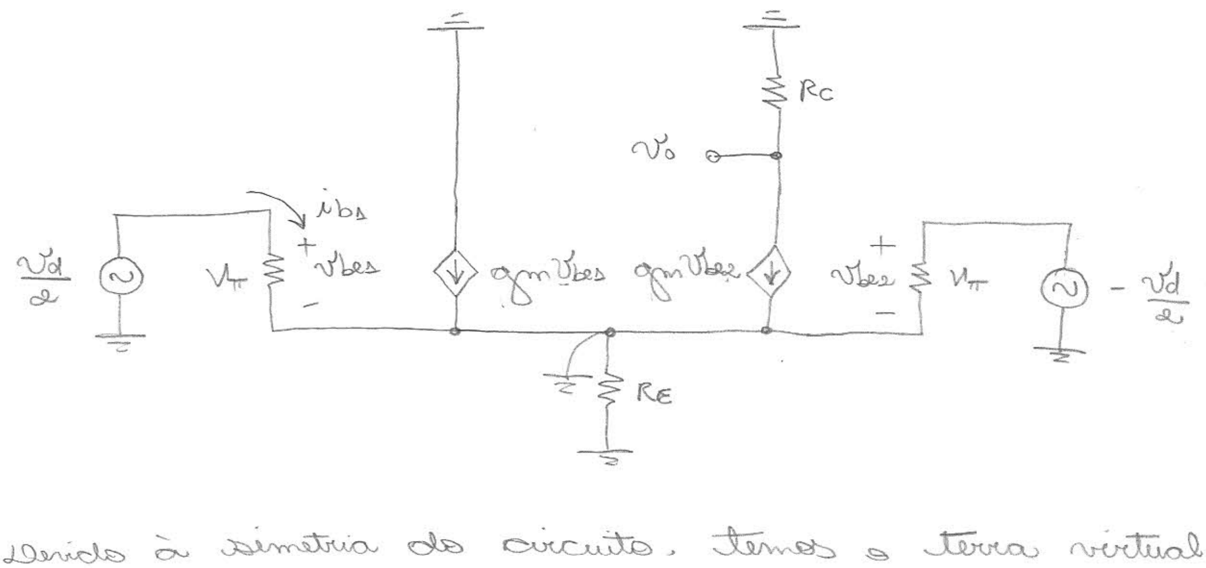
Então:

$$I_{C1} = I_{C2} = \frac{\beta}{\beta+1} I_{E1,2} = 0{,}99\ mA$$

Dessa forma, os parâmetros do modelo de peq. sinais serão dados por:

$$\begin{cases} g_m = \dfrac{I_C}{V_T} = 39{,}6\ mA/V \\ r_\pi = \dfrac{\beta}{g_m} = 2{,}52\ k\Omega \end{cases}$$

Para obter o ganho diferencial, fazemos a seguinte análise:



Devido à simetria do circuito, temos o terra virtual apresentado acima. Sendo assim:

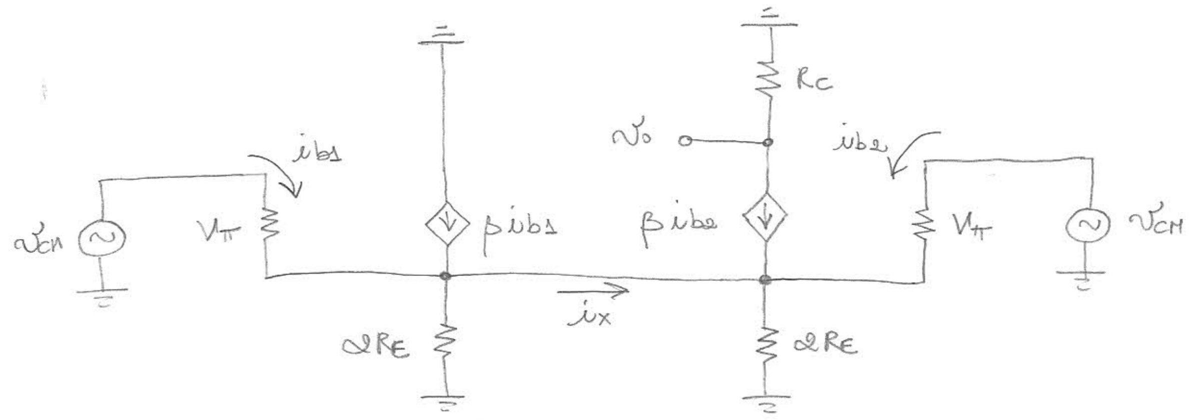
$$v_o = -g_m v_{be2} R_C = -g_m\left(-\frac{v_d}{2}\right) R_C$$

$$\Rightarrow A_{vd} = \frac{v_o}{v_d} = \frac{1}{2} g_m R_C = 39{,}6\ V/V$$

Para a impedância de entrada, devemos obter i_{b1}:

$$R_{id} = \frac{v_d}{i_{b1}} = \frac{v_d}{\frac{\frac{v_d}{2}}{r_\pi}} = 2 r_\pi = 5{,}04\ k\Omega$$

Para obter o ganho de modo comum, fazemos a seguinte análise:



Em virtude da simetria do circuito, temos que $i_x = 0$.
Sendo assim:

$$v_{CM} = r_\pi i_{b2} + (\beta+1) i_{b2} 2R_E \quad \therefore \quad i_{b2} = \frac{1}{r_\pi + (\beta+1) 2R_E} v_{CM}$$

Então:

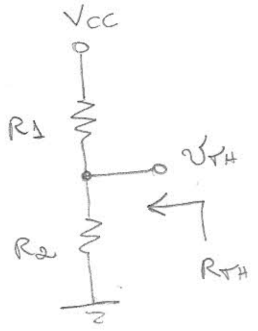
$$v_o = -\beta i_{b2} R_C = -\frac{\beta R_C}{r_\pi + 2R_E(\beta+1)} v_{CM}$$

$$\Rightarrow \quad A_{vCM} = \frac{v_o}{v_{CM}} = -\frac{\beta R_C}{r_\pi + 2R_E(\beta+1)} = -0{,}448\ V/V$$

Portanto:

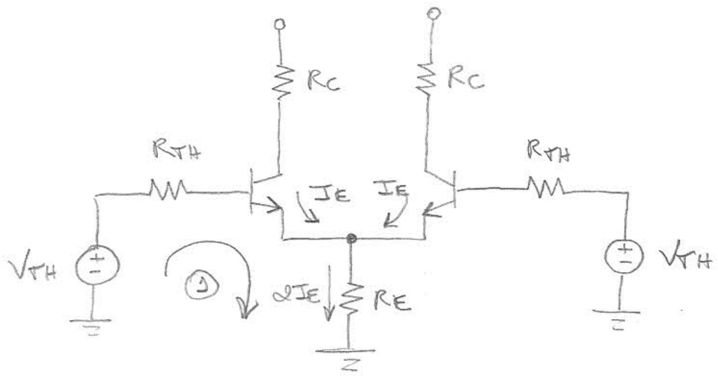
$$CMRR = \left| \frac{A_{vd}}{A_{vCM}} \right| = 176{,}98 \cong 45\ dB$$

(d) Começamos a análise pelo cálculo do ponto de operação DC. Para simplificar a análise, façamos o equivalente de Thévenin do circuito de polarização da base:



$$\begin{cases} V_{TH} = \dfrac{R_2}{R_1 + R_2} V_{CC} = 4{,}6 \text{ V} \\[2ex] R_{TH} = R_1 // R_2 = 14{,}2 \text{ k}\Omega \end{cases}$$

Assim, o circuito de polarização fica da seguinte forma:



Considerando o circuito simétrico, teremos:

$$I_{E1} = I_{E2} = I_E$$

Escrevendo a equação de malha ①:

$$V_{TH} - R_{TH} I_B - V_{BE} - R_E (2 I_E) = 0$$

$$V_{TH} - R_{TH} I_B - V_{BE} - 2R_E (\beta + 1) I_B = 0$$

$$I_B = \frac{V_{TH} - V_{BE}}{R_{TH} + 2R_E(\beta+1)} = 9{,}56 \ \mu A$$

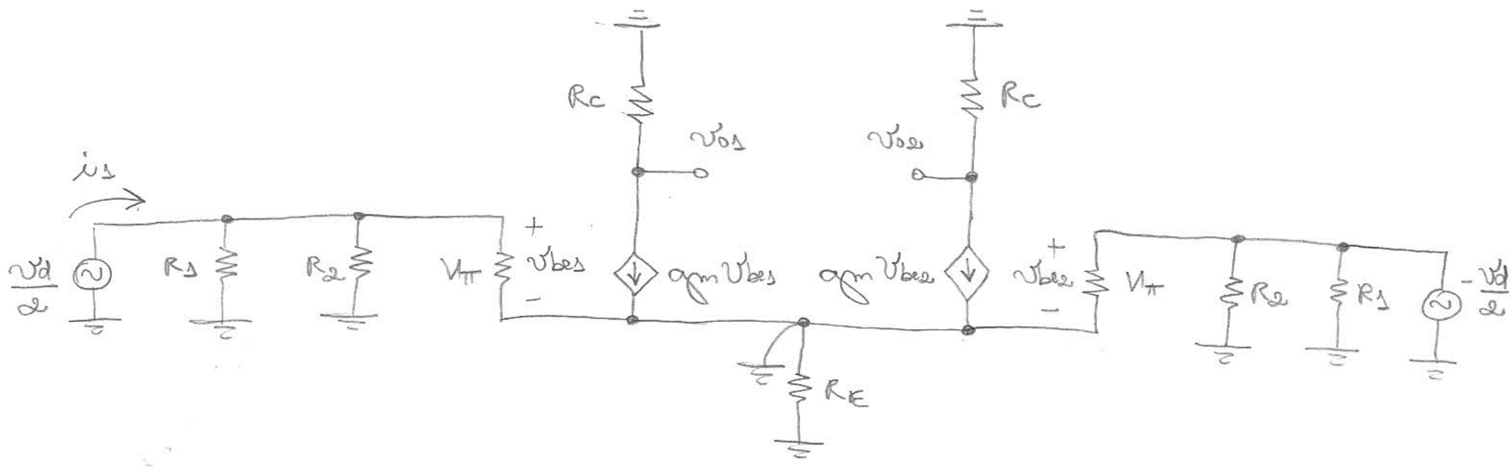
Sendo assim:

$$I_{C1} = I_{C2} = \beta I_B = 0{,}956 \text{ mA}$$

Com isso, os parâmetros de peq. sinais dos transistores são:

$$\begin{cases} g_m = \dfrac{I_C}{V_T} = 38{,}3 \text{ mA/V} \\[2ex] r_\pi = \dfrac{\beta}{g_m} = 2{,}61 \text{ k}\Omega \end{cases}$$

Assim, para o cálculo do ganho diferencial, fazemos a seguinte análise:



Devido à simetria do circuito, temos o terra virtual apresentado no circuito acima. Dessa forma:

$$\begin{cases} v_{o1} = -g_m v_{be1} R_C = -g_m \dfrac{v_d}{2} R_C \\ v_{o2} = -g_m v_{be2} R_C = -g_m \left(-\dfrac{v_d}{2}\right) R_C \end{cases}$$

Então:

$$A_{vd} = \frac{v_o}{v_d} = \frac{v_{o1} - v_{o2}}{v_d} = -g_m R_C = -153{,}2 \text{ V/V}$$

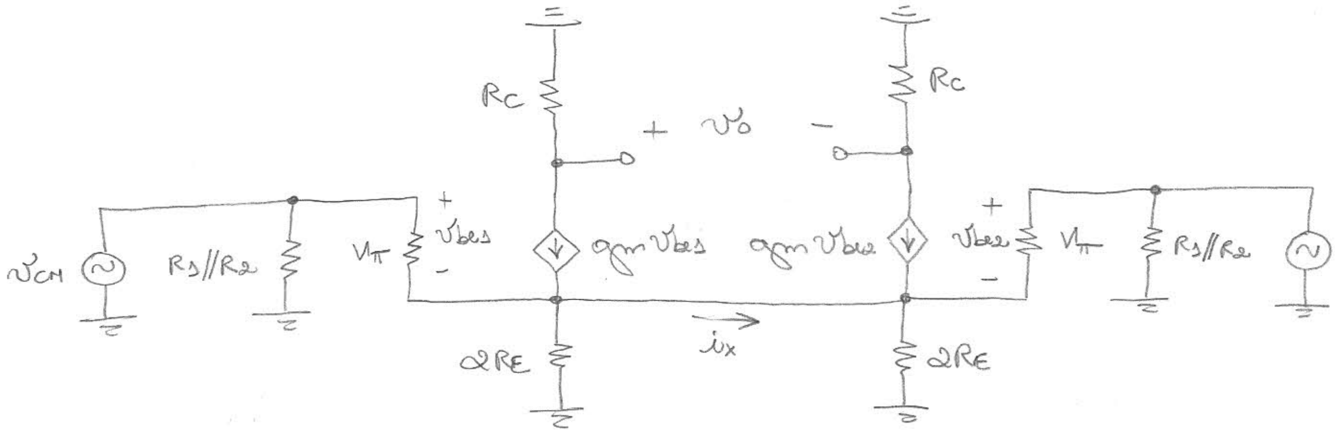
A impedância diferencial de entrada é obtida calculando-se a corrente i_s a partir da equação do nó de entrada:

$$i_s = \frac{\frac{v_d}{2}}{R_1} + \frac{\frac{v_d}{2}}{R_2} + \frac{\frac{v_d}{2}}{r_\pi}$$

$$i_s = \frac{v_d}{2R_1} + \frac{v_d}{2R_2} + \frac{v_d}{2r_\pi} = \frac{v_d}{2\,(R_1 // R_2 // r_\pi)}$$

$$\Rightarrow \quad R_{id} = \frac{v_d}{i_s} = 2\,(R_1 // R_2 // r_\pi) = 4{,}4 \text{ k}\Omega$$

Para obter o ganho de modo comum, analisamos o seguinte circuito:

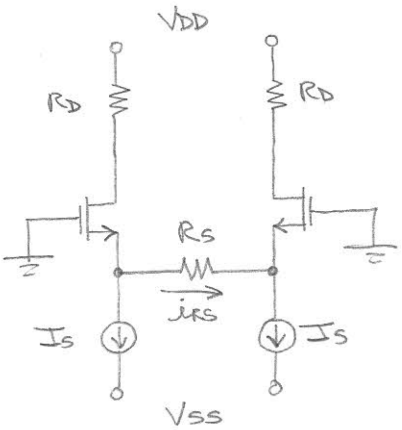


Como o circuito é simétrico, é natural que $i_x = 0$. Assim, podemos separar o circuito em duas metades iguais. Como as duas metades são iguais, então teremos $v_o = 0$. Portanto:

$$A_{VCM} = \frac{v_o}{v_{CM}} = 0$$

Então:
$$CMRR = \left| \frac{A_{vd}}{A_{VCM}} \right| \rightarrow \infty.$$

(e) Primeiramente, fazemos a análise do ponto de operação DC do amplificador:



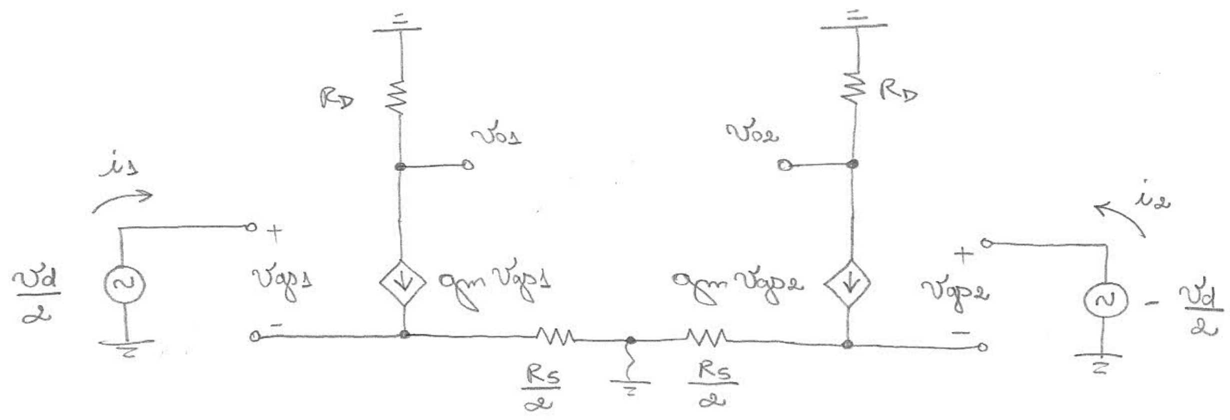
Pela simetria do circuito, é razoável supor que $i_{RS} = 0$. Sendo assim, teremos que:

$$I_{D1} = I_{D2} = I_S = 2\,mA$$

Dessa forma, a transcondutância de peq. sinais dos MOSFET'S serão dadas por:

$$g_m = \sqrt{2 I_D k_N \frac{W}{L}} = 4\,mA/V$$

Assim, para obtermos o ganho diferencial, procedemos à seguinte análise:



Pela simetria do circuito, temos o terra virtual apresentado na figura acima. Sendo assim:

$$v_{gs1} = \frac{v_d}{2} - g_m v_{gs1} \frac{R_S}{2}$$

$$\left(1 + g_m \frac{R_S}{2}\right) v_{gs1} = \frac{v_d}{2}$$

$$v_{gs1} = \frac{1}{1 + g_m \frac{R_S}{2}} \cdot \frac{v_d}{2}$$

Analogamente, teremos: $v_{gs2} = -\frac{1}{1 + g_m \frac{R_S}{2}} \cdot \frac{v_d}{2}$

Então:

$$\begin{cases} v_{o1} = -g_m v_{gs1} R_D = -\dfrac{g_m R_D}{1 + g_m \frac{R_S}{2}} \cdot \dfrac{v_d}{2} \\ v_{o2} = -g_m v_{gs2} R_D = +\dfrac{g_m R_D}{1 + g_m \frac{R_S}{2}} \cdot \dfrac{v_d}{2} \end{cases}$$

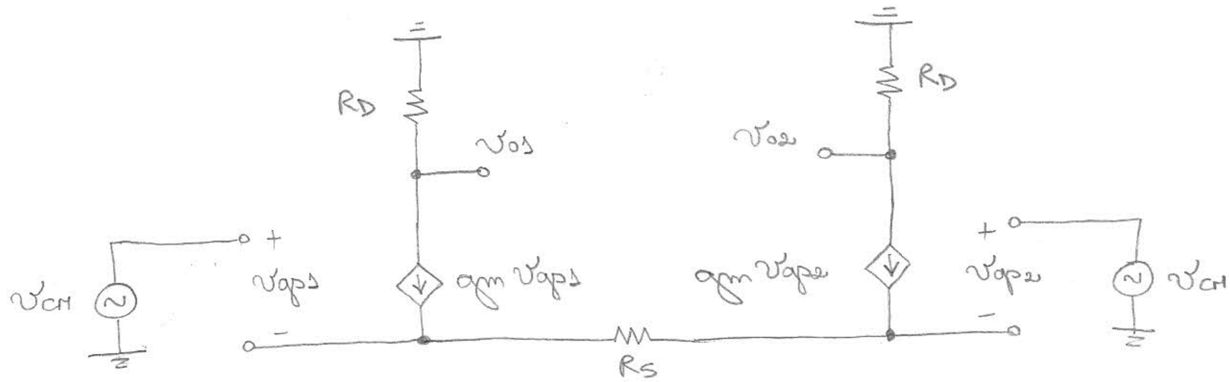
Portanto:

$$A_{vd} = \frac{v_o}{v_d} = \frac{v_{o1} - v_{o2}}{v_d} = -\frac{g_m R_D}{1 + g_m \frac{R_S}{2}} = -2{,}86 \ V/V$$

Como $i_1 = i_2 = 0$, temos que a impedância diferencial de entrada será infinita:

$$R_{id} \rightarrow \infty$$

Para obter o ganho de modo comum, procedemos à seguinte análise:



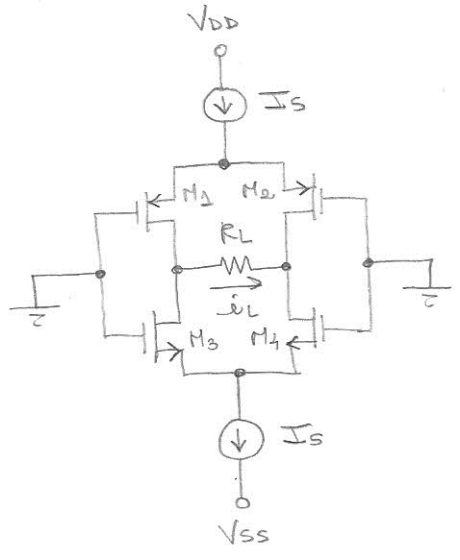
Como o circuito é simétrico, teremos $v_{o1} = v_{o2}$. Consequentemente:

$$A_{VCM} = \frac{v_o}{v_{CM}} = \frac{v_{o1} - v_{o2}}{v_{CM}} = 0$$

Assim, teremos:

$$CMRR = \left| \frac{A_{vd}}{A_{VCM}} \right| \rightarrow \infty .$$

(f) Começamos a análise pelo cálculo do ponto de operação DC:



Pela simetria do circuito, $i_L = 0$. Sendo assim, teremos:

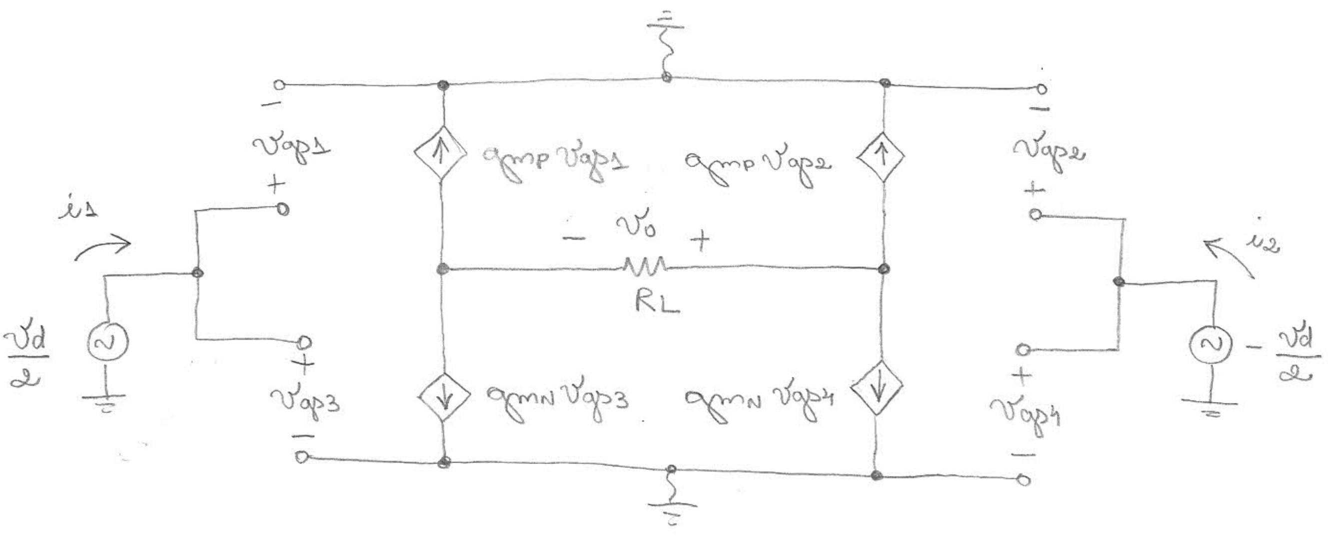
$$I_{D1} = I_{D2} = I_{D3} = I_{D4} = 1\ mA$$

Assim, as transcondutâncias de pequenos sinais serão dadas por:

$$g_{mP} = \sqrt{2 I_D k_P \frac{W}{L}} = 2\ mA/V$$

$$g_{mN} = \sqrt{2 I_D k_N \frac{W}{L}} = 2\ mA/V$$

Assim, podemos obter o ganho diferencial a partir da seguinte análise:



Devido à simetria do circuito, teremos os dois terras virtuais apresentados na figura acima. Sendo assim:

$$v_o = R_L \cdot \left(-g_{mN} v_{gs4} - g_{mP} v_{gs2} + g_{mN} v_{gs3} + g_{mP} v_{gs1} \right) =$$

$$= R_L \cdot \left(-g_{mN}\left(-\frac{vd}{2}\right) - g_{mP}\left(-\frac{vd}{2}\right) + g_{mN}\left(\frac{vd}{2}\right) + g_{mP}\left(\frac{vd}{2}\right)\right) =$$

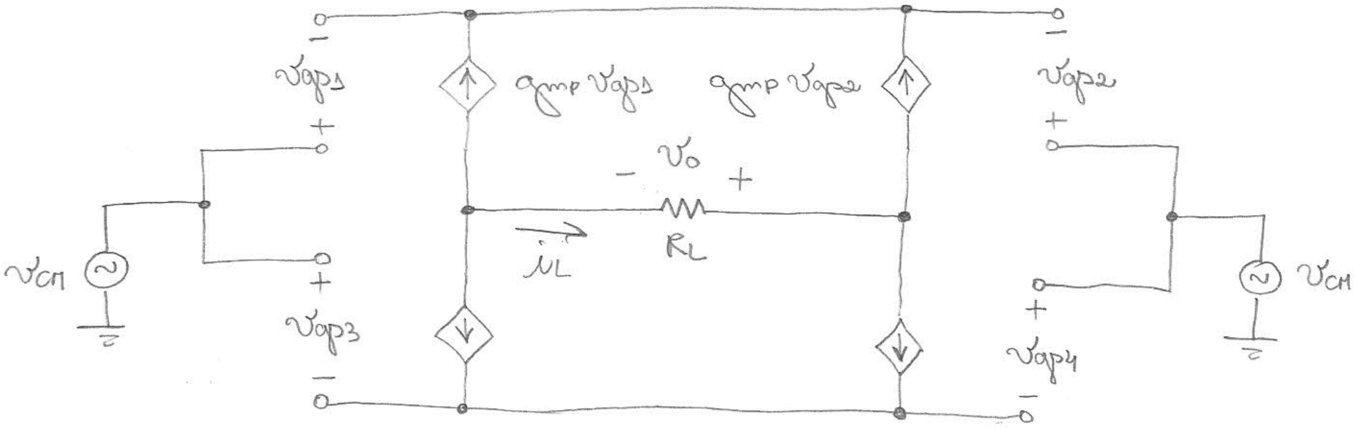
$$= R_L \left(g_{mN} + g_{mP} \right) vd$$

$$\Rightarrow \quad A_{vd} = \frac{v_o}{vd} = (g_{mN} + g_{mP}) \cdot R_L = 40 \text{ V/V}$$

Como $i_1 = i_2 = 0$ no circuito acima, a impedância diferencial de entrada será:

$$R_{id} \to \infty.$$

Para a análise de modo comum, empregamos o seguinte modelo de pequenos sinais:



Devido à simetria do circuito, a corrente $i_L = 0$. Sendo assim, teremos:

$$v_o = R_L \cdot i_L = 0$$

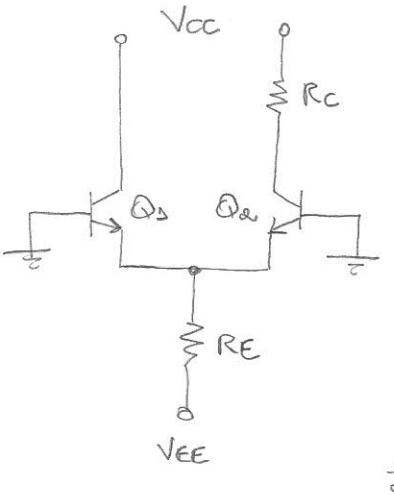
Então:

$$A_{VCM} = \frac{v_o}{v_{CM}} = 0$$

Consequentemente:

$$CMRR = \left| \frac{A_{vd}}{A_{VCM}} \right| \to \infty .$$

(5) Começamos a análise pelo cálculo do ponto de operação DC do amplificador:



Considerando transistores perfeitamente casados, teremos:

$$I_{E1} = I_{E2} = I_E$$

Assim:

$$2 I_E = \frac{-V_{BE} - V_{EE}}{R_E}$$

$$I_E = 1 \text{ mA}$$

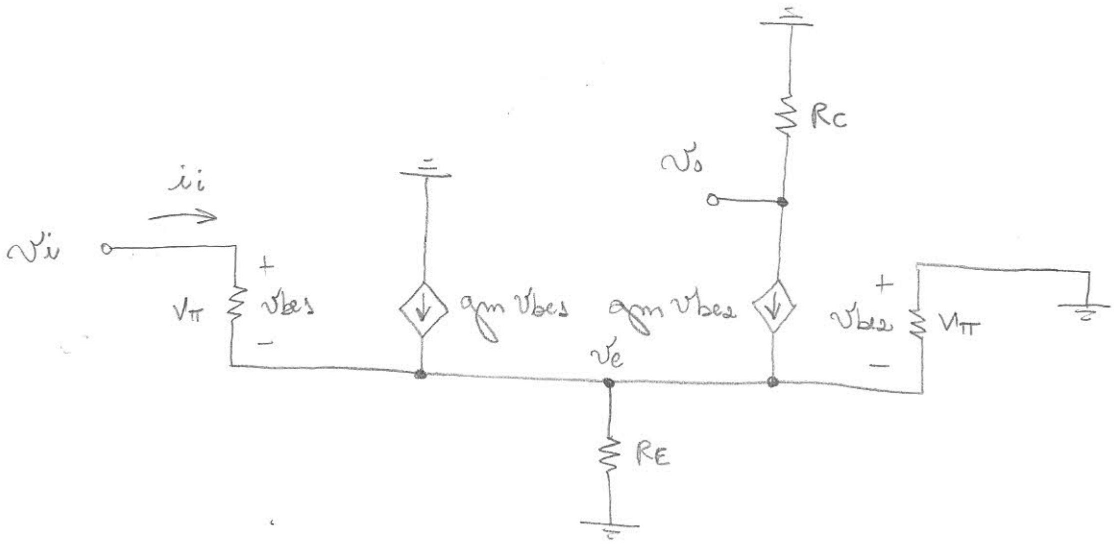
Logo:

$$I_C = \frac{\beta}{\beta + 1} I_E = 0{,}99 \text{ mA}$$

Dessa forma, os parâmetros de peq. sinais dos transistores são dados por:

$$g_m = \frac{I_C}{v_T} = 39{,}6 \text{ mA/V} \quad ; \quad r_\pi = \frac{\beta}{g_m} = 2{,}52 \text{ k}\Omega$$

A análise de pequenos sinais é realizada através do modelo apresentado a seguir:



Nesse caso, não há simetria. Dessa forma, escrevemos a equação do nó v_e:

$$\frac{v_e - v_i}{V_\pi} - g_m(v_i - v_e) - g_m(0 - v_e) + \frac{v_e}{R_E} + \frac{v_e}{V_\pi} = 0$$

$$v_e\left(\frac{2}{V_\pi} + 2g_m + \frac{1}{R_E}\right) = v_i\left(\frac{1}{V_\pi} + g_m\right)$$

$$v_e\left[2\left(\frac{1 + g_m V_\pi}{V_\pi}\right) + \frac{1}{R_E}\right] = v_i\left(\frac{1 + g_m V_\pi}{V_\pi}\right)$$

$$v_e\left[2\left(\frac{1+\beta}{V_\pi}\right) + \frac{1}{R_E}\right] = v_i\left(\frac{1+\beta}{V_\pi}\right)$$

$$v_e\left[\frac{2R_E(\beta+1) + V_\pi}{R_E \cdot \cancel{V_\pi}}\right] = v_i\,\frac{(\beta+1)}{\cancel{V_\pi}}$$

$$v_e = \frac{R_E(\beta+1)}{V_\pi + 2R_E(\beta+1)} \cdot v_i$$

Dessa forma:

$$v_o = -g_m v_{be2} R_C = -g_m(0 - v_e) R_C$$

$$v_o = g_m R_C \frac{R_E(\beta+1)}{V_\pi + 2R_E(\beta+1)} v_i$$

$$\Rightarrow \quad A_V = \frac{v_o}{v_i} = g_m R_C \frac{R_E(\beta+1)}{r_\pi + 2R_E(\beta+1)} = 98{,}7 \ V/V$$

Para obter a impedância de entrada, devemos calcular a corrente i_i:

$$i_i = \frac{v_i - v_e}{r_\pi} = \frac{1}{r_\pi}\left[v_i - \frac{R_E(\beta+1)}{r_\pi + 2R_E(\beta+1)} v_i\right] =$$

$$= \frac{1}{r_\pi}\left[\frac{r_\pi + R_E(\beta+1)}{r_\pi + 2R_E(\beta+1)}\right] v_i$$

Então:

$$R_i = \frac{v_i}{i_i} = r_\pi \left[\frac{r_\pi + 2R_E(\beta+1)}{r_\pi + R_E(\beta+1)}\right] =$$

$$= r_\pi \left[1 + \frac{R_E(\beta+1)}{r_\pi + R_E(\beta+1)}\right] =$$

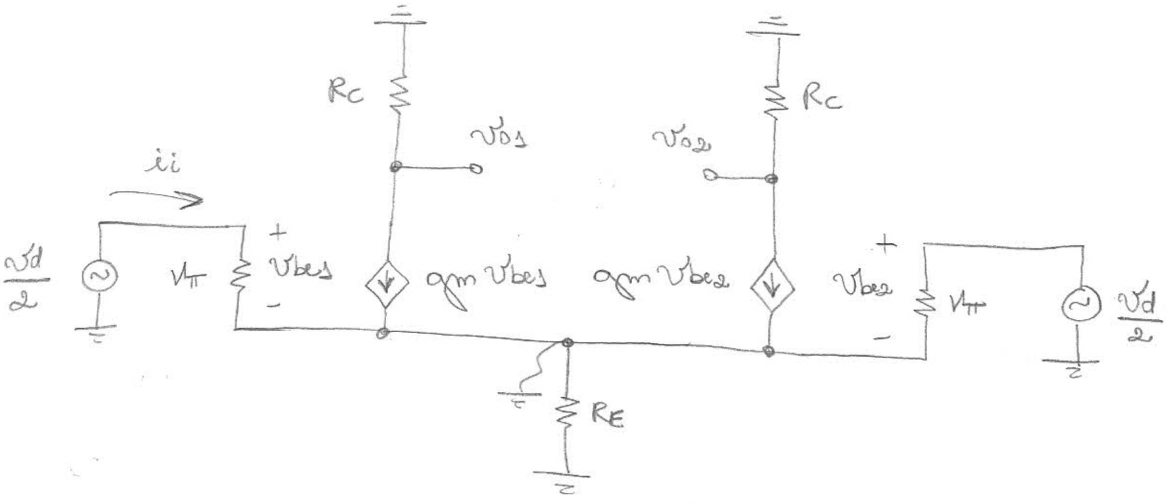
$$= r_\pi + \frac{r_\pi \cdot R_E(\beta+1)}{r_\pi + R_E(\beta+1)} = r_\pi + r_\pi /\!/ \left(R_E(\beta+1)\right)$$

$$R_i = 5{,}03 \ k\Omega \quad /\!/$$

(6) O primeiro passo de um projeto é realizar uma análise preliminar para obter expressões analíticas referente ao que é pedido nas especificações.

Portanto, na análise realizada a seguir, vamos obter o ganho e a impedância de entrada diferencial do amplificador proposto.

O ganho é obtido a partir da seguinte análise de pequenos sinais:



Em virtude da simetria do circuito, temos o terra virtual apresentado acima. Sendo assim:

$$\begin{cases} v_{o1} = -g_m v_{be1} R_C = -g_m \left(\frac{v_d}{2}\right) R_C = -\frac{1}{2} g_m R_C v_d \\ v_{o2} = -g_m v_{be2} R_C = -g_m \left(-\frac{v_d}{2}\right) R_C = +\frac{1}{2} g_m R_C v_d \end{cases}$$

Então:

$$A_{vd} = \frac{v_o}{v_d} = \frac{v_{o1} - v_{o2}}{v_d} = -g_m R_C$$

Para a impedância de entrada, calculamos a corrente i_i:

$$i_i = \frac{\frac{v_d}{2}}{V_\pi} \quad \therefore \quad i_i = \frac{v_d}{2V_\pi}$$

Logo:

$$R_{id} = \frac{v_d}{i_i} = 2V_\pi = 2\frac{\beta}{g_m} = 2\beta \frac{V_T}{I_C}$$

Como foi especificado $R_{id} \geq 5\,k\Omega$ com β variando de 100 a 800, faremos:

$$R_{id} = 2\beta \frac{V_T}{I_C} \geq 5\,k\Omega$$

Assim:

$$2 \cdot 100 \cdot \frac{0{,}025}{I_C} = 5 \quad \therefore \quad I_C = \frac{200 \cdot 0{,}025}{5}$$

$$I_C = 1\,mA$$

Dessa forma, se $\beta > 100$, então $R_{id} > 5\,k\Omega$.

Com $I_C = 1\,mA$, então:

$$g_m = \frac{I_C}{v_T} = 40\ mA/V$$

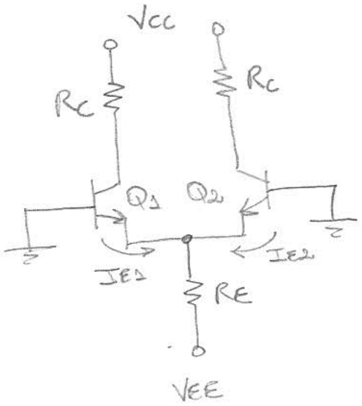
Consequentemente, podemos calcular R_C a partir da especificação do ganho:

$$|A_{vd}| = g_m R_C = 120$$

$$40\,R_C = 120$$

$$R_C = 3\,k\Omega$$

Já o resistor R_E é calculado para produzir a corrente de polarização DC:



Considerando os transistores perfeitamente casados, temos:

$$(-V_{BE} - V_{EE}) = R_E\,(I_{E1} + I_{E2}) = 2\,I_E\,R_E$$

onde: $I_E = I_{E1} = I_{E2}$.

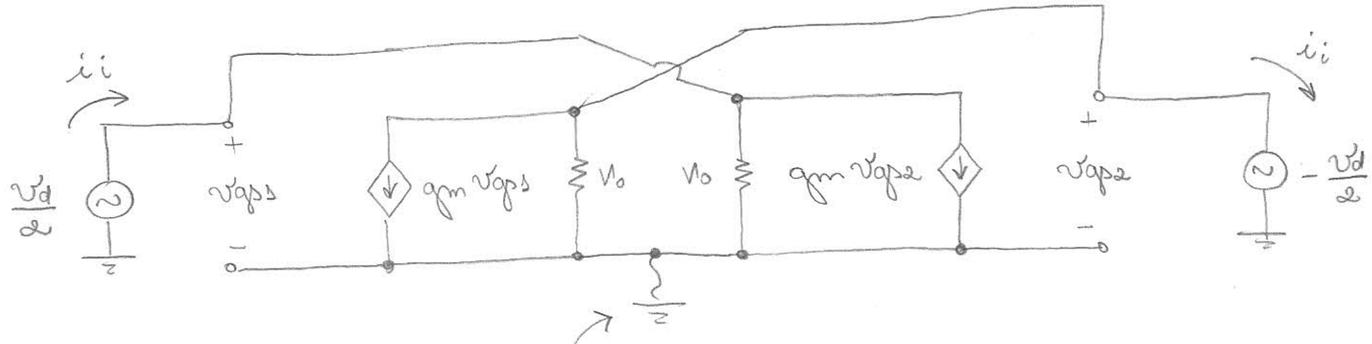
Então:

$$R_E = \frac{-V_{BE} - V_{EE}}{2\,I_E}$$

Considerando $I_C \cong I_E$, então $I_C \cong 1\,mA$. Assim:

$$R_E = 4{,}7\,k\Omega$$

(7) Para obter a impedância de entrada diferencial, usamos o seguinte modelo:



Terra virtual, em virtude da simetria do circuito.

Para obter a impedância de entrada diferencial, devemos calcular i_i:

$$i_i = \frac{\frac{v_d}{2}}{r_o} + g_m v_{gs2} = \frac{\frac{v_d}{2}}{r_o} + g_m\left(-\frac{v_d}{2}\right)$$

$$i_i = \left[\frac{1}{2r_o} - \frac{g_m}{2}\right] v_d$$

Então:

$$R_{id} = \frac{v_d}{i_i} = \frac{1}{\frac{1}{2r_o} - \frac{g_m}{2}}$$

Como $r_o >> \frac{1}{g_m}$, então:

$$\boxed{R_{id} \cong -\frac{2}{g_m}}$$

Esse é um exemplo de como sintetizar uma resistência negativa.