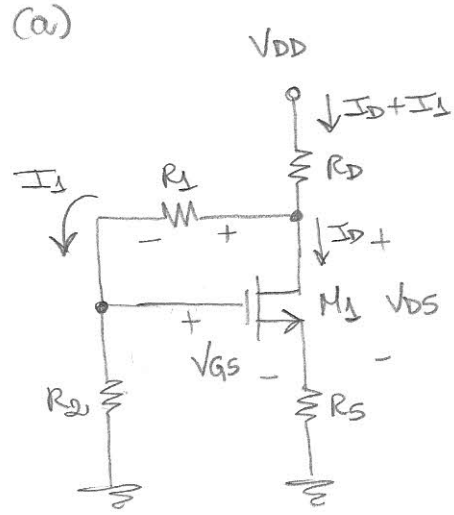
ELETRÔNICA II - 3ª LISTA - GABARITO

① (a)



Em virtude da queda de tensão em R_1 causada pela corrente I_1, temos que $V_{DS} = V_{GS} + R_1 I_1$. Logo, certamente teremos que $V_{DS} > V_{GS} - V_{th}$ e, consequentemente, podemos afirmar que M_1 está na saturação.

Escrevendo equações de malha, teremos que:

$$V_{DD} - R_D(I_D + I_1) - R_1 I_1 - R_2 I_1 = 0$$

$$V_{DD} - R_D I_D = I_1 (R_D + R_1 + R_2)$$

$$I_1 = \frac{V_{DD} - R_D I_D}{R_1 + R_2 + R_D}$$

$$R_2 I_1 - V_{GS} - R_S I_D = 0$$

$$V_{GS} = R_2 I_1 - R_S I_D$$

Substituindo a primeira equação na segunda, obtemos a seguinte equação:

$$V_{GS} = R_2 \left(\frac{V_{DD} - R_D I_D}{R_1 + R_2 + R_D} \right) - R_S I_D = 8 \left(\frac{10 - 2 I_D}{4 + 8 + 2} \right) - 2 I_D$$

$$V_{GS} = \frac{40 - 8 I_D}{7} - 2 I_D = \frac{40 - 22 I_D}{7}$$

$$7 V_{GS} = 40 - 22 I_D$$

$$I_D = \frac{40 - 7 V_{GS}}{22}$$

Substituindo essa equação no modelo quadrático do transistor MOS operando no modo de saturação:

$$I_D = \frac{1}{2} k_n \frac{W}{L} (V_{GS} - V_{th})^2$$

$$\frac{40 - 7 V_{GS}}{22} = \frac{1}{2} \cdot 0{,}4 \cdot 30 \, (V_{GS} - 0{,}5)^2$$

$$40 - 7 V_{GS} = 132 (V_{GS}^2 - V_{GS} + 0{,}25)$$

$$40 - 7V_{GS} = 132V_{GS}^2 - 132V_{GS} + 33$$

$$132V_{GS}^2 - 125V_{GS} - 7 = 0$$

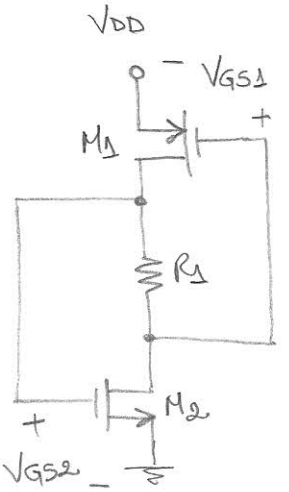
$$V_{GS}' = -0{,}053\ V < V_{th} \longrightarrow \text{SOL. FALSA}$$

$$V_{GS}'' = 1\ V > V_{th} \longrightarrow \text{SOL. VERDADEIRA}$$

Dessa forma, teremos que:

$$I_D = \frac{40 - 7 \cdot 1}{22} = \frac{33}{22} = 1{,}5\ mA$$

(b)



Supondo que ambos os MOSFETs estão operando no modo de saturação:

$$I_{D1} = I_{D2}$$

$$\frac{1}{2} k_P \frac{W_1}{L_1} (V_{GS1} - V_{th})^2 = \frac{1}{2} k_N \frac{W_2}{L_2} (V_{GS2} - V_{th})^2$$

$$\frac{1}{2} \cdot 0{,}1 \cdot 40 (V_{GS1} + 0{,}5)^2 = \frac{1}{2} \cdot 0{,}4 \cdot \frac{6{,}25}{0{,}9} (V_{GS2} - 0{,}5)^2$$

$$1{,}8 (V_{GS1} + 0{,}5)^2 = 1{,}25 (V_{GS2} - 0{,}5)^2$$

$$36 (V_{GS1} + 0{,}5)^2 = 25 (V_{GS2} - 0{,}5)^2$$

$$6 (V_{GS1} + 0{,}5) = \pm 5 (V_{GS2} - 0{,}5)$$

$$6 (V_{GS1} + 0{,}5) = 5 (V_{GS2} - 0{,}5)$$

$$6V_{GS1} + 3 = 5V_{GS2} - 2{,}5$$

$$V_{GS1} = \frac{5V_{GS2} - 5{,}5}{6}$$

$$6 (V_{GS1} + 0{,}5) = -5 (V_{GS2} - 0{,}5)$$

$$6V_{GS1} + 3 = -5V_{GS2} + 2{,}5$$

$$V_{GS1} = \frac{-5V_{GS2} - 0{,}5}{6}$$

Para estar no modo de saturação, $V_{GS1} < -0{,}5\ V$ e $V_{GS2} > 0{,}5V$.

Então:

$$\frac{5V_{GS2} - 5{,}5}{6} < -0{,}5 \quad \therefore \quad 5V_{GS2} - 5{,}5 < -3 \quad \therefore \quad 5V_{GS2} < 2{,}5$$

$$V_{GS2} < 0{,}5\ V \longrightarrow \text{SOL. FALSA.}$$

2

Já a outra solução resulta em:

$$\frac{(-5V_{GS2} - 0,5)}{6} < -0,5 \quad \therefore \quad -5V_{GS2} - 0,5 < -3$$

$$5V_{GS2} > 2,5$$

$$V_{GS2} > 0,5\ V \longrightarrow \text{SOL. VERDADEIRA}$$

Escrevendo a equação de malha do circuito:

$$V_{DD} + V_{GS1} + R_1 I_D - V_{GS2} = 0$$

$$3 + \frac{(-5V_{GS2} - 0,5)}{6} + 0,1 I_D - V_{GS2} = 0$$

$$18 - 5V_{GS2} - 0,5 + 0,6 I_D - 6V_{GS2} = 0$$

$$17,5 + 0,6 I_D = 11 V_{GS2}$$

$$I_D = \frac{11 V_{GS2} - 17,5}{0,6}$$

Substituindo essa equação no modelo quadrático do MOSFET:

$$I_D = \frac{1}{2} k_n \frac{W_2}{L_2} (V_{GS2} - V_{th})^2$$

$$\frac{11 V_{GS2} - 17,5}{0,6} = \frac{1}{2} \cdot 0,4 \cdot \frac{6,25}{0,9} (V_{GS2} - 0,5)^2$$

$$33 V_{GS2} - 52,5 = 2,5 (V_{GS2}^2 - V_{GS2} + 0,25)$$

$$33 V_{GS2} - 52,5 = 2,5 V_{GS2}^2 - 2,5 V_{GS2} + 0,625$$

$$2,5 V_{GS2}^2 - 35,5 V_{GS2} + 53,125 = 0$$

$$V_{GS2}' = 1,7\ V \longrightarrow V_{GS1}' = -1,5\ V$$

$$V_{GS2}'' = 12,5\ V \longrightarrow V_{GS1}'' = -10,5\ V$$

Calculando a corrente de dreno para cada solução:

$$I_D' = \frac{11 V_{GS2}' - 17,5}{0,6} = \frac{11 \cdot 1,7 - 17,5}{0,6} = 2\ mA$$

$$I_D'' = \frac{11 V_{GS2}'' - 17,5}{0,6} = \frac{11 \cdot 12,5 - 17,5}{0,6} = 200\ mA$$

Agora, testamos as condições de operação no modo de saturação para ambas as soluções:

$$\begin{cases} V'_{GS2} = 1{,}7\ V > V_{th} \\ V'_{DS2} = (V_{DD} + V'_{GS1}) - 0 = 3 - 1{,}5 = 1{,}5 > V'_{GS2} - V_{th} \end{cases}$$

(SOLUÇÃO VERDADEIRA)

$$V''_{GS2} = 12{,}5\ V > V_{th}$$

$$V''_{DS2} = (V_{DD} + V''_{GS1}) - 0 = 3 - 10{,}5 = -7{,}5 < V''_{GS2} - V_{th}$$

(SOLUÇÃO FALSA)

Além disso, precisamos testar se a primeira solução também é verdadeira para M_1:

$$V'_{GS1} = -1{,}5\ V < V_{th} = -0{,}5\ V$$

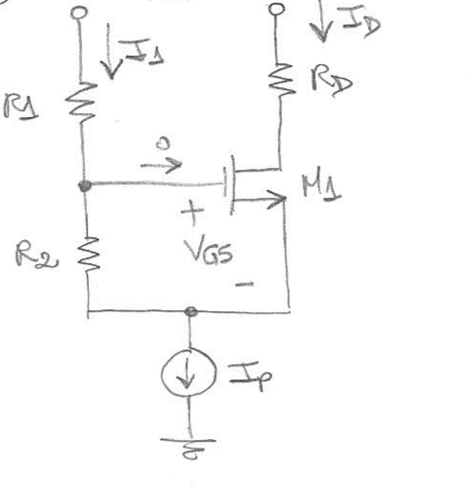
$$V'_{DS1} = V'_{GS2} - V_{DD} = 1{,}7 - 3 = -1{,}2 < V'_{GS1} - V_{th}$$

(SOLUÇÃO VERDADEIRA)

Portanto, podemos concluir que ambos os MOSFETs estão efetivamente operando no modo de saturação e que:

$$V_{GS1} = -1{,}5\ V \ ; \quad V_{GS2} = 1{,}7\ V \quad e \quad I_D = 2\ mA$$

(c)



Nesta solução, vamos supor que M_1 está operando no modo de saturação. Assim, teremos que:

$$V_{GS} = R_2 I_1$$

$$V_{GS} = R_2 (I_P - I_D)$$

$$V_{GS} = R_2 I_P - R_2 I_D$$

$$V_{GS} = 2 \cdot 2{,}5 - 2 I_D = 5 - 2 I_D$$

$$I_D = \frac{5 - V_{GS}}{2}$$

Substituindo essa relação no modelo do MOSFET operando na saturação:

$$I_D = \frac{1}{2} k_N \frac{W_1}{L_1} (V_{GS} - V_{th})^2$$

$$\frac{5 - V_{GS}}{2} = \frac{1}{2} \cdot 0{,}4 \cdot 40 \, (V_{GS} - 0{,}5)^2$$

$$5 - V_{GS} = 16 \, (V_{GS}^2 - V_{GS} + 0{,}25)$$

$$5 - V_{GS} = 16 V_{GS}^2 - 16 V_{GS} + 4$$

$$16 V_{GS}^2 - 15 V_{GS} - 1 = 0$$

$$V'_{GS} = -0{,}0625 \text{ V} < V_{th} \quad (\text{SOL. FALSA})$$

$$V''_{GS} = 1{,}0 \text{ V} > V_{th} \quad (\text{SOL. VERDADEIRA})$$

Assim, a corrente de dreno será dada por:

$$I_D = \frac{5 - V_{GS}}{2} = \frac{5 - 1}{2} = 2 \text{ mA}$$

Por fim, resta testar se M_1 está realmente operando no modo de saturação:

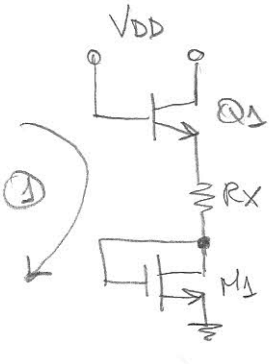
$$V_{GS} = 1{,}0 \text{ V} > V_{th}$$

$$V_{DS} = V_D - V_S = (V_{DD} - R_D I_D) - (V_{DD} - R_1 I_1 - R_2 I_2)$$

$$V_{DS} = (5 - 1 \cdot 2) - (5 - 6 \cdot 0{,}5 - 2 \cdot 0{,}5) = 3 - 1 = 2 \text{ V} > V_{GS} - V_{th}$$

Portanto, concluímos que M_1 está realmente operando no modo de saturação.

(d)



Nesse circuito o transistor M_1 apresenta $V_{DS} = V_{GS}$. Logo, teremos que $V_{DS} > V_{GS} - V_{th}$, o que garante a sua operação no modo de saturação.

Escrevendo a equação da malha (1):

$$V_{DD} - V_{BE} - R_X I_D - V_{GS} = 0$$

$$5 - 0{,}6 - 1{,}7 I_D - V_{GS} = 0$$

$$1{,}7 I_D = 4{,}4 - V_{GS}$$

$$I_D = \frac{4{,}4 - V_{GS}}{1{,}7}$$

Substituindo esta equação no modelo do MOSFET:

$$I_D = \frac{1}{2} k_N \frac{W_1}{L_1} (V_{GS} - V_{th})^2$$

$$\frac{4{,}4 - V_{GS}}{1{,}7} = \frac{1}{2} \cdot 0{,}4 \cdot 40 \left(V_{GS} - 0{,}5 \right)^2$$

$$4{,}4 - V_{GS} = 13{,}6 \left(V_{GS}^2 - V_{GS} + 0{,}25 \right)$$

$$4{,}4 - V_{GS} = 13{,}6 V_{GS}^2 - 13{,}6 V_{GS} + 3{,}4$$

$$13{,}6 V_{GS}^2 - 12{,}6 V_{GS} - 1 = 0$$

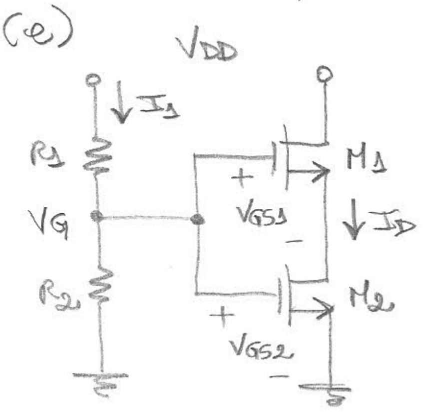
$$V_{GS}' = -0{,}0735 \text{ V} < V_{th} \quad (\text{SOL. FALSA})$$

$$V_{GS}'' = +1{,}0 \text{ V} > V_{th} \quad (\text{SOL. VERDADEIRA})$$

Assim, a corrente de dreno será dada por:

$$I_D = \frac{4{,}4 - V_{GS}}{1{,}7} = \frac{4{,}4 - 1}{1{,}7} = \frac{3{,}4}{1{,}7} = 2 \text{ mA}$$

(e)



Nesse circuito, o transistor M_1 está submetido à seguinte tensão:

$$V_{DS1} = V_{DD} - \left(V_{DD} - R_1 I_1 - V_{GS1} \right)$$
$$= R_1 I_1 + V_{GS1}$$

Portanto, em M_1 certamente teremos:

$$V_{DS1} > V_{GS1} - V_{th}$$

o que garante a operação desse transistor no modo de saturação.

Já o transistor M_2 está submetido à seguinte tensão:

$$V_{DS2} = V_{GS2} - V_{GS1}$$

Como $V_{GS1} > V_{th}$ na saturação, então, certamente teremos que $V_{DS2} < V_{GS2} - V_{th}$, o que garante que M_2 estará operando no modo de triodo.

Como a corrente de porta é nula, teremos que:

$$V_G = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot V_{DD} = \frac{4}{6+4} \cdot 5 = 2\,V \longrightarrow V_{GS2} = 2\,V$$

Além disso, temos que:

$$I_{D1} = I_{D2}$$

$$\frac{1}{2} k_N \frac{W_1}{L_1} (V_{GS1} - V_{th})^2 = k_N \frac{W_2}{L_2} \left[(V_{GS2} - V_{th}) V_{DS2} - \frac{1}{2} V_{DS2}^2 \right]$$

$$\frac{5}{2} (V_{GS1} - 0{,}5)^2 = 4 \left[(V_{GS2} - 0{,}5) V_{DS2} - \frac{1}{2} V_{DS2}^2 \right]$$

$$5 (2 - V_{DS2} - 0{,}5)^2 = 8 (2 - 0{,}5) V_{DS2} - 4 V_{DS2}^2$$

$$5 (1{,}5 - V_{DS2})^2 = 12 V_{DS2} - 4 V_{DS2}^2$$

$$11{,}25 - 15 V_{DS2} + 5 V_{DS2}^2 = 12 V_{DS2} - 4 V_{DS2}^2$$

$$9 V_{DS2}^2 - 27 V_{DS2} + 11{,}25 = 0$$

$$V_{DS2}' = 0{,}5\,V < V_{GS2} - V_{th} \quad \text{(SOL. VERDADEIRA)}$$

$$V_{DS2}'' = 2{,}5\,V > V_{GS2} - V_{th} \quad \text{(SOL. FALSA)}$$

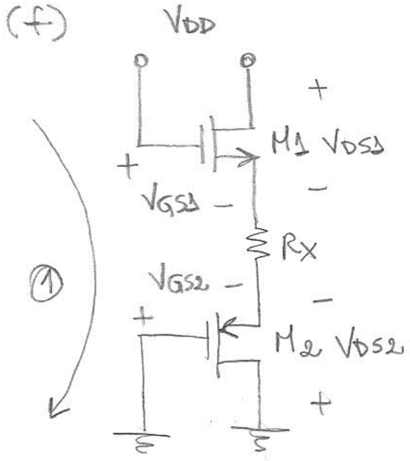
Portanto, a corrente I_D no circuito será dada por:

$$I_D = \frac{1}{2} k_N \frac{W_1}{L_1} (V_{GS1} - V_{th})^2 = \frac{1}{2} k_N \frac{W_1}{L_1} (V_G - V_{DS2} - V_{th})^2$$

$$I_D = \frac{1}{2} \cdot 0{,}4 \cdot 5 \,(2 - 0{,}5 - 0{,}5)^2$$

$$I_D = 1{,}0\,mA$$

(f)



Nesse circuito, ambos os transistores apresentam $V_{DS} = V_{GS}$. Portanto, teremos que:

$$V_{DS1} > V_{GS1} - V_{th}$$

$$V_{DS2} < V_{GS2} - V_{th}$$

o que garante que ambos os MOSFETs estão operando no modo de saturação.

Escrevendo a equação da malha ①, temos que:

$$V_{DD} - V_{GS1} - R_X I_D + V_{GS2} = 0$$

Como as correntes de dreno de ambos M1 e M2 são iguais, podemos escrever que:

$$I_{D1} = I_{D2}$$

$$\frac{1}{2} k_N \frac{W_1}{L_1} (V_{GS1} - V_{th})^2 = \frac{1}{2} k_P \frac{W_2}{L_2} (V_{GS2} - V_{th})^2$$

$$\frac{1}{2} \cdot 0{,}4 \cdot 24 \, (V_{GS1} - 0{,}5)^2 = \frac{1}{2} \cdot 0{,}1 \cdot 96 \, (V_{GS2} + 0{,}5)^2$$

$$(V_{GS1} - 0{,}5)^2 = (V_{GS2} + 0{,}5)^2$$

$V_{GS1} - 0{,}5 = V_{GS2} + 0{,}5$

$V_{GS1} = V_{GS2} + 1$

$V_{GS1} - 0{,}5 = -(V_{GS2} + 0{,}5)$

$V_{GS1} = -V_{GS2}$

Para operar no modo de saturação, os transistores M1 e M2 devem satisfazer às seguintes condições:

$$V_{GS1} > V_{th} \therefore V_{GS1} > 0{,}5 \text{ V}$$

$$V_{GS2} < V_{th} \therefore V_{GS2} < -0{,}5 \text{ V}$$

Assim, a partir da primeira solução, temos:

$$V_{GS1} > 0{,}5 \therefore V_{GS2} + 1 > 0{,}5 \therefore V_{GS2} > -0{,}5 \text{ V}$$

(SOL. FALSA)

Já a segunda solução resulta em:

$$V_{GS1} > 0{,}5\,V \quad \therefore \quad -V_{GS2} > 0{,}5 \quad \therefore \quad V_{GS2} < -0{,}5\,V$$

(SOL. VERDADEIRA)

Substituindo a solução verdadeira na equação de malha do circuito, obtemos que:

$$V_{DD} - V_{GS1} - R_X I_D - V_{GS1} = 0$$

$$V_{DD} - 2V_{GS1} = R_X I_D$$

$$I_D = \frac{V_{DD} - 2V_{GS1}}{R_X}$$

$$I_D = \frac{5 - 2V_{GS1}}{2{,}5}$$

Aplicando esse resultado na equação que modela o MOSFET operando no modo de saturação:

$$I_D = \frac{1}{2} k_N \frac{W_1}{L_1} (V_{GS1} - V_{th})^2$$

$$\frac{5 - 2V_{GS1}}{2{,}5} = \frac{1}{2} \cdot 0{,}4 \cdot 24 \, (V_{GS1} - 0{,}5)^2$$

$$5 - 2V_{GS} = 12\,(V_{GS1}^2 - V_{GS1} + 0{,}25)$$

$$5 - 2V_{GS} = 12V_{GS1}^2 - 12V_{GS1} + 3$$

$$12V_{GS1}^2 - 10V_{GS1} - 2 = 0$$

$$V_{GS1}' = -0{,}167\,V < V_{th} \rightarrow \text{SOL. FALSA}$$

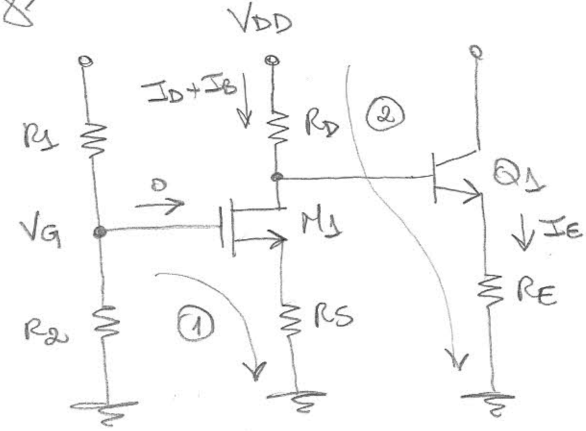
$$V_{GS1}'' = +1{,}0\,V > V_{th} \rightarrow \text{SOL. VERDADEIRA}$$

Então, a corrente de dreno nestes transistores será dada por:

$$I_D = \frac{5 - 2V_{GS}}{2{,}5}$$

$$I_D = \frac{5 - 2}{2{,}5} = 1{,}2\,mA$$

(g)



Nesse circuito, vamos supor que M1 está operando na saturação.

No caso de Q1, como a tensão na base certamente será menor que a de coletor, podemos concluir de antemão que este transistor está operando no modo ativo.

A tensão VG é dada por:

$$V_G = \frac{R_2}{R_1 + R_2} V_{DD} = \frac{35}{65+35} \cdot 10 = 3{,}5\ V$$

Escrevendo a equação da malha (1), teremos que:

$$V_G - V_{GS} - R_S I_D = 0$$

$$I_D = \frac{V_G - V_{GS}}{R_S} \quad \therefore \quad I_D = \frac{3{,}5 - V_{GS}}{1}$$

Substituindo a equação acima no modelo quadrático do MOSFET, teremos que:

$$I_D = \frac{1}{2} k_N \frac{W_1}{L_1} (V_{GS} - V_{th})^2$$

$$3{,}5 - V_{GS} = \frac{1}{2} \cdot 0{,}4 \cdot 10 \, (V_{GS} - 0{,}5)^2$$

$$3{,}5 - V_{GS} = 2\,(V_{GS}^2 - V_{GS} + 0{,}25)$$

$$3{,}5 - V_{GS} = 2V_{GS}^2 - 2V_{GS} + 0{,}5$$

$$2V_{GS}^2 - V_{GS} - 3 = 0$$

$$V_{GS}' = -1\ V < V_{th} \longrightarrow \text{SOL. FALSA}$$

$$V_{GS}'' = +1{,}5\ V > V_{th} \longrightarrow \text{SOL. VERDADEIRA}$$

Assim, a corrente de dreno de M1 será dada por:

$$I_D = 3{,}5 - V_{GS} = 3{,}5 - 1{,}5 = 2{,}0\ mA$$

A partir da corrente de dreno, podemos calcular a corrente em Q_1 a partir da equação da malha 2:

$$V_{DD} - R_D(I_D + I_B) - V_{BE} - R_E I_E = 0$$

$$V_{DD} - R_D(I_D + I_B) - V_{BE} - R_E(\beta+1) I_B = 0$$

$$V_{DD} - R_D I_D - V_{BE} = I_B\left(R_D + R_E(\beta+1)\right)$$

$$I_B = \frac{V_{DD} - R_D I_D - V_{BE}}{R_D + R_E(\beta+1)} = \frac{10 - 2{,}5 \cdot 2 - 0{,}6}{2{,}5 + 2{,}2 \cdot (101)}$$

$$I_B = 19{,}6\ \mu A$$

Consequentemente: $I_C = \beta I_B = 1{,}96\ mA$

Por último, precisamos verificar se M_1 está realmente operando no modo de saturação:

$$V_{GS} = 1{,}5\ V > V_{th}$$

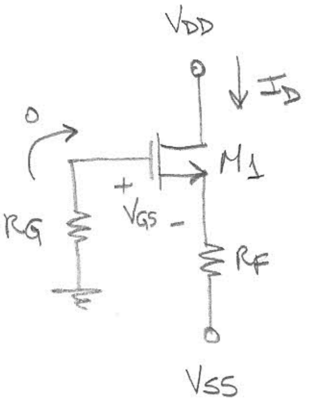
$$V_{DS} = V_D - V_S = \left(V_{DD} - R_D(I_D + I_B)\right) - R_S I_D$$

$$= (10 - 2{,}5 \cdot 2{,}0196) - 1 \cdot 2$$

$$= 2{,}951\ V > V_{GS} - V_{th}$$

Portanto, o modo de saturação está confirmado.

2 (a) Começando a análise pela polarização DC:



Escrevendo a equação de malha:

$$0 - V_{GS} - R_F I_D = V_{SS}$$

$$I_D = \frac{-V_{SS} - V_{GS}}{R_F}$$

$$I_D = \frac{5 - V_{GS}}{3{,}5}$$

Substituindo essa expressão no modelo quadrático do MOSFET:

$$I_D = \frac{1}{2} k_N \frac{W}{L}(V_{GS} - V_{th})^2$$

$$\frac{5 - V_{GS}}{3,5} = \frac{1}{2} \cdot 0,4 \cdot 5 \left(V_{GS}^2 - V_{GS} + 0,25 \right)$$

$$5 - V_{GS} = 3,5\, V_{GS}^2 - 3,5\, V_{GS} + 0,875$$

$$3,5\, V_{GS}^2 - 2,5\, V_{GS} - 4,125 = 0$$

$$V_{GS}' = -0,786\, V < V_{th} \longrightarrow \text{SOL. FALSA}$$

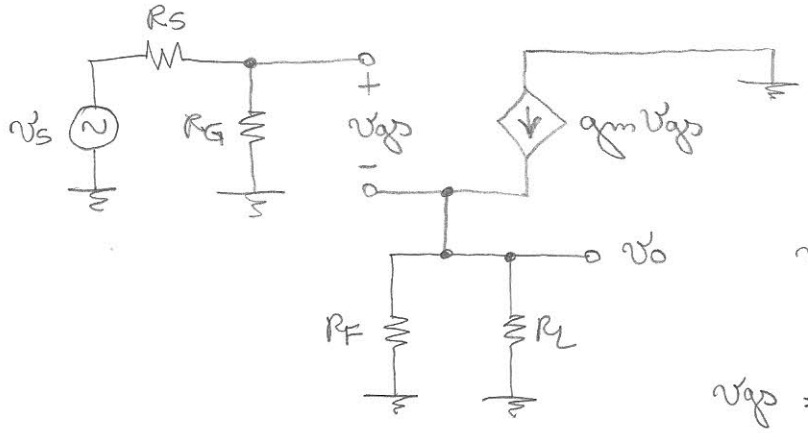
$$V_{GS}'' = 1,5\, V > V_{th} \longrightarrow \text{SOL. VERDADEIRA}$$

Dessa forma, a corrente de polarização no dreno e a transcondutância de peq. sinais serão dadas por:

$$I_D = \frac{5 - V_{GS}}{3,5} = \frac{5 - 1,5}{3,5} = 1\, mA$$

$$g_m = k_N \frac{W}{L} (V_{GS} - V_{th}) = 0,4 \cdot 5 \cdot (1,5 - 0,5) = 2\, mA/V$$

Com isso, podemos realizar a análise de peq. sinais:



$$v_o = g_m v_{gs} \cdot R_F // R_L \quad (i)$$

$$v_{gs} = \frac{R_G}{R_S + R_G} v_s - v_o$$

$$v_{gs} = \frac{R_G}{R_S + R_G} v_s - g_m v_{gs} R_F // R_L$$

$$v_{gs} \left(1 + g_m R_F // R_L \right) = \frac{R_G}{R_S + R_G} v_s$$

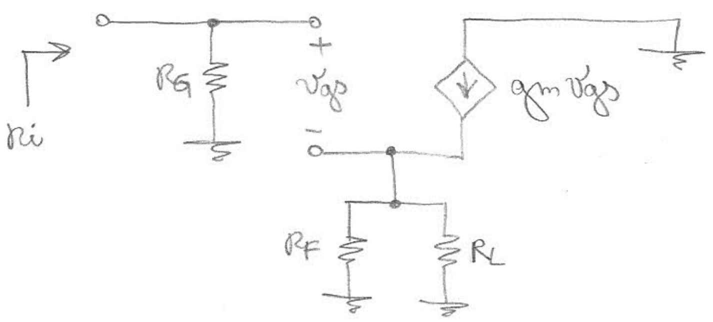
$$v_{gs} = \frac{1}{1 + g_m R_F // R_L} \cdot \frac{R_G}{R_S + R_G} v_s \quad (ii)$$

Substituindo (ii) em (i):

$$v_o = g_m \left(\frac{1}{1 + g_m R_F // R_L} \cdot \frac{R_G}{R_S + R_G} v_s \right) R_F // R_L$$

$$A_v = \frac{v_o}{v_s} = \frac{g_m R_F // R_L}{1 + g_m R_F // R_L} \cdot \frac{R_G}{R_S + R_G} = 0,804\, V/V$$

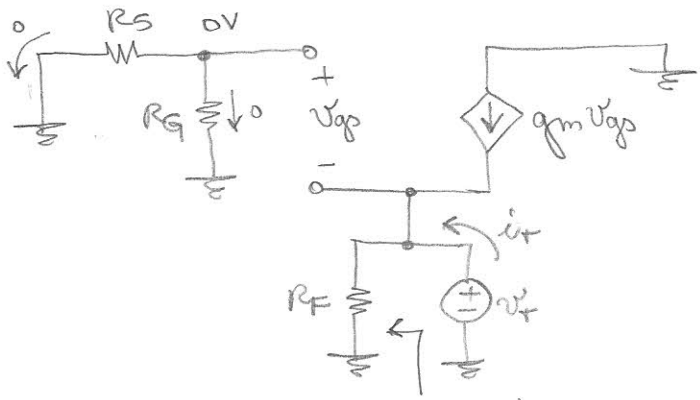
Impedância de entrada:



$$R_i = R_G$$

$$R_i = 1\,M\Omega$$

Impedância de saída:



$$R_o = \frac{v_T}{i_T}$$

Usando a equação nodal do terminal de fonte do MOSFET:

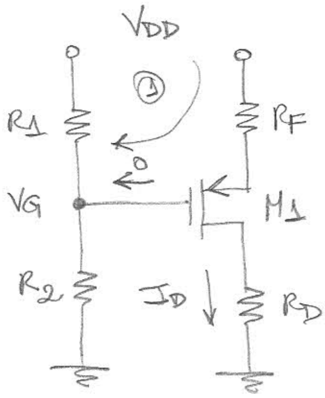
$$-i_T + \frac{v_T}{R_F} - g_m v_{gs} = 0$$

$$-i_T + \frac{v_T}{R_F} - g_m(0 - v_T) = 0$$

$$v_T\left(\frac{1}{R_F} + g_m\right) = i_T$$

$$\frac{v_T}{i_T} = R_F /\!/ 1/g_m \quad \therefore \quad R_o = R_F /\!/ 1/g_m = 437{,}5\ \Omega$$

(b) Iniciando a análise pela polarização:



$$V_G = \frac{R_2}{R_1 + R_2} V_{DD} = \frac{160}{40 + 160} \cdot 10 = 8{,}0\ V$$

Escrevendo a equação da malha (1):

$$V_{DD} - R_F I_D + V_{GS} = V_G$$

$$R_F I_D = V_{DD} + V_{GS} - V_G$$

$$I_D = \frac{V_{DD} - V_G + V_{GS}}{R_F}$$

$$I_D = \frac{2 + V_{GS}}{0{,}5} = 4 + 2V_{GS}$$

Substituindo essa equação no modelo quadrático do MOSFET, teremos que:

$$I_D = \frac{1}{2} k_p \frac{W}{L} (V_{GS} - V_{th})^2$$

$$4 + 2V_{GS} = \frac{1}{2} \cdot 0{,}1 \cdot 160 \left(V_{GS} + 0{,}5\right)^2$$

$$4 + 2V_{GS} = 8\left(V_{GS}^2 + V_{GS} + 0{,}25\right)$$

$$4 + 2V_{GS} = 8V_{GS}^2 + 8V_{GS} + 2$$

$$8V_{GS}^2 + 6V_{GS} - 2 = 0$$

Como $V_{th} = -0{,}5$ V:

$V'_{GS} = 0{,}25$ V $> V_{th} \rightarrow$ SOL. FALSA

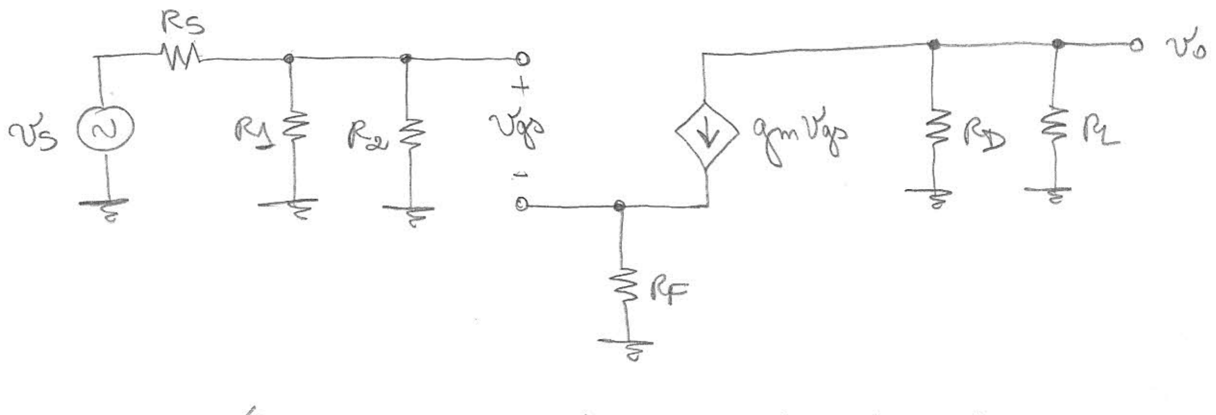
$V''_{GS} = -1$ V $< V_{th} \rightarrow$ SOL. VERDADEIRA

Então, temos que:

$$I_D = 4 + 2V_{GS} = 4 + 2(-1) = 2 \text{ mA}$$

$$g_m = k_p \frac{W}{L} |V_{GS} - V_{th}| = 0{,}1 \cdot 160 \cdot 0{,}5 = 8 \text{ mA/V}$$

Agora, passamos para a análise de peq. sinais do amplificador:



Para o cálculo do ganho de tensão, fazemos:

$$v_{gs} = \frac{R_1 /\!/ R_2}{R_S + R_1 /\!/ R_2} v_s - g_m v_{gs} \cdot R_F$$

$$(1 + g_m R_F) v_{gs} = \frac{R_1 /\!/ R_2}{R_S + R_1 /\!/ R_2} v_s$$

$$v_{gs} = \frac{1}{1 + g_m R_F} \cdot \frac{R_1 /\!/ R_2}{R_S + R_1 /\!/ R_2} \cdot v_s$$

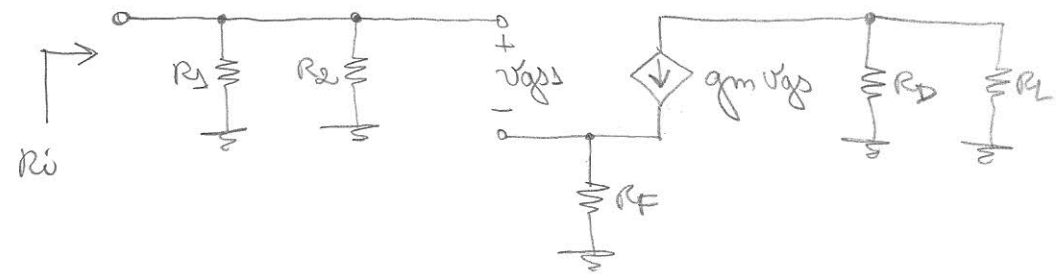
$$v_o = -g_m v_{gs} \cdot R_D /\!/ R_L$$

$$v_o = -g_m \left(\frac{1}{1 + g_m R_F} \cdot \frac{R_1 /\!/ R_2}{R_S + R_1 /\!/ R_2} v_s\right) \cdot R_D /\!/ R_L$$

$$\frac{v_o}{v_s} = -\frac{g_m R_D /\!/ R_L}{1 + g_m R_F} \cdot \frac{R_1 /\!/ R_2}{R_S + R_1 /\!/ R_2} = A_v$$

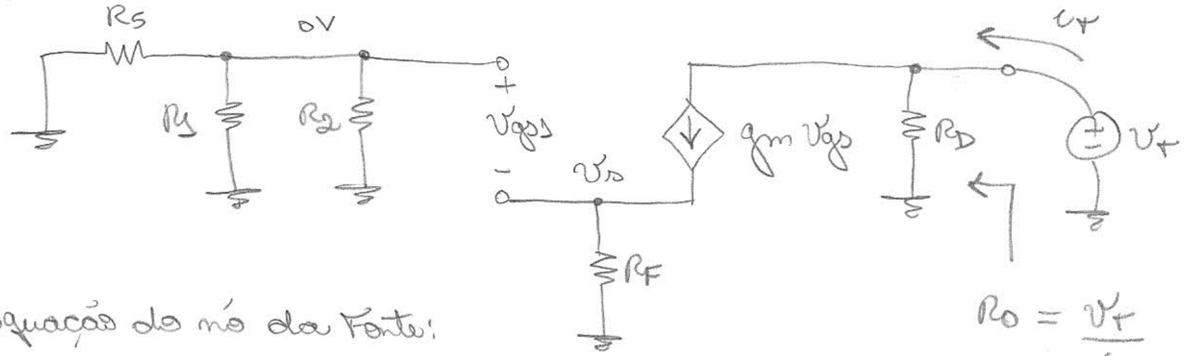
$$A_v = -3{,}19 \text{ V/V}$$

Cálculo da impedância de entrada:



$$R_i = R_1 // R_2 = 32\ k\Omega$$

Cálculo da impedância de saída:



$$R_o = \frac{v_T}{i_T}$$

Equação do nó da Fonte:

$$\frac{v_s}{R_F} - g_m v_{gs} = 0$$

$$\frac{v_s}{R_F} - g_m(0 - v_s) = 0$$

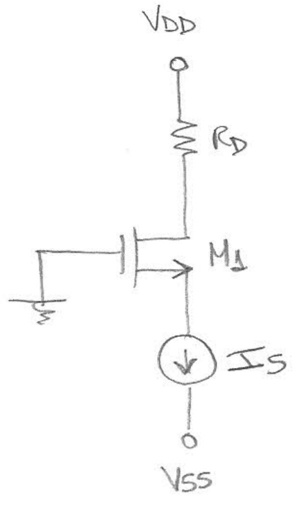
$$v_s\left(\frac{1}{R_F} + g_m\right) = 0 \quad \therefore \quad v_s = 0$$

$$i_T = \frac{v_T}{R_D} + g_m v_{gs}$$

$$i_T = \frac{v_T}{R_D} + 0$$

$$R_o = \frac{v_T}{i_T} = R_D = 2{,}5\ k\Omega$$

(c) Neste circuito, o esquema de polarização é apresentado abaixo:

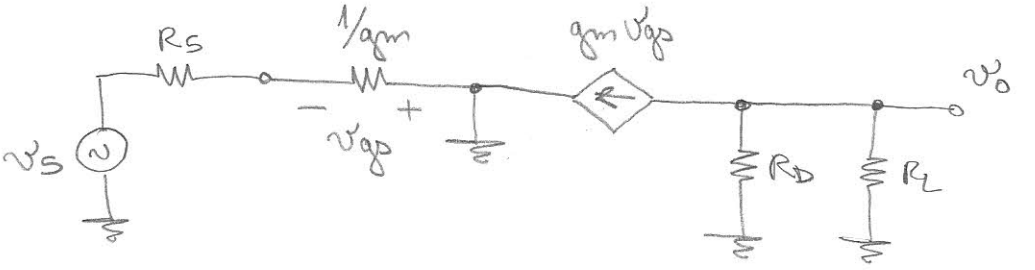


Nesse esquema, a corrente de polarização DC é estabelecida diretamente pela fonte de corrente Is. Assim:

$$I_D = I_S = 2\,mA$$

$$g_m = \sqrt{2 k_n \frac{W}{L} I_D} = \sqrt{2 \cdot 0{,}4 \cdot 40 \cdot 2} = 8\ mA/V$$

Cálculo do ganho de tensão para peq. sinais, usando o modelo T:

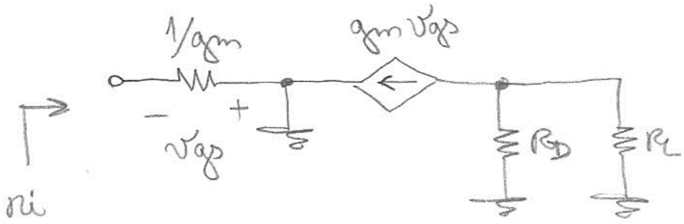


$$v_{gs} = -\frac{1/g_m}{R_S + 1/g_m} \cdot v_S \quad \longrightarrow \quad v_o = -g_m v_{gs} \cdot R_D // R_L$$

$$v_o = g_m \frac{1/g_m}{R_S + 1/g_m} \cdot v_S \cdot R_D // R_L$$

$$A_V = \frac{v_o}{v_S} = \frac{g_m R_D // R_L}{1 + g_m R_S} = 7,45 \text{ V/V}$$

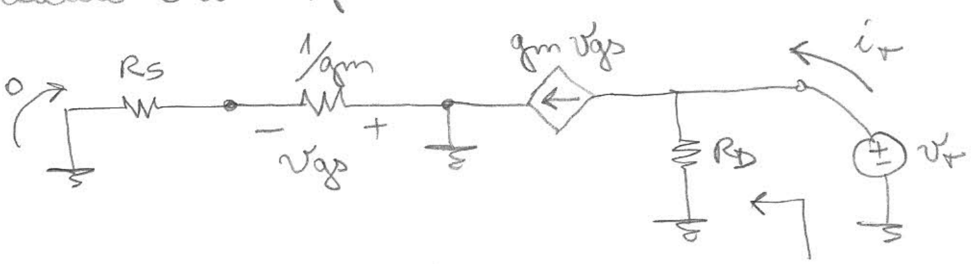
Cálculo da impedância de entrada:



$$R_i = \frac{1}{g_m} = \frac{1}{8} = 0,125 \text{ k}\Omega$$

$$R_i = 125\ \Omega$$

Cálculo da impedância de saída:



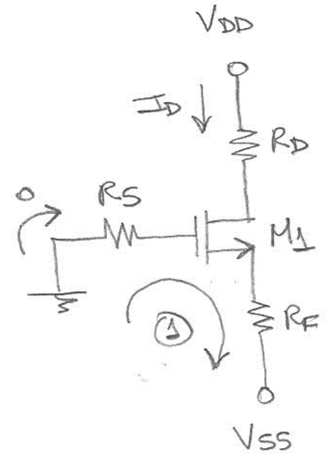
$$R_o = \frac{v_t}{i_t}$$

Como $v_{gs} = 0$, então:

$$i_t = \frac{v_t}{R_D} + \cancelto{0}{g_m v_{gs}}$$

$$\frac{v_t}{i_t} = R_D \quad \therefore \quad R_o = R_D = 1,5 \text{ k}\Omega$$

(d) Primeiramente, começamos a análise do circuito amplificador pela polarização DC:



Por superposição, zeramos a fonte de sinal v_S (substituindo-a por um curto-circuito) e aplicamos apenas as fontes de polarização DC (V_{DD} e V_{SS}).

Assim, escrevendo a equação da malha 1, obteremos que:

$$0 - R_S \cancel{I_G}^{\,0} - V_{GS} - R_F I_D = V_{SS}$$

$$-V_{GS} - R_F I_D = V_{SS}$$

$$I_D = -\frac{(V_{SS} + V_{GS})}{R_F}$$

Substituindo essa equação no modelo quadrático do MOSFET, obteremos que:

$$I_D = \frac{1}{2} k_N \frac{W}{L} (V_{GS} - V_{tn})^2$$

$$-\frac{(V_{SS} + V_{GS})}{R_F} = \frac{1}{2} k_N \frac{W}{L} (V_{GS} - V_{tn})^2$$

$$\frac{5 - V_{GS}}{3{,}5} = \frac{1}{2} \cdot 0{,}4 \cdot 5 \, (V_{GS} - 0{,}5)^2$$

$$5 - V_{GS} = 3{,}5 \left(V_{GS}^2 - V_{GS} + 0{,}25\right)$$

$$3{,}5 V_{GS}^2 - 2{,}5 V_{GS} - 4{,}125 = 0$$

$$V_{GS}' = -0{,}786 \text{ V} < V_{tn} \longrightarrow \text{SOL. FALSA}$$

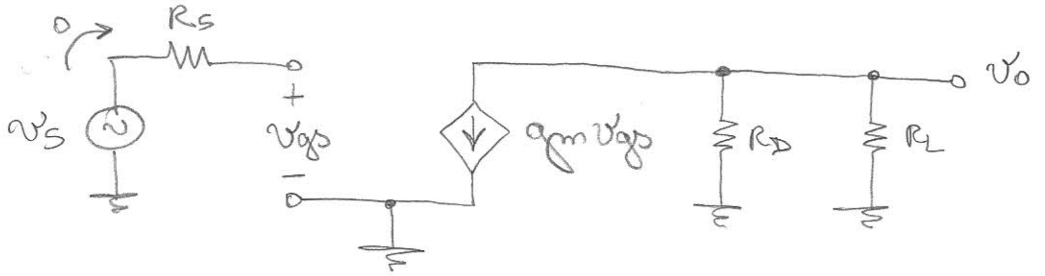
$$V_{GS}'' = 1{,}5 \text{ V} > V_{tn} \longrightarrow \text{SOL. VERDADEIRA}$$

Portanto, a partir dessa solução, temos que:

$$I_D = -\frac{(-5+1{,}5)}{3{,}5} = 1\ mA$$

$$g_m = k_n \frac{W}{L}(V_{GS}-V_{tn}) = 0{,}4 \cdot 5\,(1{,}5-0{,}5) = 2\ mA/V$$

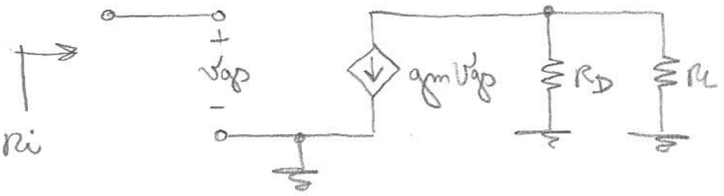
Com isso, podemos proceder ao cálculo do ganho de tensão para pequenos sinais:



$$v_o = -g_m v_{gs} \cdot R_D // R_L = -g_m v_s \cdot R_D // R_L$$

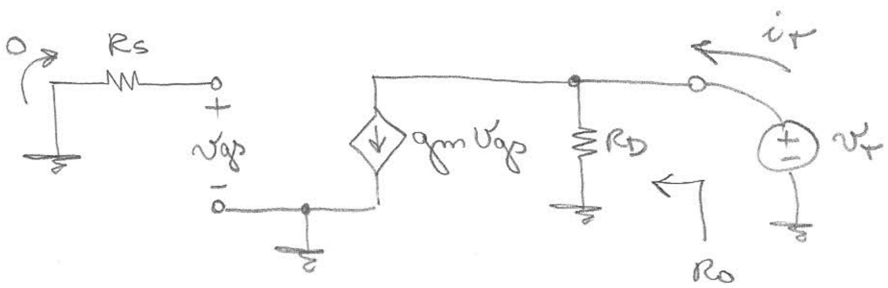
$$A_V = \frac{v_o}{v_s} = -g_m R_D // R_L \quad \therefore \quad A_V = -4{,}62\ V/V$$

Cálculo da impedância de entrada:



$R_i \to \infty$

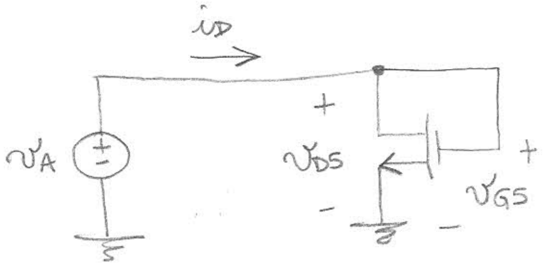
Cálculo da impedância de saída:



Como $v_{gs} = 0$ nesse circuito: $\quad i_x = \frac{v_x}{R_D} + \cancel{g_m v_{gs}}^{\,0}$

$$R_o = \frac{v_x}{i_x} = R_D = 3{,}0\ k\Omega$$

3 Neste circuito, temos que a tensão $v_{DS} = v_{GS}$. Assim, caso $v_A \leq V_{th}$, o transistor estará em corte e, portanto, teremos $i_D \approx 0$.



Já para $v_A > V_{th}$, o transistor certamente estará operando na saturação, pois:

$$v_{DS} = v_{GS} \Rightarrow v_{DS} \geq v_{GS} - V_{th}.$$

Assim, teremos que:

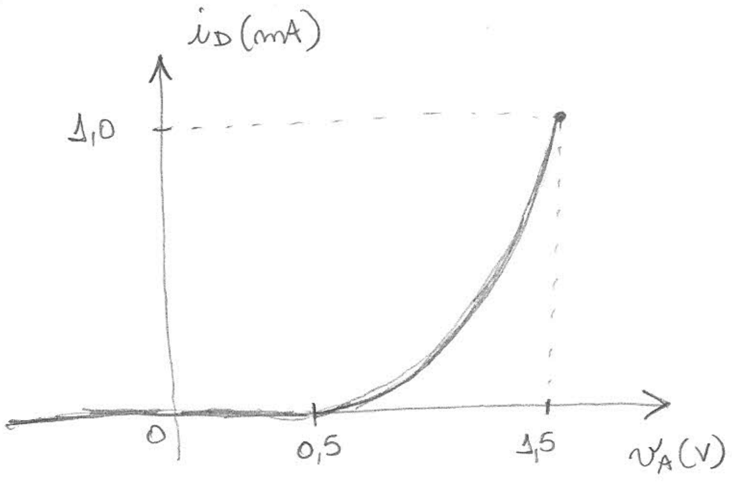
$$i_D = \frac{1}{2} k_N \frac{W_1}{L_1} (v_{GS} - V_{th})^2, \text{ para } v_A > V_{th}.$$

$$i_D = \frac{1}{2} k_N \frac{W_1}{L_1} (v_A - V_{th})^2$$

$$i_D = \frac{1}{2} \cdot 0{,}4 \cdot 5 \, (v_A - 0{,}5)^2$$

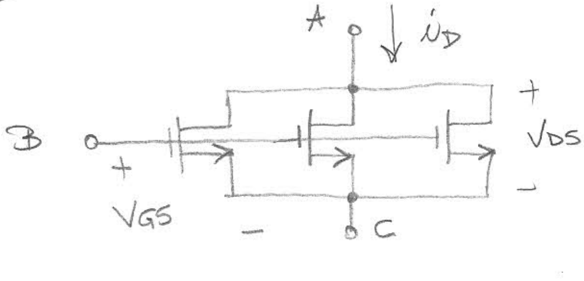
$$i_D = (v_A - 0{,}5)^2$$

Consequentemente, o gráfico $i_D \times v_A$ assume o seguinte aspecto:



A curva ao lado lembra bastante a curva característica de um diodo retificador. A principal diferença é que essa curva é quadrática e não exponencial.

4 (a) No modo de triodo, temos:



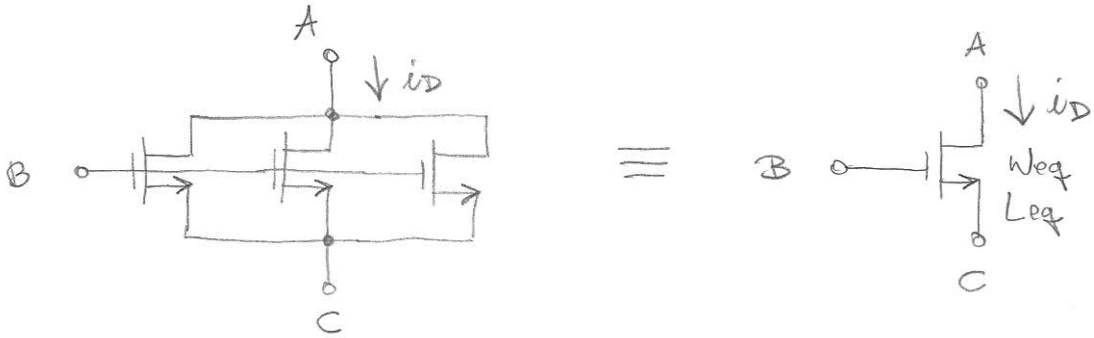
$$i_D = i_{D1} + i_{D2} + i_{D3}$$

Como as tensões V_{GS} e V_{DS} são as mesmas em todos os transistores:

$$i_D = k_N \frac{W_1}{L_1}\left[(V_{GS}-V_{tn})V_{DS} - \frac{1}{2}V_{DS}^2\right] + k_N \frac{W_2}{L_2}\left[(V_{GS}-V_{tn})V_{DS} - \frac{1}{2}V_{DS}^2\right]$$
$$+ k_N \frac{W_3}{L_3}\left[(V_{GS}-V_{tn})V_{DS} - \frac{1}{2}V_{DS}^2\right]$$

$$i_D = k_N\left(\frac{W_1}{L_1}+\frac{W_2}{L_2}+\frac{W_3}{L_3}\right)\left[(V_{GS}-V_{tn})V_{DS} - \frac{1}{2}V_{DS}^2\right]$$

Como o transistor equivalente está submetido às mesmas tensões v_{DS} e v_{GS}, então:



$$k_N\left(\frac{W_1}{L_1}+\frac{W_2}{L_2}+\frac{W_3}{L_3}\right)\left[(V_{GS}-V_{tn})V_{DS} - \frac{V_{DS}^2}{2}\right] = k_N \frac{W_{eq}}{L_{eq}}\left[(V_{GS}-V_{tn})V_{DS} - \frac{V_{DS}^2}{2}\right]$$

$$\frac{W_{eq}}{L_{eq}} = \frac{W_1}{L_1}+\frac{W_2}{L_2}+\frac{W_3}{L_3}$$

No modo de saturação, analogamente, teremos que:

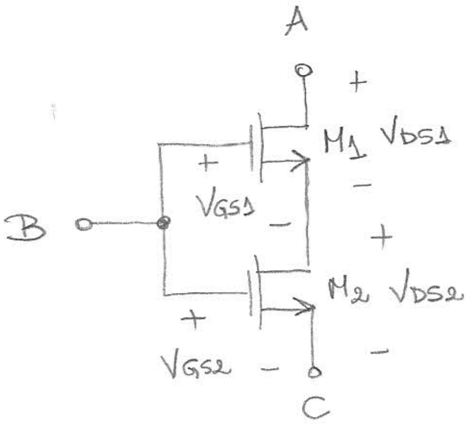
$$i_D = i_{D1} + i_{D2} + i_{D3}$$

$$\frac{1}{2}k_N\frac{W_{eq}}{L_{eq}}(V_{GS}-V_{tn})^2 = \frac{1}{2}k_N\frac{W_1}{L_1}(V_{GS}-V_{tn})^2 + \frac{1}{2}k_N\frac{W_2}{L_2}(V_{GS}-V_{tn})^2 +$$
$$+ \frac{1}{2}k_N\frac{W_3}{L_3}(V_{GS}-V_{tn})^2$$

$$\frac{1}{2}k_N\frac{W_{eq}}{L_{eq}}(V_{GS}-V_{tn})^2 = \frac{1}{2}k_N\left(\frac{W_1}{L_1}+\frac{W_2}{L_2}+\frac{W_3}{L_3}\right)(V_{GS}-V_{tn})^2$$

$$\frac{W_{eq}}{L_{eq}} = \frac{W_1}{L_1} + \frac{W_2}{L_2} + \frac{W_3}{L_3}$$

(b) Na associação em série de MOSFETs, independentemente de M_1 estar operando no modo de triodo ou de saturação, o transistor M_2 certamente estará no modo de triodo, pois:



$$V_{DS2} = V_{GS2} - V_{GS1}$$

$$\downarrow$$

$$V_{GS1} = V_{GS2} - V_{DS2}$$

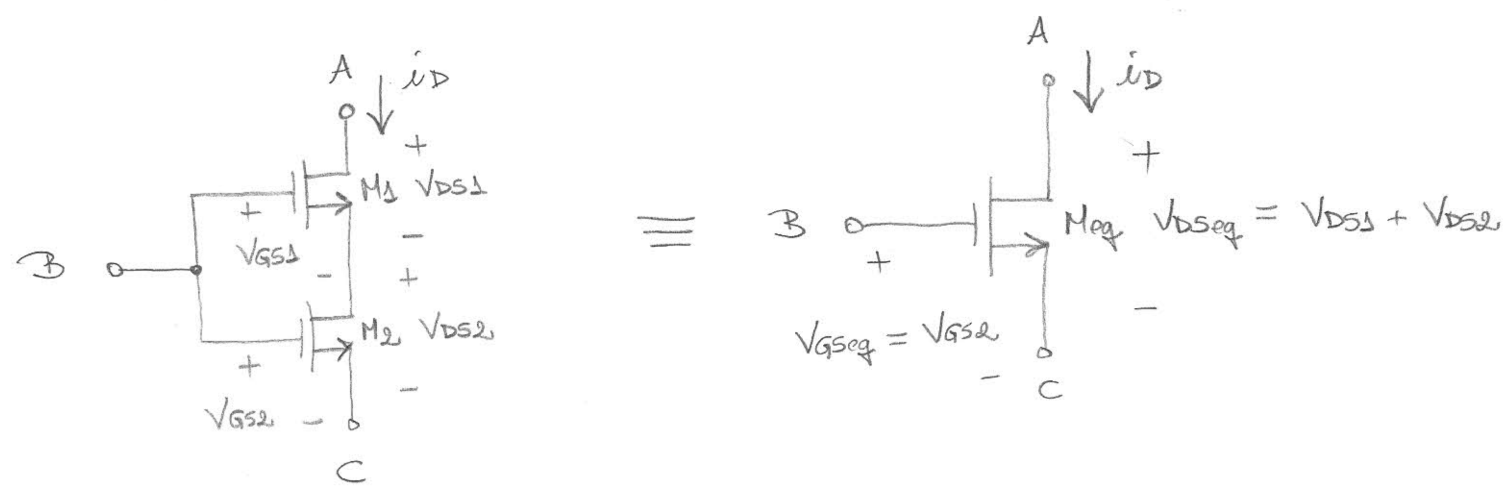
Para que M_1 esteja em condução, o transistor deve apresentar $V_{GS1} > V_{th}$. Assim:

$$(V_{GS2} - V_{DS2}) > V_{th}$$

$$V_{DS2} < V_{GS2} - V_{th}$$

que é justamente a condição para que M_2 opere no modo de triodo!

Assim, assumindo que M_1 e M_{eq} estão ambos em triodo, teremos que:



$$i_{D1} = k_N \frac{W_1}{L_1}\left[(V_{GS1} - V_{th})V_{DS1} - \frac{V_{DS1}^2}{2}\right]$$

$$i_{D1} = k_N \frac{W_1}{L_1}\left[\left(V_{GS2} - V_{DS2} - V_{th}\right)V_{DS1} - \frac{V_{DS1}^2}{2}\right]$$

$$= k_N \frac{W_1}{L_1}\left[\left(V_{GS2} - V_{th}\right)V_{DS1} - V_{DS2}V_{DS1} - \frac{1}{2}V_{DS1}^2\right]$$

Como $i_{D1} = i_D$, podemos escrever que:

$$\frac{i_D}{k_N \frac{W_1}{L_1}} = \left[\left(V_{GS2} - V_{th}\right)V_{DS1} - V_{DS2}V_{DS1} - \frac{1}{2}V_{DS1}^2\right] \qquad (i)$$

Para o transistor M_2, teremos que:

$$i_{D2} = k_N \frac{W_2}{L_2}\left[\left(V_{GS2} - V_{th}\right)V_{DS2} - \frac{1}{2}V_{DS2}^2\right]$$

Como também temos que $i_{D2} = i_D$, podemos escrever que:

$$\frac{i_D}{k_N \frac{W_2}{L_2}} = \left[\left(V_{GS2} - V_{th}\right)V_{DS2} - \frac{1}{2}V_{DS2}^2\right] \qquad (ii)$$

No transistor equivalente, temos que:

$$i_D = k_N \frac{W_{eq}}{L_{eq}}\left[\left(V_{GSeq} - V_{th}\right)V_{DSeq} - \frac{1}{2}V_{DSeq}^2\right]$$

$$i_D = k_N \frac{W_{eq}}{L_{eq}}\left[\left(V_{GS2} - V_{th}\right)\left(V_{DS1} + V_{DS2}\right) - \frac{1}{2}\left(V_{DS1} + V_{DS2}\right)^2\right]$$

$$i_D = k_N \frac{W_{eq}}{L_{eq}}\left[\left(V_{GS2} - V_{th}\right)V_{DS1} + \left(V_{GS2} - V_{th}\right)V_{DS2} - \frac{V_{DS1}^2}{2} - V_{DS1}V_{DS2} - \frac{V_{DS2}^2}{2}\right]$$

$$i_D = k_N \frac{W_{eq}}{L_{eq}}\left[\underbrace{\left(V_{GS2} - V_{th}\right)V_{DS1} - V_{DS1}V_{DS2} - \frac{V_{DS1}^2}{2}}_{(i)} + \underbrace{\left(V_{GS2} - V_{th}\right)V_{DS2} - \frac{V_{DS2}^2}{2}}_{(ii)}\right]$$

Substituindo as equações (i) e (ii), teremos:

$$i_D = k_N \frac{W_{eq}}{L_{eq}}\left[\frac{i_D}{k_N \frac{W_1}{L_1}} + \frac{i_D}{k_N \frac{W_2}{L_2}}\right]$$

$$\cancel{i_D} = \cancel{k_N} \frac{W_{eq}}{L_{eq}} \cdot \frac{\cancel{i_D}}{\cancel{k_N}} \left[\frac{L_1}{W_1} + \frac{L_2}{W_2} \right]$$

$$\frac{L_{eq}}{W_{eq}} = \frac{L_1}{W_1} + \frac{L_2}{W_2}$$

Considerando agora o caso em que M_1 e M_{eq} estão ambos operando em saturação, mas M_2 em tríodo, temos que:

$$i_{D1} = \frac{1}{2} k_N \frac{W_1}{L_1} (V_{GS1} - V_{th})^2$$

$$= \frac{1}{2} k_N \frac{W_1}{L_1} (V_{GS2} - V_{DS2} - V_{th})^2$$

$$= \frac{1}{2} k_N \frac{W_1}{L_1} \left[(V_{GS2} - V_{th})^2 - 2(V_{GS2} - V_{th}) V_{DS2} + V_{DS2}^2 \right]$$

Como $i_{D1} = i_D$, podemos escrever que:

$$\frac{i_D}{k_N \frac{W_1}{L_1}} = \frac{1}{2} (V_{GS2} - V_{th})^2 - (V_{GS2} - V_{th}) V_{DS2} + \frac{1}{2} V_{DS2}^2 \qquad (iii)$$

Para o transistor M_2, teremos que:

$$i_{D2} = k_N \frac{W_2}{L_2} \left[(V_{GS2} - V_{th}) V_{DS2} - \frac{1}{2} V_{DS2}^2 \right]$$

Como também temos que $i_{D2} = i_D$, então:

$$\frac{i_D}{k_N \frac{W_2}{L_2}} = (V_{GS2} - V_{th}) V_{DS2} - \frac{1}{2} V_{DS2}^2 \qquad (iv)$$

No transistor equivalente, devemos ter a mesma corrente i_D. Dessa forma:

$$i_D = \frac{1}{2} k_N \frac{W_{eq}}{L_{eq}} (V_{GSeq} - V_{th})^2$$

$$i_D = \frac{1}{2} k_N \frac{W_{eq}}{L_{eq}} (V_{GS2} - V_{tn})^2$$

$$\frac{i_D}{k_N \frac{W_{eq}}{L_{eq}}} = \frac{1}{2} (V_{GS2} - V_{tn})^2 \qquad (v)$$

Assim, substituindo as equações (iv) e (v) em (iii), obteremos que:

$$\frac{i_D}{k_N \frac{W_1}{L_1}} = \underbrace{\frac{1}{2} (V_{GS2} - V_{tn})^2}_{(v)} - \underbrace{\left[(V_{GS2} - V_{tn}) V_{DS2} - \frac{1}{2} V_{DS2}^2 \right]}_{(iv)}$$

$$\frac{i_D}{k_N \frac{W_1}{L_1}} = \frac{i_D}{k_N \frac{W_{eq}}{L_{eq}}} - \frac{i_D}{k_N \frac{W_2}{L_2}}$$

$$\cancel{\frac{i_D}{k_N}} \left(\frac{L_1}{W_1} \right) = \cancel{\frac{i_D}{k_N}} \left(\frac{L_{eq}}{W_{eq}} - \frac{L_2}{W_2} \right)$$

$$\frac{L_{eq}}{W_{eq}} = \frac{L_1}{W_1} + \frac{L_2}{W_2}$$